UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

SYLLABUS DEL CORSO

Analisi Armonica

2526-1-F4002Q001

Obiettivi

Il corso fornisce un'introduzione all'analisi di Fourier e alle sue applicazioni alla teoria del segnale. Al termine del corso lo studente sarà in grado di comprendere gli aspetti fondamentali della teoria del segnale, con particolare riferimento alle applicazioni musicali. Non sono richieste conoscenze specifiche di teoria musicale.

Più specificamente, i risultati di apprendimento attesi comprendono:

- la conoscenza e la comprensione delle definizioni e degli enunciati fondamentali, nonché delle strategie di dimostrazione basilari proprie dell'Analisi di Fourier, con particolare riferimento alla convergenza in media, puntuale e uniforme delle serie e degli integrali di Fourier; la conoscenza e la comprensione della Trasformata di Fourier discreta, dell'algoritmo della trasformata di Fourier veloce e dei risultati fondamentali riguardanti la diffusione di onde sonore.
- la capacità di applicare il bagaglio di conoscenze sopra descritte alla costruzione di esempi concreti e alla risoluzione di esercizi aventi diversi gradi di difficoltà (a partire da semplici esercizi di applicazione delle definizioni e dei risultati illustrati nel corso fino a esercizi che richiedono la capacità di sviluppare in modo originale concetti appresi nel corso).

Descrizione secondo i 5 Descrittori di Dublino
? 1. Conoscenza e capacità di comprensione

Lo studente acquisirà una comprensione approfondita dei fondamenti teorici dell’analisi di Fourier, con particolare attenzione alla convergenza (puntuale, uniforme, in media) di serie e integrali di Fourier, alla trasformata discreta di Fourier (DFT) e all’algoritmo FFT. Saranno inoltre trattati elementi di propagazione delle onde sonore e modellizzazione dei segnali, con riferimenti alle applicazioni in ambito musicale e fisico. Tali contenuti saranno presentati con rigore matematico, e collocati in un contesto più ampio di analisi armonica.
? 2. Conoscenza e capacità di comprensione applicate

Lo studente sarà in grado di applicare i concetti e i risultati teorici appresi all’analisi e alla sintesi di segnali, alla risoluzione di problemi complessi, e alla costruzione di modelli matematici anche in contesti interdisciplinari (fisica,

elaborazione del suono, ingegneria). Sarà in grado di sviluppare e implementare algoritmi di trasformata di Fourier in casi pratici, con attenzione sia agli aspetti computazionali che concettuali.
? 3. Autonomia di giudizio

Lo studente svilupperà capacità critiche nel valutare la validità e i limiti delle tecniche dell'analisi armonica, distinguendo tra modelli ideali e scenari reali. Sarà in grado di selezionare strumenti teorici adeguati a problemi specifici, anche in contesti non standard, e riflettere sull'adeguatezza delle ipotesi matematiche utilizzate.
? 4. Abilità comunicative

Lo studente sarà in grado di comunicare in modo chiaro, rigoroso ed efficace i concetti matematici dell'analisi armonica, sia a interlocutori specialisti sia a interlocutori di ambiti affini (ad esempio in ambito musicale, fisico o ingegneristico). Sarà in grado di redigere relazioni tecniche e di presentare argomenti teorici e applicativi, anche con l'ausilio di strumenti digitali.
? 5. Capacità di apprendere

Il corso fornirà le competenze necessarie per proseguire autonomamente l'approfondimento dell'analisi armonica e delle sue applicazioni, ad esempio verso lo studio della trasformata di Fourier generalizzata, delle distribuzioni temperate, dell'analisi spettrale e dell'elaborazione digitale dei segnali. Lo studente sarà in grado di affrontare testi specialistici e articoli di ricerca, e di utilizzare la conoscenza acquisita come base per studi futuri o attività di ricerca.

Contenuti sintetici

Fondamenti di Analisi di Fourier in una variabile (serie e trasformata di Fourier). Applicazioni all'analisi del segnale e, in particolare, alla musica.

Programma esteso

- Sistemi ortonormali e criterio di Vitali-Dalzell
- Proprietà elementari delle serie di Fourier in una variabile. Convergenza in media e puntuale (il test di Dini e il Teorema di Jordan). Medie di Cesaro e loro convergenza puntuale. Applicazione alla corda vibrante
- Analisi di Fourier nel disco unitario del piano e applicazioni alle onde stazionarie del tamburo
- La trasformata di Fourier in una variabile. Lo spazio di Schwarz. Formula di inversione e formula di Plancherel.
- Trasformata di Fourier in più variabili. L'equazione delle onde e la propagazione del suono. Risoluzione dei problemi di Cauchy relativi. Medie sferiche.
- Le trasformate di Fourier discreta e veloce.
- Teorema di Paley-Wiener, formula di sommazione di Poisson e teorema del campionamento.
- La trasformata di Gabor e gli spettrogrammi
- Applicazioni alla musica e alla digitalizzazione del suono.

Prerequisiti

Per poter seguire con profitto il corso, lo studente deve conoscere i contenuti usualmente propri dei corsi di Analisi I-II e algebra lineare: calcolo per funzioni di più variabili reali, convergenza puntuale e uniforme di serie di funzioni, integrale di Lebesgue, calcolo matriciale. E' utile una buona conoscenza delle proprietà fondamentali dello spazio

L2, delle teorie elementari degli spazi di Hilbert e delle funzioni olomorfe.

Gli studenti non in possesso dei requisiti sopra elencati sono invitati a contattare tramite posta elettronica il docente, che provvederà a dare indicazioni bibliografiche utili a colmare le lacune e a fornire eventuale ulteriore supporto.

Modalità didattica

56 ore di lezione svolte in modalità erogativa, in presenza (8 cfu), con uso di lavagna.

Parte delle ore sarà dedicata all'illustrazione dei principali risultati della teoria; la rimanente parte sarà dedicata alla risoluzione di problemi, in precedenza assegnati, di applicazione della teorla svolta.

Il corso è previsto in lingua italiana.

Materiale didattico

Sono disponibili sulla piattaforma e-learning le dispense del corso redatte dal docente che contengono tutto il materiale che sarà illustrato a lezione nonché numerosi problemi, alcuni dei quali tratti da temi d'esame degli anni precedenti.

Approfondimenti di aspetti della teoria si possono trovare nei testi seguenti:

- Stein-Shakarchi, Fourier Analysis, Princeton University Press
- Steiglitz, A Digital Signal Processing Primer, Princeton University Press
- D. Benson, Music: a Mathematical Offering, disponibile gratuitamente all'indirizzo https://homepages.abdn.ac.uk/d.j.benson/pages/html/music.pdf

Periodo di erogazione dell'insegnamento

II semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

E' prevista una prova in itinere, che sarà valutata con gli stessi criteri, descritti qui sotto, delle prove scritte.
Prova scritta, contenente domande di carattere teorico (dimostrazioni di parte dei risultati discussi a lezione) e problemi di applicazione della teoria, sovente di tipo simile a quelli illustrati durante le esercitazioni. Una valutazione sufficiente dell'elaborato presuppone che sia la valutazione delle conoscenze teoriche richieste, sia quella delle abilità necessarie allo svolgimento degli esercizi di applicazione della teoria risultino sufficienti. Le votazioni delle due parti dello scritto concorreranno in ugual misura alla votazione finale.

La valutazione terrà conto dell'esattezza delle risposte, della chiarezza espositiva e della proprietà di linguaggio matematico utilizzato.

Orario di ricevimento

Su appuntamento.

Sustainable Development Goals

ISTRUZIONE DI QUALITÁ