UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

COURSE SYLLABUS

Quantitative Methods for Insurance

2526-2-F1601M065

Obiettivi formativi

Il tema centrale del corso sono i metodi matematici e statistici che si utilizzano per rispondere a domande quali la determinazione del premio di una assicurazione sulla vita, oppure la determinazione dell'ammontare necessario per garantirsi una pensione integrativa. Si tratta di domande fondamentali sia per l'investitore che acquista una protezione (che spesso ha caratteristiche molto simili a quelle di un investimento), sia per le compagnie che le vendono, che a fronte dei premi incassati devono tenere sotto controllo la loro esposizione alle diverse fonti di rischio in uno scenario regolatorio in continua evoluzione.

Il corso è composto dai moduli di Actuarial Mathematics (tenuto dal prof. Fabio Bellini) e di Statistica per le Assicurazioni (tenuto da un professionista del settore). Suggeriamo di inserire questo esame nel piano di studio congiuntamente a Rischi Assicurativi, che si svolge nel secondo semestre ed è invece prevalentemente incentrato sui metodi per le assicurazioni nel ramo danni.

In sintesi, possiamo *ex ante* enucleare questi obiettivi formativi:

- conoscere i concetti fondamentali della modellizzazione della durata della vita umana e saperli utilizzare per il calcolo del valore attuariale e del premio delle principali tipologie di *life contingencies*

- saper utilizzare R per scaricare, visualizzare e modellizzare dati relativi alla mortalità, nonché per svolgere calcoli attuariali e simulazioni

- comprendere gli aspetti quantitativi della regolamentazione del settore assicurativo, con particolare riferimento alle parti di Solvency II attinenti al ramo vita

Contenuti sintetici

1) La modellizzazione della durata della vita umana

2) Formule per il calcolo del valore attuariale e schemi di pagamento di premi di *life contingencies*

3) La riserva matematica e la decomposizione dell'utile nella matematica attuariale tradizionale

4) Introduzione a Solvency II e al risk management nelle compagnie di assicurazione

5) Polizze salute e introduzione ai modelli multi-stato

6) I contratti di riassicurazione e introduzione alle metodologie di pricing.

Programma esteso

1) La modellizzazione della durata della vita umana

Tavole di mortalità, probabilità di vita e di morte, probabilità di morte differite. Identità relative a probabilità di vita e di morte. Altre misure monoannuali di mortalità: tasso di mortalità centrale e mortality odds. Il modello probabilistico: la variabile casuale vita residua completa e incompleta, funzione di sopravvivenza e funzione di sopravvivenza condizionata. Calcolo della aspettativa di vita completa e incompleta. Forza di mortalità e leggi di mortalità: Gompertz, Makeham e Heligman e Pollard. Etereogeneità e introduzione all'aggravamento dei rischi. Introduzione alla mortalità stocastica. Il modello di Lee-Carter.

Riferimenti:

- **OP** Capitolo 3
- **PDHO** Capitolo 5, sezioni 5.1 e 5.2
- slides Bellini mortalità statica
- slides Contini rischi aggravati

Cose da saper fare in R:

- scaricare, importare e visualizzare di tavole di mortalità dal sito ISTAT e dallo Human Mortality Database
- creare oggetti lifetable del package *lifecontingencies* e utilizzare le funzioni pxt, qxt, exn, rLife.
- stima, visualizzazione degli output e dei residui, previsione della mortalità con il modello di Lee-Carter e il package *demography*
- costruzione di una tavola di mortalità a partire da una legge di mortalità come nell'esempio di Heligman e Pollard con il package *MortalityLaws*

2) Formule per il calcolo del valore attuariale e schemi di pagamento di premi di *life contingencies*

Definizione di valore attuariale di una *life contingency*. Principali tipi di prestazioni nel ramo vita: capitale differito, temporanea caso morte, copertura a vita intera, rendite vitalizie temporanee e perpetue. Formule per il calcolo del valore attuariale e notazioni attuariali standard: nEx, nAx, Ax, nax, ax. Formule ricorsive per i valori attuariali. Determinazione del premio equo: la condizione di equilibrio attuariale. Schemi di pagamento dei premi: premio unico iniziale, premi annui costanti, premi naturali, premi unici ricorrenti.
.

- **OP** Capitolo 4
- Slides Bellini valori attuariali

Cose da saper fare in R:

- creare oggetti di tipo *lifetable* e *actuarialtable* nel package *lifecontingencies*, sia partendo da dati empirici

che da leggi di mortalità
- calcolare valori attuali e montanti con presentValue, annuity e accumulatedValue
- calcolare valori attuariali e premi equi con Axn, Exn, axn.

3) La riserva matematica e la decomposizione dell'utile nella matematica attuariale tradizionale

Definizione di riserva matematica netta prospettiva come differenza tra il valore attuariale delle prestazioni ancora da pagare e quello dei premi ancora da prendere. Andamento temporale della riserva nel caso di term insurance, pure endowment ed endowment insurance. Equazione di Fouret per una Endowment insurance. Decomposizione del premio in premio di rischio e premio di risparmio. Formula di contribuzione di Homans.

Riferimenti:

- **OP** Capitolo 5, Sezioni 5.1, 5.2, 5.3.1,5.3.2, 5.3.3, 5.4.1, 5.4.2, 5.4.3, 5.5.1, 5.5.2

Cose da saper fare in R:

- costruzione di una funzione in R per il calcolo della evoluzione temporale della riserva di una endowment insurance applicando la definizione
- costruzione di una funzione in R per il calcolo della evoluzione temporale della riserva di una endowment insurance usando la equazione di Fouret
- costruzione di una funzione in R per il calcolo di premi naturali, premi al rischio e premi di risparmio di una endowment insurance

4) Introduzione a Solvency II e al risk management nelle compagnie di assicurazione

Principi base di Solvency II. Parole chiave: Best estimate, Risk Margin, Solvency Capital Requirement, Own Funds. Approcci al calcolo dell'SCR: standard formula, undertaking specific parameters, internal models.

Riferimenti:

- **CV** Capitolo 7

5) Polizze salute e introduzione ai modelli multi-stato

Tipologie di polizze e di coperture salute. Introduzione al modello di rischio collettivo (non richiesto all'esame, lo approfondirete in Rischi Asscicurativi). I modelli multistato.

Riferimenti:

- Slides Contini Health Insurance

Cose da saper fare in R:

- simulazione e pricing di polizze multi-stato con il package *markovchain*

6) I contratti di riassicurazione e introduzione alle metodologie di pricing

I contratti riassicurativi. Metodologie di pricing (non richiesto all'esame, lo approfondirete in Rischi Assicurativi)

- Slides Contini Riassicurazione

7) Concetti base di R

- Concetti base sull'ambiente di lavoro in RStudio

- tipologie di dati fondamentali: vettori, liste, dataframe
- NA, null e NaN
- concetti base sulla visualizzazione dati in R base: hist e plot
- simulazione di numeri casuali
- costruzione di cicli
- costruzione di funzioni
- oggetti di tipo lifetable e actuarialtable e funzioni associate

Prerequisiti

Conoscenze di base di matematica generale (derivate e integrali), di matematica finanziaria (rendite e valori attuali) e di probabilità (variabili casuali).

Metodi didattici

Lezioni frontali, programmazione in R in modalità bring-your-own-device

Modalità di verifica dell'apprendimento

L'esame dei due moduli di Actuarial Mathematics e Statistica delle Assicurazioni si svolgerà in unica seduta consistente in un esame orale e nella discussione di un progetto in R.

Testi di riferimento

Testi di riferimento per l'esame (vedere le sezioni nel programma dettagliato)

- **OP** Olivieri, A., Pitacco, E., Introduction to Insurance Mathematics
- **PDHO** Pitacco, E., Denuit, M., Haberman, S., Olivieri, A. Modelling Longevity Dynamics for Pensions and Annuity Business
- **CV** Cesari, R., Valerio A. Risk Management e imprese di assicurazione

Testi di approfondimento

- **D** Davies, T. The book of R: a first course in programming and statistics
- **P1** Pitacco, E. Health insurance: basic actuarial models
- **P2** Pitacco, E. ERM and QRM in Life Insurance
- **AI** Wutrich et al. AI tools for actuaries

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Primo semestre

Lingua di insegnamento

Italiano

Sustainable Development Goals