UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

COURSE SYLLABUS

Linear Algebra and Geometry

2526-1-E3502Q004

Obiettivi

Coerentemente con gli obiettivi formativi del Corso di Studio, l'insegnamento si propone di fornire un'introduzione all'algebra lineare con applicazioni alla geometria, indispensabili per preparare lo studente alla comprensione della matematica che verrà impartita negli altri insegnamenti.

Più precisamente gli obiettivi, secondo i Descrittori di Dublino, sono i seguenti:
(1) **Conoscenza e capacità di comprensione:** gli studenti acquisiranno una solida conoscenza dei concetti di base dell'algebra lineare e della geometria, con particolare riferimento agli spazi vettoriali, alle applicazioni lineari, alla diagonalizzazione di endomorfismi, alle forme bilineari simmetriche e prodotti scalari, alle strutture geometriche in spazi euclidei. Lo sviluppo di tali conoscenze si basa su una comprensione teorica rigorosa, affiancata da esempi e applicazioni concrete.
(2) **Capacità di applicare conoscenza e comprensione**: gli studenti saranno in grado di applicare le nozioni apprese per risolvere problemi algebrici e geometriici, analizzare e riproporre le dimostrazioni presentate durante le lezioni. Saranno proposte attività ed esercitazioni volte ad affinare la capacità di riconoscere e utilizzare modelli algebrici e geometrici.
(3) **Autonomia di giudizio**: l'insegnamento mira a sviluppare la capacità dello studente di analizzare criticamente enunciati e dimostrazioni; riconoscere la validità di un argomento matematico e individuare eventuali errori logici; selezionare autonomamente metodi risolutivi appropriati a seconda del problema. Tali competenze saranno coltivate anche mediante la discussione di più metodi risolutivi per lo stesso problema e la riflessione sulla scelta di definizioni o approcci alternativi.
(4) **Abilità comunicative**: gli studenti saranno in grado di esprimere concetti matematici in modo chiaro e rigoroso, sia oralmente che per iscritto e esporre una dimostrazione in maniera coerente e comprensibile. Si promuove l'uso del linguaggio matematico formale, ma anche l'abilità di tradurre concetti in termini più accessibili.
(5) **Capacità di apprendimento**: l''insegnamento intende fornire agli studenti gli strumenti per proseguire in autonomia lo studio dell'algebra e della geometria a livelli più avanzati, affrontare nuovi argomenti con metodo e rigore, facendo uso delle conoscenze pregresse, utilizzare fonti diverse (libri di testo, appunti, articoli) per approfondire e aggiornare le proprie competenze. L'insegnamento contribuisce a costruire una solida base teorica su cui poggiare l'intero percorso formativo della laurea in matematica.

Contenuti sintetici

Spazi vettoriali; studio dei sistemi lineari; applicazioni lineari; matrici; diagonalizzazione di endomorfismi; prodotti scalari; geometria affine e euclidea.

Programma esteso

- Sistemi di equazioni lineari a coefficienti in un campo: metodo di riduzione di Gauss, teorema di Rouchè-Capelli.
- Calcolo matriciale: prodotto matriciale, rango di matrici, anello delle matrici quadrate e matrici invertibili.
- Spazi vettoriali: generatori, basi e dimensione; sottospazi; teorema di Grasmann.
- Applicazioni lineari: nucleo e immagine, teorema di nullità +rango, rappresentazione matriciale, isomorfismi.
- Determinante di una matrice quadrata e sue proprietà; teoremi di Laplace e Binet.
- Autovalori e autovettori di un endomorfismo; polinomio caratteristico di endomorfismi di spazi vettoriali finitamente generati; diagonalizzabilità di endomorfismi.
- Spazio duale e base duale.
- Prodotti scalari, basi ortogonali e teorema di Sylvester; spazi euclidei e processo di ortogonalizzazione di Gram-Schmidt.
- Operatori autoaggiunti e teorema spettrale.
- Spazi affini, riferimenti affini, sottospazi affini e loro rappresentazioni cartesiane e parametriche. Distanza e perpendicolarità.
- Cenni alla classificazione euclidea delle coniche.

Prerequisiti

Una buona conoscenza della matematica della scuola superiore.

Modalità didattica

L'insegnamento prevede:
-Lezioni frontali (48 ore pari a 6 CFU) svolte in presenza;
-Esercitazioni (24 ore pari a 2CFU) svolte in presenza.

Sia le lezioni che le esercitazioni sono svolte in modalità erogativa.
Nelle lezioni vengono presentati definizioni, risultati e teoremi rilevanti e si forniscono esempi e analisi di problemi dove vengono utilizzate le nozioni introdotte. Nelle esercitazioni vengono proposti e risolti esercizi relativi alle tematiche presentate a lezione.

Per stimolare la partecipazione, saranno proposti regolarmente esercizi, attraverso la piattaforma e-learning, la cui risoluzione è lasciata agli studenti.
Alla pagina del corso, sono messi a disposizione degli studenti quiz di autovalutazione relativi agli argomenti trattati nel corso.

E' previsto un progetto di tutorato a supporto dell'attività didattica, principalmente per fornire aiuto nella risoluzione

degli esercizi proposti attraverso la piattaforma e-learning.

Il corso è erogato in lingua italiana.

Materiale didattico

Testi consigliati:

- M. Abate, Geometria, McGraw Hill, 2002.
- S. Lang, Algebra Lineare, Boringhieri, III edizione.
- E. Schlesinger, Algebra lineare e geometria, Zanichelli 2017

Alla pagina e-learning del corso saranno rese disponibili dispense su alcuni argomenti.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Primo semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

La verifica del profitto si articola in due prove, una scritta ed una orale, valutate sulla base della correttezza, della completezza, del rigore del linguaggio matematico e della chiarezza delle risposte fornite.

Sono previste **3 prove in itinere**. Le date delle prove vengono fissate e comunicate agli studenti all'inizio del corso. Ciascuna prova consiste nella risoluzione, in autonomia da casa, di esercizi assegnati relativi alla parte di programma svolto e nella loro consegna entro i termini stabiliti. La prova vale 10 punti ed è valutata in base alla correttezza, al rigore del procedimento e al linguaggio matematico usato. Se il punteggio totale delle prove è almeno 18/30, viene tradotto in un **bonus** (al massimo 3 punti), che concorre alla valutazione finale. Tale bonus decade dopo i primi due appelli.

La **Prova scritta** prevede:

- una prima parte che consiste di quesiti a risposta multipla, il cui superamento è necessario per la valutazione della parte rimanente;
- una seconda parte che consiste di esercizi a risposta aperta, simili a quelli proposti nelle esercitazioni, utili a valutare la capacità di applicare i risultati teorici nella risoluzione di problemi e di quesiti teorici, in cui è richiesto di fornire definizioni ed enunciati di teoremi, di discutere esempi e aspetti di argomenti trattati nel corso, di riprodurre verifiche o semplici dimostrazioni, allo scopo di valutare le conoscenze delle nozioni e concetti fondamentali presentati nel corso.

Il punteggio massimo è di 32 punti, di cui fino a 24 per la risoluzione degli esercizi e fino a 8 per i quesiti teorici. La prova si intende superata ottenendo un punteggio complessivo non inferiore a 18.

- **Prova orale.** L'ammissione a questa prova è subordinata al superamento della prova scritta. L'orale inizia con la discussione della prova scritta e prosegue con la richiesta di definizioni, di esempi e/o controesempi dei concetti introdotti nel corso, di enunciati e dimostrazioni dei Teoremi presentati a lezione, al fine di

verificare la conoscenza e padronanza dei contenuti del corso e la capacità di rielaborare i concetti appresi e di esporli in modo rigoroso.
L'esame si intende superato solo se la prova orale è sufficiente.
Il voto proposto al termine della prova orale tiene conto anche del punteggio della prova scritta incrementato dell'eventuale bonus maturato con le prove in itinere. Tale voto costituisce il voto finale dell'esame.
L'esame è superato se il voto finale è pari a 18 o superiore.

È possibile essere **esonerati dalla prova orale**. Gli studenti che hanno superato la prova scritta hanno due possibilità:

- sostenere la prova orale;
- registrare il punteggio minimo tra S e 27, dove S è il punteggio ottenuto nella prova scritta incrementato dell'eventuale bonus maturato.
  Si noti che l'eventuale bonus maturato non concorre al superamento dalla prova scritta.
  Si noti altresì che per verbalizzare un voto maggiore di 27 è necessario sostenere la prova orale.
  E' discrezione dei docenti richiedere un orale obbligatorio qualora la parte teorica nella prova scritta dimostri gravi lacune.

Sono previsti 6 appelli d'esame, le date saranno pubblicate alla pagina e-leerning del corso.

Orario di ricevimento

Su appuntamento.

Sustainable Development Goals

ISTRUZIONE DI QUALITÁ