



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

## SYLLABUS DEL CORSO

### Higher Analysis

2526-1-F4002Q014

---

#### Obiettivi

Obiettivi formativi secondo i Descrittori di Dublino:

##### **Conoscenza e capacità di comprensione**

Lo studente acquisirà una solida comprensione teorica dei concetti fondamentali della teoria delle funzioni a variazione limitata e delle funzioni assolutamente continue in una dimensione, delle distribuzioni (nel senso di Schwartz) e degli spazi di Sobolev. Tali conoscenze si estendono a esempi significativi e contesti applicativi, anche trasversali rispetto ad altre aree della matematica.

##### **Conoscenza e capacità di comprensione applicate**

Lo studente sarà in grado di applicare le conoscenze acquisite alla modellizzazione e alla risoluzione di problemi concreti in ambito matematico, inclusi contesti legati all'analisi numerica, alla fisica matematica e alla probabilità. Sarà in grado di sviluppare dimostrazioni rigorose e costruire esempi significativi, anche in ambito interdisciplinare.

##### **Autonomia di giudizio**

Attraverso la riflessione sui contenuti teorici e pratici del corso, lo studente svilupperà capacità critiche nell'analisi di problemi avanzati, sapendo valutare la rilevanza e i limiti degli strumenti dell'analisi moderna in diversi contesti applicativi.

##### **Abilità comunicative**

Lo studente sarà in grado di comunicare in modo chiaro, preciso e coerente contenuti matematici di livello avanzato, sia in forma scritta che orale. Saprà presentare argomentazioni teoriche e discutere applicazioni in ambiti matematici e scientifici affini, anche a interlocutori non specialisti.

##### **Capacità di apprendimento**

Il corso contribuirà a sviluppare la capacità di apprendimento autonomo, favorendo l'acquisizione di strumenti concettuali e tecnici che lo studente potrà impiegare nell'approfondimento individuale, nella preparazione della tesi magistrale e nell'eventuale proseguimento degli studi in ambito di ricerca.

## Contenuti sintetici

Funzioni a variazione limitata. Funzioni assolutamente continue. Elementi di teoria delle distribuzioni. Spazi di Sobolev. Problemi ellittici del secondo ordine.

## Programma esteso

### **Funzioni a variazione limitata. Funzioni assolutamente continue.**

Funzioni a variazione limitata e loro caratterizzazione. Il teorema di ricoprimento di Vitali. Derivabilità quasi ovunque delle funzioni monotone. Le funzioni assolutamente continue. Caratterizzazione delle funzioni assolutamente continue come integrali di funzioni sommabili.

### **Elementi di teoria delle distribuzioni.**

Definizioni e esempi. Le derivate di una distribuzione. Convergenza di distribuzioni. Operazioni con le distribuzioni.

### **Spazi di Sobolev.**

Motivazioni, definizioni e proprietà. Teorema di Morrey. Disuguaglianza di Sobolev. Immersioni di Sobolev. Operatori di prolungamento. Operatori di traccia.

### **Problemi ellittici del secondo ordine.**

Lemma di Lax-Milgram. Problemi ellittici del secondo ordine: formulazione variazionale, esistenza di soluzioni. Disuguaglianza di Poincaré. Disuguaglianza di Poincaré-Wirtinger. Problemi ellittici con condizioni al bordo di Neumann.

## Prerequisiti

Calcolo in più variabili, algebra lineare, fondamenti di spazi di Hilbert e di spazi  $L^p$ .

## Modalità didattica

56 ore di lezione svolte in modalità erogativa, in presenza (8 cfu).

Corso erogato in lingua inglese.

## Materiale didattico

- Dispense disponibili sulla pagina e-learning del corso.
- A. Bressan. *Lecture Notes on Functional Analysis*. American Mathematical Society, 2013.
- H. Brezis. *Functional analysis, Sobolev spaces and partial differential equations*. Springer Science & Business Media, 2010.
- L.C. Evans. *Partial differential equations*, American Mathematical Society, 1998.

- G. Leoni. *A First Course in Sobolev Spaces. Second Edition*, American Mathematical Society, 2017.

## **Periodo di erogazione dell'insegnamento**

I semestre.

## **Modalità di verifica del profitto e valutazione**

L'esame consiste in una prova scritta, tesa a verificare il livello delle conoscenze e la capacità di applicarle alla risoluzione di esercizi, l'autonomia di analisi e giudizio, nonché le capacità espositive acquisite dallo studente. La prova si articola in due parti: la prima parte contiene domande di carattere teorico (enunciati, dimostrazioni, definizioni, esempi/controesempi discussi a lezione), mentre la seconda richiede di risolvere esercizi di applicazione della teoria. Le due parti concorrono in egual misura alla determinazione del voto complessivo finale.

## **Orario di ricevimento**

Su appuntamento.

## **Sustainable Development Goals**

---