

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

COURSE SYLLABUS

Representation Theory

2526-1-F4002Q025

Obiettivi

Il corso ha lo scopo di presentare i contenuti, i metodi fondamentali e alcune applicazioni della teoria 'classica' delle rappresentazioni dei gruppi finiti. Sarà posta enfasi sulla comprensione del percorso teorico e sull'esercizio dello spirito critico da parte degli studenti.

I risultati di apprendimento attesi comprendono:

- Conoscenze: le conoscenze delle risultati principale della teoria delle rappresentazioni dei gruppi finiti.
- Capacità: le capacità di applicargli ad esempi concreti.

Contenuti sintetici

Anelli e A-moduli semisemplici. Rappresentazioni e moduli. Caratteri di un gruppo finito. Prodotti tensoriali di rappresentazioni. Rappresentazioni permutazionali e applicazioni. Rappresentazioni di prodotti diretti. Induzione e restrizione di rappresentazioni. Teoria di Clifford.

Programma esteso

Anelli e A-moduli semisemplici:

Richiami generali su anelli e A-moduli. Anelli e A-moduli artiniani e noetheriani. Anelli e A-moduli semisemplici. Amoduli semplici. Decomposizione di un A-modulo semisemplice in componenti isotipiche. Struttura degli anelli semisemplici. Teorema di Wedderburn. Proprietà del doppio centralizzante (DCP). Struttura degli anelli artiniani semplici.

Rappresentazioni e moduli:

L'algebra gruppale KG di un gruppo G. KG-moduli e rappresentazioni di G. Rappresentazioni completamente riducibili, teorema di Maschke. Rappresentazioni su splitting fields (KG semisemplice e split): struttura di KG . Teorema di Frobenius-Schur. Esempi di rappresentazioni complesse di gruppi finiti.

Caratteri di un gruppo finito:

Definizioni generali e proprietà elementari dei caratteri di un gruppo G. Lo spazio CF(G) delle funzioni di classe. Car K = 0 e K splitting per G: caratteri e moduli; tavola dei caratteri. Rappresentazione regolare, idempotenti ortogonali, prime relazioni di ortogonalità fra i caratteri. Caso semisemplice e split: Irr(G) è una base ortonormale di CF(G); seconde relazioni di ortogonalità fra i caratteri.

Interi algebrici e caratteri:

costanti di struttura del centro di KG. Il grado di un carattere irriducibile è un divisore dell'ordine di G. Applicazioni alla teoria dei gruppi: il p^a.q^b-teorema di Burnside. Proprietà strutturali di un gruppo deducibili dalla tavola dei caratteri. [Cenni alle rappresentazioni dei gruppi compatti.] Prodotti tensoriali di rappresentazioni: Generalità sui prodotti tensoriali di moduli. Prodotti tensoriali di rappresentazioni, prodotti di caratteri. L'anello dei caratteri virtuali. Teorema di Burnside-Brauer. Applicazioni al conteggio di involuzioni, teorema di Brauer-Fowler e sue conseguenze. Rappresentazioni permutazionali e applicazioni: Richiami sui gruppi di permutazioni. Azioni su classi di coniugio e caratteri. Lemma permutazionale di Brauer. Caratteri reali. Rappresentazioni di prodotti diretti: Caratteri irriducibili di un prodotto diretto. Applicazione: teorema di Burnside sul grado di un carattere. Induzione e restrizione di rappresentazioni, teoria di Clifford. Rappresentazioni indotte da sottogruppi. Caratteri indotti. Proprietà dell'induzione, legge di reciprocità di Frobenius e sue applicazioni. Restrizione di una rappresentazione a un sottogruppo normale: teoria di Clifford. Gruppo d'inerzia di una rappresentazione; corrispondenza di Clifford. Teorema di Ito.

Prerequisiti

Sono prerequisiti i contenuti standard di un corso annuale di algebra (Algebra I e Algebra II), e qualche conoscenza ulteriore di teoria dei campi.

Modalità didattica

56 ore di lezione svolte in modalità erogativa tenuto in inglese, in presenza (8 cfu), con uso di lavagna.

Materiale didattico

- C. W. Curtis and I. Reiner, Representation Theory of Finite Groups and Associative Algebras, Wiley Interscience 1962.
- C. W. Curtis and I. Reiner, Methods of Representation Theory I, Wiley 1981.
- L. Dornhoff, Group Representation Theory, Marcel Dekker 1971.

B. Huppert, Character Theory of Finite Groups, de Gruyter 2011.

I.M. Isaacs, Character theory of finite groups, Academic Press 1976

Periodo di erogazione dell'insegnamento

1° semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

L'esame è orale e consiste di un colloquio con valutazione in trentesimi. Si articola in una serie di quesiti orali volti a verificare la conoscenza e la padronanza da parte dello studente degli snodi teorici e dei teoremi con relative dimostrazioni svolti a lezione.

Orario di ricevimento

Su appuntamento.

Sustainable Development Goals

ISTRUZIONE DI QUALITÁ