UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

# COURSE SYLLABUS

## Mathematical Analysis II

**2526-2-E3501Q008**

---

### Obiettivi

Lo scopo di questo insegnamento è duplice:

- trasmettere allo studente alcune conoscenze fondamentali nell'ambito dell'Analisi matematica, con particolare riferimento al calcolo differenziale e integrale per funzioni di più variabili reali, alle equazioni differenziali ordinarie e a elementi introduttivi relativi agli spazi normati;
- migliorare la capacità di comprensione da parte dello studente di argomenti astratti e sviluppare la sua capacità di applicazione delle conoscenze acquisite alla risoluzione di problemi.

**Declinazione secondo i Descrittori di Dublino**

1. **Conoscenza e capacità di comprensione**
   Lo studente acquisirà conoscenze fondamentali dell'Analisi Matematica avanzata, con particolare riferimento a:
   -successioni e serie di funzioni;
   -calcolo differenziale e integrale per funzioni di più variabili reali;
   -equazioni differenziali ordinarie;
   -lementi introduttivi relativi agli spazi normati.
   Queste conoscenze ampliano e consolidano quelle già acquisite nel corso di Analisi I e forniscono una solida base teorica e concettuale, anche in vista di studi matematici più avanzati.

**2. Conoscenza e capacità di comprensione applicate**

Lo studente sarà in grado di applicare le conoscenze teoriche a problemi specifici, sviluppando competenze tecniche e operative, come:
-la manipolazione di serie e successioni di funzioni con relativi criteri di convergenza;
-il calcolo di derivate e integrali multipli;
-la risoluzione di equazioni differenziali;
-l’uso di strumenti propri degli spazi normati in contesti semplici.

**3. Autonomia di giudizio**
L’insegnamento mira a sviluppare la capacità di analisi critica e autonoma di concetti astratti, favorendo:
-il riconoscimento della struttura logica di un problema matematico;
-la scelta appropriata degli strumenti analitici per affrontarlo;
-l’interpretazione rigorosa dei risultati ottenuti.

**4. Abilità comunicative**
Lo studente sarà incentivato a esprimere con chiarezza argomentazioni matematiche complesse, utilizzando:
-il linguaggio formale dell’Analisi;
-una esposizione logica e coerente;
-la capacità di spiegare concetti anche a interlocutori non specialisti, se richiesto.

**5. Capacità di apprendere**
Il corso rafforzerà l’attitudine all’apprendimento autonomo e continuo, fornendo:
-strumenti teorici e metodologici per lo studio di testi avanzati;
-competenze per affrontare successivi corsi specialistici di analisi e di altre discipline matematiche;
-l’abitudine alla formalizzazione e alla generalizzazione, essenziali per il lavoro matematico.

## Contenuti sintetici

Successioni e serie di funzioni; serie di potenze e serie di Taylor.
Metriche e norme sullo spazio euclideo e su alcuni spazi infinito dimensionali.
Calcolo differenziale per funzioni di più variabili reali.
Integrazione di funzioni limitate su insiemi limitati di Rn.
Equazioni differenziali ordinarie.

## Programma esteso

Successioni e serie di funzioni. Convergenza puntuale e convergenza uniforme. Serie di potenze: criterio di Hadamard e disco di convergenza. La funzione esponenziale. Serie di Taylor: condizioni sufficienti di sviluppabilità.

Metriche e norme. Richiami su spazi metrici, completezza, mappe lipschitziane. Spazi normati. Norme in Rn. Richiami sugli operatori lineari e loro continuità.
Lo spazio C([a,b]) e sue varianti. Convergenza di serie in spazi di Banach e Criterio di Weierstrass.

Calcolo differenziale per funzioni di più variabili reali. Derivate direzionali, differenziabilità, regola della catena. Analisi locale di polinomi. Funzioni di classe C1. Derivate e differenziali di ordine superiore. Formula di Taylor. Teorema della funzione inversa.

Applicazioni del calcolo differenziale. Forme quadratiche definite positive e analisi di massimi e minimi liberi. Funzioni implicite: teoremi di esistenza in piccolo e in grande. Massimi e minimi vincolati: moltiplicatori di Lagrange. Funzioni convesse.

Integrazione di funzioni limitate su insiemi limitati di Rn. Definizione di integrale. Condizioni sufficienti di integrabilità. Formule di riduzione. Teorema di cambio di variabili. Integrali impropri.

Equazioni differenziali ordinarie. Equazioni a variabili separabili e problema di Cauchy relativo: esistenza e/o unicità. Equazioni del primo ordine in forma normale: soluzioni approssimate, Teorema di Ascoli-Arzelà e Teorema di esistenza di Peano. Unicità. Prolungabilità delle soluzioni. Sistemi ed equazioni di ordine superiore. Alcuni tipi di equazioni differenziali.

Equazioni differenziali lineari. Equazione differenziale lineare del primo ordine: esistenza, unicità e prolungabilità. Esponenziale di un operatore lineare. Sistemi lineari omogenei e non omogenei: struttura dello spazio delle soluzioni. Ricerca di una soluzione particolare di sistemi non omogenei: annichilatori e variazione delle costanti.

A tempo debito verrà reso disponibile sulla pagina e-learning del corso un programma assai dettagliato nel quale saranno descritti con precisione i contenuti richiesti in sede di esame.

## Prerequisiti

La maggior parte degli argomenti svolti nei corsi di Analisi I, Algebra lineare e geometria e Geometria I sono prerequisiti imprescindibili per una proficua fruizione delle lezioni e delle esercitazioni. In particolare è necessario:

- essere in grado di disegnare con rapidità il grafico di una funzione "semplice" e avere una buona manualità nel calcolo di limiti e nella valutazione della convergenza o meno di una serie numerica;
- essere in grado di calcolare con rapidità semplici integrali;
- saper distinguere tra un operatore lineare e una matrice che lo rappresenta;
- avere una buona conoscenza dei concetti topologici fondamentali (topologia, intorni, connessione, compattezza, funzioni continue);
- avere cognizione dei concetti di spazio metrico e della caratterizzazione della compattezza in spazi metrici;
- avere dimestichezza con i concetti di prodotto scalare, di base ortogonale, di spazio euclideo e possedere la capacità di operare nello spazio euclideo (rette, piani, distanze, ortogonalità).

## Modalità didattica

L'insegnamento è articolato in lezioni (64 ore, 8 CFU) ed esercitazioni (48 ore, 4 CFU) che si svolgeranno in presenza e che verranno erogate in lingua italiana.
Durante le lezioni verranno prevalentemente discussi concetti, definizioni e risultati di carattere teorico, corredati da esempi di loro applicazioni.

Le esercitazioni saranno per lo più dedicate alla presentazione di materiale complementare a quello illustrato durante le lezioni e allo svolgimento di esercizi, che saranno di due tipi:

- tipo A - si tratta di esercizi semplici, anche dal punto di vista computazionale, di applicazione della teoria;
- tipo B – si tratta o di esercizi di applicazione della teoria più complicati di quelli di tipo A, oppure di esercizi di carattere "più teorico", ovvero la cui risoluzione richiede una piccola dimostrazione originale.

Questa didattica, generalmente denominata frontale o erogativa, sarà affiancata dall'attività svolta da due tutori, che ricopriranno un ruolo importante.
A cadenza regolare i docenti del corso renderanno disponibili sulla pagina e-learning del corso elenchi di esercizi, che gli studenti dovranno svolgere e consegnare ai tutori entro una data resa nota con buon anticipo. I tutori avranno il duplice compito di:

- correggere lo svolgimento degli esercizi di cui sopra;
- illustrare in aula le soluzioni degli esercizi proposti; in queste occasioni è auspicabile una fruttuosa interazione tra gli studenti e i tutori, che, con ogni probabilità, saranno quasi loro coetanei.

## Materiale didattico

Verranno rese disponibili sulla pagina e-learning del corso dispense, che conterranno il materiale esposto durante le lezioni, ed elenchi di esercizi simili a quelli discussi durante le esercitazioni.

Per una migliore comprensione dei concetti fondamentali è buona prassi procedere allo studio degli argomenti comparando testi di diversi autori. Tra quelli in commercio segnaliamo, in ordine alfabetico, i seguenti in lingua italiana:

- E. Acerbi e G. Buttazzo, Secondo corso di Analisi matematica, Pitagora ed., Bologna, 2016.
- A. Bacciotti e F. Ricci, Lezioni di Analisi Matematica 2, Ed. Levrotto & Bella /Torino.
- E. Giusti, Analisi Matematica II, ed. Bollati Boringhieri.
- C. Pagani; S. Salsa, Analisi Matematica 1, Ed. Zanichelli (per la parte relativa al calcolo differenziabile in più variabili).
- C. Pagani; S. Salsa, Analisi Matematica 2, Ed. Zanichelli (per la parte rimanente del programma).

Segnaliamo altresì i seguenti testi in lingua inglese di celebri autori, ormai diventati riferimenti irrinunciabili per gli argomenti trattati nel corso di Analisi II:

- W. Rudin, Principles of Mathematical Analysis, MacGraw-Hill.
- R.S. Strichartz, The Way of Analysis, revised Ed., Jones and Bartlett Publishers, Sudbury, Massachusetts, 2000.
- T. Tao, Analysis II, Texts and Readings in Mathematics, Volume 38, Third Ed., Springer Verlag, 2016.

L'eventuale difficoltà linguistica, comunque modesta, che eventualmente lo studente dovrà superare per consultare questi testi, sarà ampiamente compensata dalla conseguita maggiore profondità di comprensione della materia.

Durante il corso verranno pubblicati su questa pagina elenchi di esercizi. Un eserciziario che potrebbe essere utile agli studenti è il seguente recente testo:

- S. Salsa e A. Squellati. Esercizi di Analisi matematica 2, Ed Zanichelli, 2024.

## Periodo di erogazione dell'insegnamento

Primo semestre

## Modalità di verifica del profitto e valutazione

L'esame si articola in una prova scritta e in una prova orale, che si svolgerà di norma a pochi giorni di distanza dalla prova scritta: si accede alla prova orale avendo conseguito un certo punteggio minimo, che sarà reso noto all'inizio delle lezioni, nella prova scritta.

Lo studente si potrà presentare alla prova orale solo dopo aver superato l'esame di Analisi matematica I.

La valutazione di ciascuna delle prove (e delle prove parziali) si baserà sui criteri seguenti :

- conoscenza della materia contenuta nel programma d'esame, incluse le tecniche di risoluzione degli esercizi;

- rigore nello svolgimento degli esercizi scritti e nell’esposizione orale;
- capacità espositiva (esaustività, precisione, compattezza, uso appropriato e fluido del linguaggio matematico).

Prova scritta: contiene esercizi di tipo A ed esercizi di tipo B (vedi sopra) e avrà la durata di tre ore. Maggiori dettagli relativi alla ripartizione tra questi due tipi di esercizi verranno resi pubblici in seguito.

Prova orale: il candidato dovrà rispondere a quesiti di tipo teorico e di applicazione della teoria relativi al programma d’esame.

Nel corso dell’anno sono previsti 6 appelli d’esame nei seguenti periodi: due distribuiti tra i mesi di gennaio e febbraio, uno tra aprile e maggio, due tra giugno e luglio e uno a settembre.

Sono previste due prove parziali scritte (aperte a tutti gli studenti): la prima approssimativamente a metà del corso, la seconda in concomitanza con l’esame scritto del primo appello. Per accedere alla seconda prova parziale sarà necessario aver conseguito nella prima un punteggio minimo che verrà reso pubblico all’inizio del corso.
Il voto complessivo delle prove parziali è la media dei voti di entrambe.
Gli studenti che avranno ottenuto un voto finale maggiore o uguale a una soglia che sarà resa pubblica all’inizio del corso potranno accedere direttamente a uno qualunque degli esami orali di gennaio o febbraio 2026.

## Orario di ricevimento

Per appuntamento

## Sustainable Development Goals

ISTRUZIONE DI QUALITÁ