UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

SYLLABUS DEL CORSO

Teoria della Misura

2526-2-E3501Q053

Obiettivi

Obiettivi del corso – Teoria della Misura

Conoscenza e capacità di comprensione
Il corso fornisce una solida introduzione ai concetti fondamentali della teoria della misura e dell'integrazione, come misure, ?-algebre, misura di Lebesgue, funzioni misurabili e integrali. Gli/le studenti acquisiranno una comprensione rigorosa di questi strumenti, essenziali per lo studio avanzato dell'analisi matematica e della probabilità.

Conoscenza e capacità di comprensione applicate
Gli/le studenti saranno in grado di applicare i concetti appresi per risolvere problemi concreti relativi alla misura e all'integrazione, dimostrando la capacità di trattare con rigore matematico risultati fondamentali e di effettuare calcoli legati all'integrale di Lebesgue, anche in contesti semplici di probabilità e analisi funzionale.

Autonomia di giudizio
Il corso mira a sviluppare la capacità di analizzare criticamente definizioni e teoremi, valutare la correttezza logica delle dimostrazioni, e scegliere gli strumenti teorici più adatti per affrontare problemi in contesti matematici più generali.

Abilità comunicative
Gli/le studenti saranno in grado di esporre con chiarezza e rigore i contenuti teorici del corso, utilizzando correttamente il linguaggio matematico, sia oralmente che per iscritto, in particolare nella stesura di dimostrazioni e nella discussione di esempi.

Capacità di apprendere
Il corso stimola lo sviluppo di capacità di apprendimento autonome attraverso lo studio individuale e la risoluzione di esercizi, fornendo le basi per affrontare corsi successivi in analisi reale, probabilità, statistica matematica e ambiti applicati.

Contenuti sintetici

?-algebre e misure. Misura di Lebesgue. Funzioni misurabili e integrazione. Integrale di Lebesgue. Modi di convergenza. Misure prodotto e integrazione multipla.

Programma esteso

Misure.
Algebre, ?-algebre. Misure, misure esterne, Teorema di Carathéodory. Misura di Lebesgue e misure di Borel sulla retta reale.

Integrazione.
Funzioni misurabili. Integrale di funzioni non negative. Teorema della convergenza monotona, Lemma di Fatou. Integrale di funzioni reali, Teorema della convergenza dominata. Modi di convergenza per successioni di funzioni reali misurabili: convergenza in L^1, convergenza quasi-ovunque, convergenza quasi-uniforme, convergenza in misura, Teorema di Egorov. Misure prodotto, Teorema di Fubini-Tonelli. Integrale di Lebesgue n-dimensionale. Cambiamento di variabili.

Prerequisiti

I contenuti degli insegnamenti di Analisi Matematica I e Analisi Matematica II; elementi base di algebra lineare e topologia generale.

Modalità didattica

24 ore di lezione svolte in modalità erogativa, in presenza (3 cfu).
12 ore di esercitazioni in modalità erogativa, in presenza (1 cfu).

Corso erogato in lingua italiana.

Materiale didattico

Testo di riferimento: G. B. Folland, Real Analysis, Wiley.

Altri testi consigliati:

- L. Ambrosio, G. Da Prato, A. Mennucci: Introduction to Measure Theory and Integration, Edizioni della Normale.
- T. Tao: An introduction to measure theory, American Mathematical Society.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Secondo semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

L'esame consiste in una prova scritta, tesa a verificare il livello delle conoscenze e la capacità di applicarle alla risoluzione di esercizi, l’autonomia di analisi e giudizio, nonché le capacità espositive acquisite dallo studente. La prova si articola in due parti: la prima parte contiene domande di carattere teorico (esposizione di enunciati, dimostrazioni, definizioni, esempi/controesempi discussi a lezione), mentre la seconda richiede di risolvere esercizi di applicazione della teoria. Le due parti concorrono in egual misura alla determinazione del voto complessivo finale.

Orario di ricevimento

Su appuntamento.

Sustainable Development Goals