UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

SYLLABUS DEL CORSO

Calculus I

2627-1-E3004Q001-E3004Q00101

Obiettivi

L'obiettivo del corso è di fornire, sia dal punto di vista concettuale che da quello del calcolo, gli strumenti matematici di base che sono essenziali per frequentare con successo un corso di studi universitari in un'area scientifica. Il corso intende anche fornire i prerequisiti matematici e le basi metodologiche necessarie per affrontare gli insegnamenti successivi del piano di studi, favorendo in questo modo l'autonomia nello studio di argomenti caratterizzati da un elevato livello di rigore formale.

Alla fine del corso, gli studenti dovrebbero dimostrare di avere una conoscenza sufficiente della matematica di base, che include le principali proprietà degli insiemi, dei principali insiemi numerici (in particolare, dei numeri reali), delle funzioni tra insiemi, delle funzioni elementari e dei numeri complessi. Inoltre, dovrebbero conoscere i risultati di base nella teoria del calcolo differenziale e integrale per le funzioni di una variabile reale e le proprietà delle successioni e serie numeriche. Gli studenti dovrebbero anche apprendere i risultati più importanti nella teoria delle equazioni differenziali ordinarie e le principali tecniche di integrazione per equazioni lineari e per alcuni semplici tipi di equazioni non lineari.
Infine, al termine del corso gli studenti dovranno essere in grado di applicare i risultati teorici al fine di risolvere problemi ed esercizi elementari e in particolare dovranno essere in grado di affrontare i seguenti tipi di problemi: calcolo dei limiti di successioni o funzioni, analisi della continuità di una funzione, calcolo delle derivate, studio del grafico qualitativo di una funzione, calcolo del polinomio e dello sviluppo di Taylor, studio del carattere delle successioni e delle serie numeriche, calcolo di integrali definiti e indefiniti, risoluzione di alcuni tipi di equazioni differenziali.

Contenuti sintetici

ˆ Insiemi numerici; numeri reali e complessi;
ˆ Concetti astratti di base sulle funzioni (dominio, iniettività, funzione inversa, composizione,

ecc.);
ˆ Funzioni elementari: funzioni potenza, funzioni trigonometriche, esponenziali, logaritmi, i loro grafici e le loro proprietà di base;
ˆ Limiti di successioni numeriche e di funzioni di una variabile reale; continuità; principali proprietà locali e globali delle funzioni continue;
ˆ Derivate; principali teoremi del calcolo differenziale in una variabile reale;
ˆ Applicazioni del calcolo differenziale; sviluppi di Taylor;
ˆ Integrali definiti e indefiniti; integrali impropri; tecniche di integrazione di base;
ˆ Serie numeriche; criteri di convergenza;
ˆ Equazioni differenziali ordinarie e principali formule di risoluzione.

Programma esteso

1. L'insieme dei numeri reali. Massimo, minimo, estremo superiore, estremo inferiore. Proprietà elementari delle funzioni. Funzioni elementari. Numeri complessi.
2. Limiti delle successioni. Definizioni e prime proprietà. Successioni limitate. Operazioni con limiti. Teoremi di confronto. Successioni monotone. Forme indeterminate. Limiti speciali.
3. Limiti di funzioni e funzioni continue. Definizione e prime proprietà dei limiti di funzioni e delle funzioni continue. Tipi di discontinuità. Limiti e continuità della composizione di funzioni. Alcuni importanti teoremi sulle proprietà locali e globali delle funzioni continue.
4. Derivate e studio delle funzioni. Definizione di derivata. Calcolo delle derivate. Teoremi di Fermat, Rolle, Lagrange e Cauchy e loro conseguenze. Derivate di secondo ordine e di ordine superiore. Funzioni monotone e convesse. Estremi e punti di flesso. Applicazioni allo studio delle funzioni. Teorema di De L'Hôpital e formula di Taylor.
5. Integrazione. Integrali definiti e metodo di esaustione. Definizione di funzione integrabile; classe delle funzioni integrabili. Proprietà degli integrali definiti. Integrali indefiniti. Teorema fondamentale del calcolo integrale. Metodi di integrazione. Integrazione per parti e per sostituzione. Integrazione delle funzioni razionali. Integrali impropri e criteri di convergenza.
6. Serie numeriche. Definizione di serie numerica. Carattere di una serie. Serie armoniche e geometriche. Criteri di convergenza per le serie numeriche.
7. Equazioni differenziali. Alcuni fatti teorici di base sulle equazioni differenziali ordinarie (problema di Cauchy, soluzioni globali e locali, unicità, regolarità). Formule di integrazione per equazioni lineari e per alcuni semplici tipi di equazioni non lineari.

Prerequisiti

Il corso richiederà la conoscenza delle nozioni matematiche generalmente sviluppate nella scuola secondaria (d'altra parte, non è richiesta alcuna conoscenza pregressa di analisi matematica). Prerequisiti essenziali possono essere considerati i seguenti: equazioni e disequazioni algebriche di primo e secondo grado, geometria analitica planare, trigonometria, funzioni esponenziali e logaritmiche. Gli studenti che avessero ereditato dalla scuola superiore lacune nella preparazione matematica di base sono particolarmente invitati a seguire le lezioni di tutorato. Inoltre, possono usufruire del pre-corso MOOC di Matematica offerto dall'Università di Pavia.

Modalità didattica

Il programma delle lezioni sarà organizzato in otto ore a settimana. Di queste, quattro saranno offerte sotto forma di lezioni registrate (podcast), mentre le restanti quattro consisteranno in lezioni in presenza che si terranno presso il Dipartimento di Fisica dell'Università di Pavia. All'inizio di ogni settimana, indicativamente 4 ore di podcast saranno pubblicate sul sito Kiro del corso (e rimarranno disponibili per il resto dell'anno). Ulteriore materiale didattico (in particolare, una serie di esercizi proposti) potrà essere pubblicato sempre con cadenza settimanale. Durante le lezioni in presenza il docente svilupperà nozioni e spiegazioni aggiuntive che completeranno il materiale contenuto nei podcast. Inoltre, saranno discussi in aula alcuni degli esercizi proposti.
Sarà infine offerto un programma di tutoraggio: gli insegnanti o i tutor saranno disponibili per discutere gli esercizi, per rispondere a domande e chiarire dubbi. La partecipazione a questa attività è fortemente incoraggiata.

Materiale didattico

Libro consigliato:
C. Canuto and A. Tabacco, Mathematical Analysis 1, Pearson, 2022,
disponibile anche in italiano:
C. Canuto and A. Tabacco, Analisi Matematica 1, Pearson, 2021.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Primo semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

L'esame consiste in una prova scritta obbligatoria, eventualmente integrata da una parte orale.
La prova scritta è a libri chiusi: non sono ammessi
appunti, libri, calcolatrici o strumenti simili, dispositivi dotati di macchina fotografica o in grado di connettersi a Internet. In sede d'esame gli studenti sono tenuti a esibire un documento d'identità con fotografia.
Nella prova scritta, gli studenti devono risolvere esercizi sugli argomenti del corso e rispondere ad alcune domande di carattere teorico sul programma. Per alcuni degli esercizi o domande, saranno richieste solo le soluzioni o le risposte, senza necessità di dettagliare il procedimento. Altri esercizi o domande, invece, richiederanno una soluzione o una risposta completamente dettagliata. Per questo tipo di esercizi, saranno valutati sia la correttezza della risposta che la sua giustificazione.
Il voto finale dell'esame di Calculus sarà ottenuto come media ponderata dei voti ottenuti negli esami di Calculus I e Calculus II.

Orario di ricevimento

Su appuntamento. Si prega di contattare il docente unicamente via mail all'indirizzo giulio.schimperna@unipv.it

Sustainable Development Goals

ISTRUZIONE DI QUALITÁ