UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

SYLLABUS DEL CORSO

Mathematical Methods for Applied Physics

2627-2-E3004Q008

Obiettivi

Conoscenza e capacità di comprensione: lo studente dovrà apprendere concetti matematici fondamentali e tecniche di calcolo avanzate. In particolare, acquisirà familiarità con alcuni degli strumenti matematici fondamentali per lo studio di sistemi fisici: il calcolo differenziale e integrale nel piano complesso, operatori in spazi infinito dimensionali propedeutici per la formulazione della Meccanica Quantistica, e alcune tra le più usate trasformate integrali, quali la trasformata di Fourier e la trasformata di Laplace.
Conoscenza e capacità di comprensione applicate: lo studente dovrà essere in grado di applicare gli strumenti matematici acquisiti allo studio di sistemi fisici e loro applicazioni tecnologiche. Sarà in grado di gestire programmi avanzati di calcolo analitico.
Autonomia di giudizio: lo studente svilupperà capacità critiche e di giudizio nel saper scegliere tra gli strumenti forniti a lezione quello più appropriato per la soluzione di un determinato problema specifico.
Abilità comunicative: lo studente dovrà acquisire un linguaggio scientifico corretto e appropriato alle tematiche svolte nel corso.
Capacità di apprendere: lo studente sarà in grado di approfondire concetti specifici, non presentati durante il corso, e di proseguire in modo autonomo nello studio avanzato su testi scientifici specializzati.

Contenuti sintetici

Analisi complessa
Funzioni olomorfe
Integrali di contorno
Teorema di Cauchy
Serie di Laurent e residui
Continuazione analitica
Applicazioni al calcolo di integrali

Functional Analysis and Transforms
Spazi di Hilbert e spazi Lp
Operatori lineari, autoaggiunti e unitari
Teoria spettrale
Serie di Fourier e trasformate di Fourier
Trasformata di Laplace

Programma esteso

Analisi complessa
Il piano complesso
Funzioni complesse di variabile complessa
Funzione derivabile in C
Condizioni di Cauchy-Riemann
Funzioni olomorfe in un sottoinsieme di C
Integrazione nel piano complesso
Teoremi di Cauchy
Sviluppo in serie di Laurent
Zeri e singolarità isolate
Comportamento di una funzione nell'intorno di una singolarità isolata
Poli
Teorema di Casorati-Weierstrass per singolarità essenziali
Teorema di Liouville
Definizione di residuo
Residuo all'infinito
Calcolo dei residui
Teorema dei residui
Tecniche di calcolo di integrali sull'asse reale mediante prolungamento analitico in C
Lemma di Jordan
Prolungamento analitico e funzioni polidrome

Spazi funzionali
Richiami sugli spazi topologici, spazi metrici, spazi di Banach
Spazi lp e l?
Spazi di Hilbert
Prodotto interno e ortogonalità
Sistemi ortonormali completi
Teorema di Fischer–Riesz
Lp e L?
Esempi di sistemi ortonormali notevoli: serie di Fourier, Polinomi di Hermite, Legendre, Laguerre, funzioni di Bessels.

Operatori lineari
Operatori lineari negli spazi di Hilbert e loro proprietà
Operatori continui e limitati
Norma di un operatore
Problema spettrale, classificazione degli autovalori
Autovalori e autofunzioni di operatori autoaggiunti
Teorema di decomposizione spettrale

Trasformata di Fourier
Definizione su L1 e L2 e sue proprietà

Tecniche di calcolo di trasformate di Fourier
Applicazioni alla risoluzione di equazioni differenziali rilevanti per la fisica

Trasformata di Laplace
Definizione e sue proprietà
Trasformata inversa
Tecniche di calcolo di trasformate di Laplace
Applicazioni alla risoluzione di equazioni differenziali rilevanti per la fisica

Prerequisiti

Conoscenza dei contenuti di base degli insegnamenti di matematica del primo anno

Modalità didattica

Lezioni frontali online, sincrone e/o asincrone, supportate da sessioni di esercitazioni in presenza a Pavia.

Materiale didattico

Lecture notes e files PDF delle lezioni ed esercitazioni sono presenti nella pagina elearning del corso.
Main References
G. Cicogna, Mathematical Methods of Physics, Springer
M. R. Spiegel, Complex Variables, Schaum Outline Series
J. Bak & D. J. Newman, Complex Analysis, Springer
L. Debnath & P. Mikusi?ski, Hilbert Spaces with Applications, Elsevier
M. R. Spiegel, Fourier Analysis, Schaum Outline Series
G. Pradisi, Lectures on Mathematical Methods of Physics, Edizioni della Normale

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Secondo semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

L'esame consiste in:
un esame scritto comprensivo di tutti gli argomenti del corso (5 esercizi in 3 ore)
un esame orale obbligatorio
Gli studenti posso fare l'esame orale solo se hanno ottenuto una votazione allo scritto di almeno 15/30. L'esame deve essere completato entro sei mesi dallo scritto.

Orario di ricevimento

Per appuntamento, scrivendo a: silvia.penati@unimib.it, oppure silvia.penati@mib.infn.it

Sustainable Development Goals

ISTRUZIONE DI QUALITÁ