UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

# SYLLABUS DEL CORSO

## Analisi Reale ed Equazioni Differenziali

**2526-1-F4002Q003**

### Obiettivi

**Conoscenza e capacità di comprensione**
Il corso fornisce una solida conoscenza teorica delle equazioni alle derivate parziali (EDP) lineari, con elementi introduttivi alle equazioni non lineari, e sviluppa la comprensione dei principali risultati analitici, metodi e tecniche dimostrative nell'ambito dell'analisi matematica avanzata.

**Conoscenza e capacità di comprensione applicate**
Gli studenti saranno in grado di applicare i concetti teorici appresi alla risoluzione di esercizi, allo studio di modelli e alla formulazione rigorosa di problemi differenziali, anche in ambiti interdisciplinari.

**Autonomia di giudizio**
Il corso stimola lo sviluppo della capacità critica e dell'autonomia nella valutazione dei metodi analitici più appropriati per affrontare problemi di tipo modellistico e teorico, nonché nella validazione dei risultati ottenuti.

**Abilità comunicative**
Gli studenti acquisiranno la capacità di esporre con chiarezza e rigore argomenti e dimostrazioni relative all'analisi reale e alle EDP, utilizzando il linguaggio matematico formale sia in forma scritta che orale.

**Capacità di apprendere**
Il corso promuove l'acquisizione di un metodo di studio autonomo e avanzato, necessario per affrontare la letteratura specialistica e proseguire in attività di ricerca o in contesti applicativi ad alto contenuto scientifico.

### Contenuti sintetici

Teoria spettrale per operatori autoaggiunti e compatti. Equazioni ellittiche: regolarità, principi del massimo, autovalori e autofunzioni del Laplaciano. Integrale di Bochner. Equazioni alle derivate parziali di tipo parabolico:

soluzioni deboli, metodo di Galerkin, stime dell'energia e principio del massimo. Introduzione alla teoria dei semigruppi di evoluzione in spazi di Banach.

## Programma esteso

**Equazioni ellittiche del secondo ordine:** regolarità delle soluzioni deboli, principi del massimo debole e forte.
**Teoria spettrale**: operatori aggiunti, autoaggiunti, compatti, spettro. Spettro di un operatore compatto. Teorema dell'alternativa di Fredholm. Teorema di decomposizione spettrale per operatori compatti autoaggiunti. Autovalori e autofunzioni del Laplaciano.
**Integrale di Bochner:** Definizione, principali caratteristiche e spazi di Sobolev definiti tramite l'integrale di Bochner.
**Equazioni di tipo parabolico**: Soluzioni deboli per equazioni paraboliche del secondo ordine. Metodo di Galerkin. Stime dell'energia, esistenza e unicità di soluzioni deboli. Principio del massimo. Rappresentazione delle soluzioni dell'equazione del calore tramite le autofunzioni del laplaciano.
**Introduzione alla teoria dei semigruppi di evoluzione in spazi di Banach**: Semigruppi uniformemente continui e fortemente continui, prime proprietà e loro generatori. Insieme risolvente e operatore risolvente. Semigruppi di contrazioni e proprietà dei loro generatori. Il teorema di Hille-Yosida.

## Prerequisiti

Spazi di Banach e di Hilbert, spazi **L**?, loro duali e rispettive proprietà, spazi di Sobolev e teoremi di immersione.

## Modalità didattica

56 ore di lezione svolte in modalità erogativa in presenza (8 cfu)

Corso erogato in lingua italiana con possibilità di erogazione in lingua inglese in caso di richiesta/presenza di studenti stranieri.

## Materiale didattico

- A. Bressan. Hyperbolic systems of conservation laws: the one-dimensional Cauchy problem. Vol. 20. Oxford University Press on Demand, 2000.
- A. Bressan. Lecture Notes on Functional Analysis. With applications to linear partial differential equations. American Mathematical Society, 2013.
- H. Brezis. Functional analysis, Sobolev spaces and partial differential equations. Springer Science and Business Media, 2010.
- L. C. Evans, Partial Differential Equations, AMS Graduate Studies in Mathematics, Vol.19. Second Edition, Providence 2010.
- D. Gilbarg, N. S. Trudinger, Elliptic partial differential equations of second order, Reprint of the 1998 edition. Classics in Mathematics. Springer-Verlag, Berlin, 2001.

Pagina del corso: https://elearning.unimib.it/course/view.php?id=62151

## Periodo di erogazione dell'insegnamento

Secondo semestre.

## Modalità di verifica del profitto e valutazione

L'esame consiste in una prova scritta e in una sua discussione orale.

La prova scritta consiste in un breve saggio. Verrà richiesto di svolgere due temi su quattro proposti, uno riguardante la prima parte del corso e uno riguardante la seconda, con due ore di tempo a disposizione. L’esposizione dovrà essere precisa, dettagliata, esauriente e coerente con il tema svolto e dovrà contenere alcune tra le dimostrazioni più significative. Verrà valutata la capacità di presentare una selezione di dimostrazioni e, soprattutto, la conoscenza critica e operativa delle definizioni e dei risultati presentati durante il corso, anche mediante l’illustrazione di esempi e controesempi.

La discussione orale si terrà qualche giorno dopo la prova scritta e consisterà in una breve discussione e correzione della prova scritta e verificherà la padronanza degli argomenti riportati nell’elaborato. Non verranno chiesti altri argomenti o dimostrazioni al di fuori dei due temi svolti.

Voto finale in trentesimi.

## Orario di ricevimento

Su appuntamento.

## Sustainable Development Goals

ISTRUZIONE DI QUALITÁ