UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

# SYLLABUS DEL CORSO

## Geometria e Fisica

**2526-1-F4002Q010**

### Obiettivi

Il corso si propone di fornire gli strumenti matematici e di presentare l'apparato concettuale che servono a comprendere la formulazione del campo gravitazionale di Einstein. Gli stessi strumenti matematici verranno utilizzati nella seconda parte del corso per discutere alcuni aspetti geometrici della teoria dei sistemi integrabili.

I risultati di apprendimento attesi includono:

- La padronanza del calcolo tensoriale.
- La conoscenza dei concetti di base della teoria della relatività generale.
- La conoscenza dei concetti di base della teoria dei sistemi integrabili di tipo idrodinamico.

Il corso mira a fornire agli studenti l'autonomia sufficiente per poter comprendere testi scientifici avanzati sulla relatività generale e sulla teoria moderna dei sistemi integrabili. Al termine del corso gli studenti saranno in grado di preparare un seminario su alcuni argomenti più avanzati non trattati nel corso.

### Contenuti sintetici

Richiami di relatività ristretta.

Calcolo tensoriale. Metriche, connessioni e curvatura

Elementi di relatività generale: Principio di equivalenza. Spazio tempo curvo. Equazioni di Einstein.

Sistemi di tipo idrodinamico. Parentesi di Poisson geometrico differenziali. Fasci di metriche piatte, strutture bihamiltoniane ed equazioni WDVV.

## Programma esteso

- Metriche riemanniane e pseudo-riemanniane. Lo spazio-tempo di Minkowski. Trasformazioni di Lorentz.
- Breve richiamo di teoria delle superfici. Prima e seconda forma fondamentale. Teorema egregio di Gauss. Equazioni di Gauss Peterson Mainardi Codazzi. Varietà riemanniane e pseudo-riemanniane.
- Tensori: teoria algebrica. Operazioni algebriche sui tensori. Derivata di Lie di un tensore. Tensori su varietà riemanniane e pseudo-riemanniane. Processo di alzare e abbassare gli indici. Derivata covariante. Connessione di Levi-Civita. Trasporto parallelo e curvatura. Geodetiche e deviazione geodetica.
- Elementi di relatività generale: Principio di equivalenza. Spazio tempo curvo. Equazioni di Einstein.
- Sistemi di tipo idrodinamico. Invarianti di Riemann. Condizioni di integrabilità e metodo dell'odografo generalizzato.
- Parentesi di Poisson geometrico differenziali. Strutture bihamiltoniane e fasci di metriche piatte. Un esempio importante: lo spazio delle orbite di un gruppo di Coxeter e le soluzioni polinomiali delle equazioni di WDVV.

## Prerequisiti

Sono necessarie le nozioni dei corsi di Analisi I e II, Algebra lineare e Geometria, Fisica I e II e Sistemi Dinamici e Meccanica Classica della laurea triennale. Possono essere utili anche se non sono necessarie quelle presentate nei corsi di Fisica Matematica (per la seconda parte del corso) e Geometria III (per la prima parte del corso) .

## Modalità didattica

56 ore di lezione svolte in modalità erogativa, in presenza (8 cfu).
Il corso è previsto in lingua italiana ma potrebbe essere tenuto in lingua inglese in presenza di studenti stranieri.

## Materiale didattico

Capitoli scelti da:

- B.A. Dubrovin, A.T. Fomenko, S.P. Novikov, "Geometria contemporanea, voliume 1", Editori riuniti.
- R. d'Inverno, "Introduzione alla Relatività di Einstein", CLUEB.
- N.M.J. Woodhouse, "General Relativity", Springer Undergraduate Mathematics Series.

## Periodo di erogazione dell'insegnamento

Primo semestre.

## Modalità di verifica del profitto e valutazione

L'esame consiste in una prova orale, nella quale si richiede la conoscenza degli argomenti svolti a lezione e la capacità di illustrarne il contenuto mediante esempi significativi. Oltre alla conoscenza dei contenuti teorici del corso verrà valutata la capacità di presentarli in modo ben strutturato e chiaro. Uno degli argomenti della parte finale del corso (relatività generale o sistemi integrabili) potrà essere sostituito da una relazione scritta ed un seminario su un argomento concordato con il docente tra una lista di argomenti di approfondimento di relatività generale e sistemi integrabili. La durata complessiva dell'esame orale è di circa 90 minuti incluso l'eventuale seminario (di circa 45 minuti). Non vi saranno prove parziali durante lo svolgimento del corso.

## Orario di ricevimento

Su appuntamento.

## Sustainable Development Goals

ISTRUZIONE DI QUALITÁ