UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

SYLLABUS DEL CORSO

Metodi Numerici Avanzati per Equazioni alle Derivate Parziali

2526-1-F4002Q020

Obiettivi

Coerentemente con gli obiettivi formativi del Corso di Studio, l'insegnamento si propone di fornire allo studente conoscenze di alcune importanti tematiche avanzate riguardanti il metodo degli elementi finiti, costruendo una forte base teorica e anche un senso critico applicativo. Verranno altresì fornite le competenze necessarie a comprendere, analizzare e confrontare i vari metodi proposti, nonché implementarli e utilizzarli al calcolatore.

Il corso è previsto in lingua italiana ma potrebbe essere tenuto in lingua inglese in presenza di studenti stranieri.

Obiettivi formativi secondo i 5 Descrittori di Dublino.

1. Conoscenza e capacità di comprensione
   Lo studente acquisirà una conoscenza avanzata dei metodi numerici per la risoluzione di equazioni alle derivate parziali, con particolare enfasi sul metodo degli elementi finiti. Verranno approfonditi sia aspetti teorici, come la stabilità e la convergenza, sia aspetti modellistici legati a problemi parabolici non stazionari e formulazioni miste, fondamentali in numerose applicazioni scientifiche e ingegneristiche.

2. Capacità di applicare conoscenza e comprensione
   Lo studente sarà in grado di utilizzare consapevolmente i metodi numerici studiati per risolvere problemi complessi derivanti da modelli reali, implementandoli in un ambiente di calcolo (come MATLAB). Sarà inoltre in grado di confrontare criticamente diversi approcci numerici.

3. Autonomia di giudizio
   Il corso stimola lo sviluppo di capacità autonome di analisi e valutazione dei metodi numerici per PDE, favorendo un approccio critico alla selezione e interpretazione delle soluzioni numeriche. Gli studenti saranno in grado di analizzare i punti di forza e di debolezza dei metodi e di scegliere quelli più idonei.

4. Abilità comunicative
   Gli studenti acquisiranno la capacità di comunicare in modo chiaro ed efficace risultati teorici e computazionali, sia attraverso presentazioni orali che in forma scritta. Saranno incoraggiati a utilizzare una

terminologia precisa, sia in ambito matematico che computazionale, anche in contesti interdisciplinari.

5. Capacità di apprendimento
   Al termine del corso, gli studenti avranno sviluppato le competenze necessarie per proseguire lo studio in modo autonomo, affrontando nuove metodologie numeriche per le PDE, inclusi temi di ricerca avanzata e di interesse applicativo.

Contenuti sintetici

Il corso tratta l'approssimazione di problemi alle derivate parziali col metodo degli elementi finiti, e può essere considerato uno stadio successivo e più avanzato rispetto al corso "Approssimazione di Equazioni Differenziali" dello stesso corso di laurea. In particolare, si tratterà il problema del calore non-stazionario (con dipendenza anche dal tempo) e problemi con una formulazione detta mista, che giocano un ruolo fondamentale in molte applicazioni (come in fluidodinamica, in problemi di diffusione in mezzi porosi o in elettromagnetismo). Parte del corso sarà svolta in laboratorio informatico (MATLAB).

Programma esteso

Breve ripasso dei concetti e delle nozioni fondamentali del metodo agli elementi finiti, nonché dei risultati principali nel caso di problemi ellittici stazionari. Il problema modello del calore non-stazionario, discretizzazione in spazio con elementi finiti, discretizazzione in tempo (con differenze finite), analisi teorica del metodo, implementazione al calcolatore. Analisi a posteriori del errore per il problema della diffusione stazionario, analisi teorica, implementazione al calcolatore, algoritmo adattivo. Problemi in forma mista. Il problema di Stokes come esempio modello, discretizzazione e problematiche, teoria generale dei metodi misti, alcuni elementi specifici per Stokes e loro analisi, generalizzazioni, implementazione al calcolatore. Il problema della diffusione in forma mista, discretizzazione, analisi teorica, alcuni elementi specifici, generalizzazioni, implementazione. Il problema di Navier-Stokes e sua discretizzazione con elementi finiti. Possibili ulteriori argomenti, come problemi nell'ambito dell'elettromagnetismo, potranno essere trattati a fine corso.

Prerequisiti

Oltre alle normali conoscenze della laurea triennale in matematica, è richiesto di avere seguito il Corso "Metodi Numerici per Equazioni alle Derivate Parziali" e di possedere (ad esempio avendo seguito il Corso "Analisi Superiore") nozioni di base di Analisi Funzionale. Il corso avrà una forte componente teorica.

Modalità didattica

Didattica di tipo erogativo.
Lezioni alla lavagna e in laboratorio informatico.

Materiale didattico

- D. Braess, “Finite Elements: theory, fast solvers, and applications in solid mechanics”, Cambridge University Press (alternativa: P.Ciarlet “The finite element method for elliptic problems” oppure S.Brenner e R.Scott, “The mathematical theory of finite element methods”)
- D. Boffi, F. Brezzi, M. Fortin, “Mixed finite element methods and applications”, Springer
- V. Thomee, “Galerkin Finite Element Methods for Parabolic Problems”, Springer

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Primo semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

L' esame di compone di un singolo orale, diviso in due parti. In una prima parte si discuterà un progetto di laboratorio matlab, che lo studente deve portare all'esame scegliendolo tra quelli proposti dal docente alla fine del corso. Gli studenti dovranno dividersi in gruppi da 1-3 persone per lo svolgimento del progetto (è dunque consentito sia lavorare individualmente che in squadra, la discussione essendo comunque individuale). La seconda parte di tratta di un esame orale su tutte le tematiche svolte nel corso, per verificare se lo studente ha acquisito la conoscenza critica e operativa delle definizioni, dei risultati e delle loro dimostrazioni. Il peso relativo delle due parti, progetto e parte teorica, è circa del 40% e 60%, rispettivamente.

Non sono previste prove in itinere.

Orario di ricevimento

Su appuntamento via email.

Sustainable Development Goals