UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

# SYLLABUS DEL CORSO

# Functional Analysis

**2526-1-F4002Q007**

## Obiettivi

Coerentemente con gli obiettivi formativi del corso di studio, l'insegnamento si propone di fornire allo studente le conoscenze riguardanti i fondamenti dell'Analisi Funzionale. Verranno altresì fornite le competenze necessarie a comprendere e analizzare le principali tecniche e i metodi dimostrativi connessi alla teoria, e le abilità utili ad applicarle per affrontare problemi in diversi ambiti della matematica. Particolare enfasi verrà posta sulla risoluzione di problemi da parte degli studenti.

**Obiettivi formativi*
**
***1. Conoscenza e capacità di comprensione***
*Lo studente acquisirà una conoscenza chiara e sistematica dei principali concetti dell'analisi funzionale, in particolare riguardo all'analisi su spazi localmente compatti di Hausdorff, spazi di funzioni continue e Lp, topologia deboli e debole* (debole stella), compattezza nelle topologie deboli e teoremi di rappresentazione di Riesz.
**2. Capacità di applicare conoscenza e comprensione**
Lo studente sarà in grado di applicare i metodi appresi alla risoluzione di esercizi e problemi, in contesti di difficoltà variabile, mostrando padronanza delle tecniche di problem solving e comprensione delle strutture matematiche di base.
**3. Autonomia di giudizio**
Lo studente svilupperà la capacità di comprendere e valutare criticamente definizioni, enunciati e dimostrazioni, riconoscendo gli strumenti concettuali più adatti per l'analisi e la risoluzione dei problemi proposti.
**4. Abilità comunicative**
Lo studente saprà esporre i concetti fondamentali del corso con chiarezza e rigore, utilizzando correttamente il linguaggio matematico.
**5. Capacità di apprendimento**
Lo studente svilupperà le competenze necessarie per proseguire in autonomia lo studio dell'analisi, con capacità di consultazione di testi scientifici, risorse online e risorse didattiche adeguate.

## Contenuti sintetici

Spazi localmente compatti di Hausdorff. Spazi di funzioni continue e Lp, topologia deboli e debole* (debole stella). Compattezza nelle topologie deboli. Teoremi di rappresentazione di Riesz.

## Programma esteso

Spazi metrici, spazi vettoriali normati, compattezza della bolla chiusa e dimensione.

Spazi di funzioni continue, e compattezza tramite il Teorema di Ascoli-Arzelà.

Funzionali lineari e topologia debole su uno spazio normato. Funzionali subadditivi positivamente omogenei. Forma generale del Teorema di Hahn-Banach. Convessità e separazione mediante iperpiani.

Topologia debole* (debole stella). Biduale ed embedding di James. Il Teorema di Banach-Alaoglu: compattezza debole* della palla chiusa nel duale.

Cenni alla riflessività degli spazi di Banach e uniforme convessità.

## Prerequisiti

Elementi di teoria dell'integrazione astratta, elementi di teoria degli spazi L?, elementi di topologia generale. Conoscenze di base sugli spazi di Banach e sugli spazi di Hilbert. Abilità di problem-solving in matematica.

## Modalità didattica

56 ore di lezione, 8 CFU. Didattica erogativa e interattiva, in presenza e mista.

Le lezioni frontali sono organizzate per introdurre i principali concetti teorici, presentare le principali idee nella dimostrazione dei teoremi e analizzare esplicitamente esempi/problemi. Durante il corso saranno assegnati degli esercizi da svolgere in autonomia con lo scopo di allenare le proprie capacità di problem solving, e di approfondire qualche aspetto della teoria. Lezioni in video corredate da attività online per facilitare e testare la comprensione dei concetti potranno essere previste durante l'anno.

Il corso è previsto in lingua inglese.

## Materiale didattico

### Referenze bibliografiche


- H. Brezis. Functional analysis, Sobolev spaces and partial differential equations. Universitext. Springer, New York, 2011
- G.B. Folland. Real analysis. Modern techniques and their applications. A Wiley-Interscience Publication.

John Wiley & Sons, Inc., New York, 1999.
- W. Rudin. Real and complex analysis. McGraw-Hill Book Co., New York, third edition, 1987
- T. Bühler and D. A. Salamon. Functional analysis. Graduate Studies in Mathematics, volume 191. AMS, Providence, RI, 2018

**Ulteriore materiale**

Sulla pagina E-Learning del corso verranno distribuiti i seguenti documenti:

- Alcune note del corso, o collegamenti a materiale online
- Esercizi e problemi.

## Periodo di erogazione dell'insegnamento

Primo semestre.

## Modalità di verifica del profitto e valutazione

L'esame sarà scritto, con orale facoltativo. Non sono previste prove in itinere. La parte scritta consisterà nella risoluzione di esercizi/problemi, con lo scopo di testare la comprensione degli studenti sul programma del corso e le loro abilità di problem-solving.

L'orale è facoltativo (a richiesta dello studente o del docente), e consisterà in un colloquio sullo scritto e nella risoluzione di ulteriori esercizi/problemi. Senza l'esame orale non è possibile verbalizzare un voto maggiore o uguale al 28.

## Orario di ricevimento

Su appuntamento (da concordare via e-mail).

## Sustainable Development Goals

ISTRUZIONE DI QUALITÁ