

SYLLABUS DEL CORSO

Mathematical Methods for Applied Physics

2627-2-E3004Q008

Obiettivi

Conoscenza e capacità di comprensione: lo studente dovrà apprendere concetti matematici fondamentali e tecniche di calcolo avanzate. In particolare, acquisirà familiarità con alcuni degli strumenti matematici fondamentali per lo studio di sistemi fisici: il calcolo differenziale e integrale nel piano complesso, operatori in spazi infinito dimensionali propedeutici per la formulazione della Meccanica Quantistica, e alcune tra le più usate trasformate integrali, quali la trasformata di Fourier e la trasformata di Laplace.

Conoscenza e capacità di comprensione applicate: lo studente dovrà essere in grado di applicare gli strumenti matematici acquisiti allo studio di sistemi fisici e loro applicazioni tecnologiche. Sarà in grado di gestire programmi avanzati di calcolo analitico.

Autonomia di giudizio: lo studente svilupperà capacità critiche e di giudizio nel saper scegliere tra gli strumenti forniti a lezione quello più appropriato per la soluzione di un determinato problema specifico.

Abilità comunicative: lo studente dovrà acquisire un linguaggio scientifico corretto e appropriato alle tematiche svolte nel corso.

Capacità di apprendere: lo studente sarà in grado di approfondire concetti specifici, non presentati durante il corso, e di proseguire in modo autonomo nello studio avanzato su testi scientifici specializzati.

Contenuti sintetici

Analisi complessa

Funzioni olomorfe

Integrali di contorno

Teorema di Cauchy

Serie di Laurent e residui

Continuazione analitica

Applicazioni al calcolo di integrali

Functional Analysis and Transforms

Spazi di Hilbert e spazi L_p

Operatori lineari, autoaggiunti e unitari

Teoria spettrale

Serie di Fourier e trasformate di Fourier

Trasformata di Laplace

Programma esteso

Analisi complessa

Il piano complesso

Funzioni complesse di variabile complessa

Funzione derivabile in \mathbb{C}

Condizioni di Cauchy-Riemann

Funzioni olomorfe in un sottoinsieme di \mathbb{C}

Integrazione nel piano complesso

Teoremi di Cauchy

Sviluppo in serie di Laurent

Zeri e singolarità isolate

Comportamento di una funzione nell'intorno di una singolarità isolata

Poli

Teorema di Casorati-Weierstrass per singolarità essenziali

Teorema di Liouville

Definizione di residuo

Residuo all'infinito

Calcolo dei residui

Teorema dei residui

Tecniche di calcolo di integrali sull'asse reale mediante prolungamento analitico in \mathbb{C}

Lemma di Jordan

Prolungamento analitico e funzioni poldrome

Spazi funzionali

Richiami sugli spazi topologici, spazi metrici, spazi di Banach

Spazi L_p e l^p ?

Spazi di Hilbert

Prodotto interno e ortogonalità

Sistemi ortonormali completi

Teorema di Fischer–Riesz

L_p e l^p ?

Esempi di sistemi ortonormali notevoli: serie di Fourier, Polinomi di Hermite, Legendre, Laguerre, funzioni di Bessels.

Operatori lineari

Operatori lineari negli spazi di Hilbert e loro proprietà

Operatori continui e limitati

Norma di un operatore

Problema spettrale, classificazione degli autovalori

Autovalori e autofunzioni di operatori autoaggiunti

Teorema di decomposizione spettrale

Trasformata di Fourier

Definizione su L^1 e L^2 e sue proprietà

Tecniche di calcolo di trasformate di Fourier
Applicazioni alla risoluzione di equazioni differenziali rilevanti per la fisica

Trasformata di Laplace

Definizione e sue proprietà

Trasformata inversa

Tecniche di calcolo di trasformate di Laplace

Applicazioni alla risoluzione di equazioni differenziali rilevanti per la fisica

Prerequisiti

Conoscenza dei contenuti di base degli insegnamenti di matematica del primo anno

Modalità didattica

Lezioni frontali online, sincrone e/o asincrone, supportate da sessioni di esercitazioni in presenza a Pavia.

Materiale didattico

Lecture notes e files PDF delle lezioni ed esercitazioni sono presenti nella pagina elearning del corso.

Main References

G. Cicogna, *Mathematical Methods of Physics*, Springer

M. R. Spiegel, *Complex Variables*, Schaum Outline Series

J. Bak & D. J. Newman, *Complex Analysis*, Springer

L. Debnath & P. Mikusiński, *Hilbert Spaces with Applications*, Elsevier

M. R. Spiegel, *Fourier Analysis*, Schaum Outline Series

G. Pradisi, *Lectures on Mathematical Methods of Physics*, Edizioni della Normale

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Secondo semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

L'esame consiste in:

un esame scritto comprensivo di tutti gli argomenti del corso (5 esercizi in 3 ore)

un esame orale obbligatorio

Gli studenti possono fare l'esame orale solo se hanno ottenuto una votazione allo scritto di almeno 15/30. L'esame deve essere completato entro sei mesi dallo scritto.

Orario di ricevimento

Per appuntamento, scrivendo a: silvia.penati@unimib.it, oppure silvia.penati@mib.infn.it

Sustainable Development Goals

ISTRUZIONE DI QUALITÀ
