UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

# SYLLABUS DEL CORSO

## Algebra Lineare

**2526-1-E4103B001**

---

### Obiettivi formativi

L'obiettivo del corso è quello di presentare i risultati di base dell'algebra lineare che sono fondamentali e propedeutici per altri insegnamenti del corso di laurea triennale.

In particolare, gli obiettivi formativi descritti nei termini dei **Descrittori di Dublino**, saranno:

1. Conoscenza e capacità di comprensione (**knowledge and understanding**): Lo studente acquisirà una conoscenza chiara e sistematica dei principali concetti di algebra lineare: rappresentazione di spazi vettoriali, sistemi di generatori e basi, applicazioni lineari e loro relazione con matrici e sistemi lineari, numeri complessi, proiezioni ortogonali, ruolo degli autovalori e autovettori di una matrice
2. Capacità di applicare conoscenza e comprensione (**applying knowledge and understanding**): Lo studente sarà in grado di applicare i metodi appresi alla risoluzione di esercizi e problemi, anche in contesti applicativi semplici, mostrando padronanza delle tecniche di calcolo e comprensione delle strutture matematiche di base. Saprà studiare applicazioni lineari mediante la teoria delle matrici e dei sistemi lineari, determinare la miglior approssimazione di un elemento di uno spazio vettoriale tra gli elementi di un suo sottospazio, applicare la procedura di diagonalizzazione di matrici
3. Autonomia di giudizio (**making judgements**): Lo studente svilupperà la capacità di comprendere e valutare criticamente definizioni, enunciati e dimostrazioni, riconoscendo gli strumenti concettuali più adatti per l'analisi e la risoluzione dei problemi proposti.
4. Abilità comunicative (**communication skills**): Lo studente saprà esporre i concetti fondamentali del corso con chiarezza e rigore, utilizzando correttamente il linguaggio matematico.
5. Capacità di apprendere (**learning skills**): Lo studente svilupperà le competenze necessarie per proseguire in autonomia lo studio dell'algebra lineare, con capacità di consultazione di testi scientifici e risorse didattiche adeguate.

L'insegnamento consente allo studente di acquisire solide basi nell'uso della algebra lineare necessarie in qualsiasi contesto lavorativo e che rappresentano una base imprescindibile per il proseguimento del percorso universitario

## Contenuti sintetici

1. Sistemi di equazioni lineari.
2. Matrici e operazioni tra matrici.
3. Spazi vettoriali.
4. Trasformazioni lineari.
5. Spazi vettoriali con prodotto scalare interno.
6. Numeri complessi e teorema fondamentale dell'algebra.
7. Lo spettro di una applicazione lineare.
8. Diagonalizzazione di matrici e applicazioni lineari.
9. Forme quadratiche e segnatura.

## Programma esteso

Operazioni di somma e prodotto per scalari di vettori di R^n e tra matrici. Moltiplicazione tra matrici. Sistemi di equazioni lineari, numero di soluzioni, metodo di risoluzione di Gauss, matrice completa e incompleta associata ad un sistema lineare. Sistemi lineari omogenei e sistemi lineari non omogenei. Definizione astratta di spazio vettoriale. Definizione di sottospazio vettoriale. Intersezione di sottospazi vettoriali e somma di sottospazi vettoriali. Vettori linearmente dipendenti e linearmente indipendenti. Vettori generatori. Definizione di base e poi di dimensione di uno spazio vettoriale. Teoremi fondamentali su basi, vettori generatori e vettori linearmente indipendenti. Definizione di sottospazio vettoriale generato da un insieme di vettori e descrizione esplicita nel caso in cui l'insieme dei vettori sia finito. Determinante di una matrice. Definizione di applicazione lineare e sue proprietà di base. Nucleo e immagine di una funzione lineare, teorema di nullità + rango. Matrice associata ad applicazioni lineari, esempi, e proprietà di base della matrice associata ad applicazioni lineari. Discussione tra nucleo di un'applicazione lineare e nucleo della matrice associata all'applicazione lineare. Discussione tra immagine di un'applicazione lineare e lo span delle colonne della matrice associata all'applicazione lineare. Discussione della relazione tra rango di una matrice e dimensione dello span delle righe, e dimensione dello span delle colonne. Formula del cambiamento di basi per una applicazione lineare (soltanto il caso in cui il dominio coincide con il codominio). Metodo di Gauss per il calcolo della matrice inversa. Endomorfismi. Autovalori e autovettori per endomorfismi. Spettro di matrici e di applicazioni lineari. Diagonalizzazione di matrici e di applicazioni lineari. Classificazione delle forme quadratiche. Elementi sui numeri complessi.

## Prerequisiti

Non sono previsti prerequisiti.

## Metodi didattici

42 ore di lezione svolte in modalità erogativa, in presenza (6 cfu). Lezioni frontali classiche, dedicate in parte agli aspetti teorici del corso, e in parte allo svolgimento di esercizi pratici, che consentono allo studente di acquisire un metodo e un'impostazione logica nella risoluzione dei problemi. Per fare esercizi a casa e ad esame verrà usata una piattaforma informatizzata.

## Modalità di verifica dell'apprendimento

L'esame consiste in una prova scritta informatizzata più una eventuale prova orale. La prova d'esame consiste sia di esercizi simili a quelli visti nella piattaforma online di esercizi a casa, sia di quesiti a contenuto più teorico. La prova è informatizzata, ma la risposta ad alcune tipologie di domande/esercizi può essere richiesta anche su carta. La durata della prova è di 2 ore e durante non è consentito l'utilizzo di libri di testo o appunti e dispense. L'uso di calcolatrici programmabili non è consentito.

La prova orale **non** è obbligatoria per tutti.
- Gli studenti che ottengano nella prova scritta una votazione di 16 o meno dovranno tornare ad un appello successivo.
- La prova orale è *obbligatoria* per coloro che ottengano nella prova scritta una votazione compresa tra 17 e 19 (estremi inclusi).
- La prova orale è *facoltativa* per chi ottenga un voto nella prova scritta maggiore o uguale a 27: questi studenti possono scegliere se accettare una votazione di 27 oppure sostenere una prova orale al fine di ottenere una votazione maggiore (fermo restando che la prova orale, se insoddisfacente, può portare ad un abbassamento della votazione finale o ad una insufficienza). In pratica se uno studente ottiene 28 nella prova scritta può decidere di verbalizzare il voto senza sostenere la prova orale: in tal caso verrà registrato il voto 27. Altrimenti, lo studente può decidere di sostenere una prova orale: a seconda dell'andamento della prova orale il voto 28 può essere abbassato (fino ad una eventuale insufficienza), confermato, o alzato.
- Per chi prenda almeno 17 nella prova scritta: la prova orale deve essere sostenuta in tutti quei casi che venga richiesta o dal docente o dallo studente (che intenda migliorare il voto dello scritto). Ad esempio, uno studente prende 24 nella prova scritta e potrebbe quindi saltare la prova orale, ma decide di farla per migliorare il proprio voto.
- La prova orale, ove prevista, va sostenuta nello stesso appello della prova scritta. In ogni caso l’esame finisce nell’appello in cui venga svolta la prova scritta.

Durante il periodo del corso sarà possibile gli studenti potranno fare pratica sul sistema informatizzato da casa propria e, nel caso che svolgano tutti gli esercizi nel periodo previsto, potranno accumulare fino a 2 punti di bonus. Questo bonus si aggiungerà al voto dell'esame scritto, permettendo agli studenti di avere un voto migliorato nello scritto.

## Testi di riferimento

1. Schlesinger E., Algebra Lineare e Geometria, Zanichelli, 2017 (seconda edizione)
2. Fioresi R.,Morigi M., Introduzione all'Algebra Lineare, Casa Editrice Ambrosiana, 2021 (seconda edizione)
3. Appunti delle lezioni disponibili sul sito di elearning del corso.

## Periodo di erogazione dell'insegnamento

Secondo semestre (Marzo-Aprile)

## Lingua di insegnamento

Italiano

**Sustainable Development Goals**

ISTRUZIONE DI QUALITÁ