



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

## SYLLABUS DEL CORSO

### Analisi Matematica II

2526-2-E4101B009

---

#### Obiettivi formativi

L'obiettivo principale che l'insegnamento si prefigge è quello di introdurre lo studente al calcolo differenziale ed integrale per funzioni di più variabili reali, con particolare riferimento a quegli elementi della teoria che trovano maggior applicazione nelle scienze statistiche ed economiche.

Il presente insegnamento pertanto contribuisce a consolidare le conoscenze e la capacità di comprensione nell'ambito dell'analisi matematica, in coerenza con l'area di apprendimento Matematica del corso di laurea triennale in Scienze Statistiche ed Economiche.

Lo studente rivisiterà le nozioni di limite, continuità, differenziabilità, convessità/concavità, estremalità ed integrabilità, già incontrate nel corso di Analisi Matematica I, confrontandosi con differenze ed analogie, alla luce del mutato e più variegato contesto vettoriale-topologico che caratterizza lo spazio euclideo ad  $n$  dimensioni.

In particolare, apprenderà concetti nuovi come derivata direzionale, gradiente, matrice jacobiana, matrice hessiana, curva o superficie di livello, moltiplicatori, cambiamento di coordinate, che gli permetteranno di impadronirsi delle tecniche fondamentali del calcolo differenziale ed integrale in più variabili.

L'acquisizione dei summenzionati elementi lo metteranno in grado di saper affrontare specificatamente le seguenti problematiche:

1. utilizzare le derivate parziali (prime e successive) per approssimare una funzione di più variabili (definita esplicitamente o implicitamente) e controllare l'errore;
2. riconoscere l'eventuale proprietà di concavità/convessità di una funzione attraverso strumenti del calcolo differenziale;
3. determinare estremi liberi e vincolati (in presenza di varie tipologie di vincolo) di una funzione di più variabili;
4. calcolare integrali multipli, sia propri sia generalizzati, impiegando varie tecniche di calcolo (metodo di riduzione, cambiamento di variabili, simmetrie).

Lo sviluppo di tali capacità, di utilità sia in area Statistica che in area Economica, verrà realizzato attraverso la risoluzione guidata di esercizi e problemi di graduale complessità, mirata alla formazione di un giudizio autonomo sulla scelta degli elementi teorici di analisi matematica da impiegare, combinare ed adattare, nei diversi casi di studio.

Un obiettivo parallelo dell'insegnamento è quello di abituare lo studente, sia in fase di lettura di un testo, sia in fase di produzione, all'utilizzo del linguaggio formale in uso, relativamente ai temi trattati, nella comunicazione matematica, con particolare riferimento alla:

1. definizione di un concetto/proprietà matematica ed alla formulazione di enunciati di teoremi;
2. descrizione della metodologia risolutiva di un problema (corretta esposizione di calcoli e della loro giustificazione, nonché di un ragionamento logico-deduttivo).

Il raggiungimento di quest'ultimo obiettivo, insieme all'acquisizione dei contenuti fondamentali proposti nell'insegnamento, metterà in grado lo studente di accedere autonomamente a materiale di approfondimento dei temi (su indicazione del docente).

## **Contenuti sintetici**

Elementi di calcolo differenziale ed integrale per funzioni di più variabili reali.

## **Programma esteso**

### **I. Funzioni di più variabili reali**

- I.1 Struttura vettoriale-topologica di  $\mathbb{R}^n$ ;
- I.2 Limiti e continuità;
- I.3 Derivate parziali e direzionali, gradiente;
- I.4 Differenziabilità ed iperpiano tangente;
- I.5 Derivate successive e matrice hessiana;
- I.6 Formula di Taylor;
- I.7 Convessità/concavità per funzioni di più variabili;
- I.8 Estremi liberi.

### **II. Funzioni definite implicitamente**

- II.1 Sistemi di equazioni e curve/superfici di livello;
- II.2 Teorema della funzione implicita di U. Dini;
- II.3 Estremi vincolati e metodo dei moltiplicatori di Lagrange;
- II.4 Invertibilità di funzioni a valori vettoriali.

### **III. Integrazione multipla**

- III.1 Funzioni a scala e loro integrali;
- III.2 Integrabilità (secondo Riemann) ed integrale di una funzione limitata su un iperrettangolo;
- III.3 Integrale multiplo su insiemi semplici e metodo di riduzione;
- III.4 Cambiamento di variabile negli integrali multipli;

III.5 Coordinate polari nel piano e nello spazio;  
III.6 Integrali multipli su domini illimitati.

## **Prerequisiti**

Il contenuto dei seguenti insegnamenti: "Analisi Matematica I" e "Algebra Lineare".

## **Metodi didattici**

Tutte le lezioni sono svolte in presenza in modalità erogativa:  
12 lezioni da 2 ore e 6 lezioni da 3 ore svolte in modalità erogativa in presenza.

## **Modalità di verifica dell'apprendimento**

La modalità di verifica si basa su una prova scritta obbligatoria, e, in caso di superamento della prova scritta con una valutazione sufficiente ( $\geq 18/30$ ), su una prova orale facoltativa (su richiesta del docente o della/o studentessa/studente). Non sono previste prove d'esame parziali in itinere.

Le prove scritte sono volte ad accertare l'acquisizione di competenze teoriche, di tecniche di calcolo e d'utilizzo dei principali strumenti, e di capacità di risolvere problemi analoghi a quelli discussi e commentati in aula durante le lezioni dell'insegnamento. Esse si strutturano in:

4 PROBLEMI/ESERCIZI;

1 DOMANDA APERTA, eventualmente articolata in più punti.

La risoluzione di problemi/esercizi richiede la razionalizzazione di una questione matematica, l'applicazione di uno o più principi, talora opportunamente combinati, nonché l'uso degli strumenti di calcolo appresi, mentre nella domanda aperta è richiesta una succinta ma pertinente esposizione teorica (ad esempio, la definizione formale di nozioni, la formulazione di enunciati e, ove previsto, la loro giustificazione, il confronto tra nozioni, la produzione di esempi e/o controesempi relativi a prefissate proprietà) degli argomenti in programma.

La prova orale, facoltativa, è intesa ad accertare l'apprendimento di tutti gli elementi di teoria proposti a lezione nonché la capacità di applicazione degli stessi. Essa prevede pertanto un COLLOQUIO DI DISCUSSIONE SULLO SCRITTO, seguito da un COLLOQUIO SU ARGOMENTI SVOLTI A LEZIONE.

In caso di superamento della prova scritta e della prova orale, il voto finale sarà determinato dalla media tra l'esito della prova scritta e della prova orale.

I criteri seguiti dalla commissione d'esame per valutare le prove scritte e l'eventuale prova orale terranno conto dell'abilità di enucleare i temi che emergono affrontando un problema, del rigore metodologico nella risoluzione dei problemi, delle capacità di espressione precisa e rigorosa di concetti quantitativi attraverso un linguaggio formale, della completezza di trattazione nell'esposizione di questioni teoriche.

## **Testi di riferimento**

1. M. Bramanti, C.D. Pagani, S. Salsa, "Analisi matematica 2", Zanichelli, Bologna, 2009;
2. S. Salsa, A. Squellati, "Esercizi di Analisi metematica 2", Zanichelli, Bologna, 2011.

## **Periodo di erogazione dell'insegnamento**

Primo semestre, primo ciclo.

## **Lingua di insegnamento**

Italiano.

## **Sustainable Development Goals**

ISTRUZIONE DI QUALITÀ | CONSUMO E PRODUZIONE RESPONSABILI

---