UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

COURSE SYLLABUS

Introduction To Numerical Analysis

2526-2-E3501Q064

Obiettivi

L'obiettivo di questo insegnamento è di presentare sia dal punto di vista teorico sia algoritmico gli argomenti di base del Calcolo Numerico che devono far parte del bagaglio culturale di qualunque laureato in matematica.

I risultati di apprendimento attesi comprendono:

Conoscenze

- Conoscenza e comprensione dei metodi fondamentali del Calcolo Numerico che comprendono sia enunciati sia teoremi e relative dimostrazioni.
- Conoscenza e comprensione delle problematiche che intervengono nell'ambito numerico.

Capacità

- Capacità di tradurre la teoria studiata in esempi concreti tramite la costruzione di algoritmi e relativa implementazione.
- Capacità di scegliere il metodo numerico più adeguato in relazione al problema.
- Capacità di analizzare in modo critico i risultati degli esempi ed esercizi proposti.
- Capacità di esporre, comunicare e argomentare in modo chiaro e preciso sia i contenuti teorici del corso sia le loro applicazioni a situazioni specifiche.

Indicatori di Dublino

Conoscenza e comprensione
Lo studente dimostra di conoscere i principi fondamentali del calcolo numerico, inclusi metodi per la risoluzione numerica di equazioni, interpolazione, integrazione numerica e approssimazione di funzioni.

Capacità di applicare conoscenza e comprensione
Lo studente è in grado di scegliere e applicare metodi numerici appropriati per risolvere problemi matematici di

base, analizzare i risultati e valutare l’accuratezza e l’efficacia dei metodi utilizzati.

Capacità di giudizio
Lo studente è capace di valutare criticamente la validità delle soluzioni numeriche ottenute, comprendendo i limiti dei metodi numerici e la sensibilità degli algoritmi rispetto ai dati di input.

Abilità comunicative
Lo studente è in grado di presentare in modo chiaro e strutturato i risultati ottenuti, utilizzando un linguaggio tecnico appropriato, e di documentare correttamente le procedure numeriche adottate.

Capacità di apprendimento autonomo
Lo studente sviluppa le competenze per approfondire autonomamente ulteriori metodi numerici, utilizzando risorse bibliografiche e strumenti software, al fine di migliorare e ampliare le proprie conoscenze nel campo del calcolo numerico.

Contenuti sintetici

Gli argomenti trattati sono:

- Aritmetica Floating Point dei calcolatori
- Metodi Numerici per l'Algebra Lineare: sistemi lineari, calcolo degli autovalori
- Approssimazione di zeri di funzioni reali
- Interpolazione polinomiale
- Metodo dei minimi quadrati e decomposizione QR
- Formule di quadratura per l'approssimazione degli integrali definiti

Programma esteso

- **Aritmetica floating point:** Rappresentazione dei numeri reali, Numeri rappresentabili in un calcolatore, Approssimazione dei numeri reali su un calcolatore, Operazioni tra numeri floating point, Il rounding to even, Calcolo delle funzioni elementari;
- **L'algoritmo di eliminazione di Gauss e la decomposizione PA=LU:** Sistemi lineari, Algoritmo di eliminazione di Gauss, La decomposizione PA=LU;
- **Richiami di algebra lineare:** Prodotti scalari e norme, Norme su R?, Norme di matrici;
- **Stabilità dell'algoritmo di Gauss:** Analisi delle perturbazioni di un sistema lineare, Applicazione all'algoritmo di Gauss;

- **Decomposizione di Cholesky:** Matrici simmetriche e definite positive, Decomposizione di Cholesky, Applicazione alla soluzione di un sistema lineare;
- **Metodi iterativi per i sistemi lineari:** Motivazioni, Metodi iterativi per sistemi di equazioni lineari, Criteri di arresto;
- **Autovalori:** Cerchi di Gershgorin, Dipendenza degli autovalori dalle perturbazioni di A, Metodo delle potenze;
- **Zeri di Funzione:** Il metodo di bisezione, Il metodo di Newton e sue varianti, Valutazione sperimentale dell'ordine di convergenza, Il metodo di Brent, algoritmo di MATLAB;
- **Interpolazione polinomiale:** Il teorema di Weierstrass, Interpolazione, Analisi degli algoritmi di interpolazione, Condizionamento dell'interpolazione, Interpolazione di funzioni;
- **Funzioni spline**
- **Minimi quadrati e fattorizzazione QR:** Sistemi sovradeterminati, Interpretazione geometrica,

Decomposizione QR, Regressione lineare, Uso della decomposizione A=QR per risolvere un sistema lineare;
- **Formule di quadratura:** Formule di quadratura di tipo interpolatorio, Formula del trapezio, Formula di Simpson, Formule di quadratura di Newton-Cotes, Metodi di quadratura adattivi.

Prerequisiti

Gli insegnamenti di *Analisi 1* e di *Algebra Lineare e Geometria*.

Modalità didattica

44 ore di lezione svolte in modalità erogativa, in presenza (5.5 CFU)
20 ore di lezione svolte in modalità erogativa, da remoto (2.5 CFU)

48 ore di esercitazione svolte in modalità interattiva, in presenza (4 CFU)

Insegnamento erogato in lingua italiana.

Materiale didattico

Note a cura del docente e videoregistrazione delle lezioni disponibili sul sito del corso.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

1° semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Prova pratica al calcolatore seguita da prova teorica/orale. Valutazione finale con voto in trentesimi 18-30/30.

Nella prova pratica al calcolatore si valuta la conoscenza degli algoritmi sviluppati durante il corso e la capacità di scrivere programmi in MATLAB per la risoluzione di semplici problemi numerici.

Nella prova teorica/orale dapprima viene discussa la prova pratica al calcolatore e poi si valuta la conoscenza e la comprensione delle definizioni, dei teoremi e delle tecniche di calcolo introdotte nel corso e la capacità di esporre quanto richiesto in modo chiaro, con rigore e con linguaggio matematico appropriato anche fornendo esempi e controesempi.

La prova pratica viene valutata con voto in trentesimi 18-30/30 e per accedere alla prova teorica/orale è necessario ottenere la sufficienza. La valutazione finale complessiva tiene conto di entrambe le prove.

La prova pratica e la prova teorica/orale devono essere tenute nella stessa sessione di esami (gennaio-febbraio, giugno-luglio, settembre).

Orario di ricevimento

Su appuntamento.

Sustainable Development Goals

ISTRUZIONE DI QUALITÁ