UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

SYLLABUS DEL CORSO

Sistemi Dinamici e Meccanica Classica

2627-2-E3502Q010

Obiettivi

L'insegnamento si propone di presentare le idee fondamentali della Meccanica Classica, dalla formulazione di Galileo e Newton alle formulazioni lagrangiana e hamiltoniana, e di fornire gli strumenti matematici necessari alla loro comprensione e applicazione nello studio dei sistemi dinamici.

I risultati di apprendimento attesi sono declinati secondo i Descrittori di Dublino.

Conoscenza e capacità di comprensione

Al termine dell'insegnamento gli studenti dovranno conoscere e comprendere:

le definizioni, i principi e gli enunciati fondamentali delle diverse formulazioni della Meccanica Classica;
il rapporto tra formulazione newtoniana, formulazione lagrangiana e formulazione hamiltoniana;
gli strumenti qualitativi elementari per lo studio dei sistemi dinamici, con particolare riferimento a punti di equilibrio, stabilità, linearizzazione e sistemi a un grado di libertà;
alcuni esempi fondamentali, quali sistemi isolati, oscillatore armonico, problema a due corpi, problema di Keplero, corpo rigido e trottola di Lagrange;
il ruolo delle simmetrie e delle leggi di conservazione nella riduzione e nell'analisi dei sistemi meccanici.
Capacità di applicare conoscenza e comprensione

Al termine dell'insegnamento gli studenti dovranno essere in grado di:

dedurre le equazioni del moto di sistemi meccanici semplici, sia nella formulazione lagrangiana sia in quella hamiltoniana;
scegliere coordinate generalizzate adeguate alla descrizione di un sistema vincolato;
applicare il principio di D'Alembert e le equazioni di Eulero-Lagrange a sistemi con vincoli olonomi;
utilizzare simmetrie e quantità conservate per ridurre il numero di gradi di libertà;
discutere qualitativamente il moto in esempi significativi, anche mediante curve di livello dell'energia e ritratti di fase;

ridurre, in casi semplici, la soluzione delle equazioni del moto a quadrature;
svolgere esercizi e problemi che richiedono la composizione di strumenti analitici, geometrici e meccanici.
Autonomia di giudizio

L'insegnamento mira a sviluppare la capacità di analizzare criticamente definizioni, enunciati e dimostrazioni; riconoscere la validità di un argomento matematico e la sua interpretazione nel modello meccanico considerato; selezionare autonomamente il metodo risolutivo più adatto al problema affrontato.

Tali competenze saranno sviluppate attraverso la discussione di esempi, il confronto tra diverse formulazioni dello stesso problema, la soluzione guidata di esercizi e la riflessione sulle ipotesi necessarie per applicare correttamente i risultati teorici.

Abilità comunicative

Gli studenti dovranno acquisire la capacità di discutere modelli matematici di sistemi dinamici in modo chiaro e rigoroso, sia oralmente sia per iscritto. Dovranno inoltre essere in grado di esporre una dimostrazione in maniera coerente e comprensibile, motivare i passaggi principali di una soluzione e utilizzare in modo appropriato il linguaggio matematico e meccanico. Quando opportuno, dovranno anche saper tradurre il contenuto matematico di un risultato in una descrizione qualitativa del fenomeno meccanico corrispondente.

Capacità di apprendimento

L'insegnamento intende fornire agli studenti strumenti concettuali e tecnici per proseguire autonomamente lo studio della dinamica dei sistemi classici a livelli più avanzati. Al termine del corso gli studenti dovranno essere in grado di affrontare nuovi argomenti con metodo e rigore, utilizzando conoscenze pregresse, appunti, libri di testo e altro materiale didattico per approfondire e aggiornare le proprie competenze. Il carattere interdisciplinare dell'insegnamento, nel quale strumenti analitici e geometrici vengono utilizzati per studiare sistemi dinamici astratti e concreti, contribuisce alla costruzione di una solida base teorica per il percorso formativo in matematica.

Contenuti sintetici

Contenuti sintetici

Richiami di meccanica newtoniana. Equazioni differenziali ordinarie e studio qualitativo dei sistemi dinamici. Principio di D'Alembert e meccanica lagrangiana. Problema a due corpi e leggi di Keplero. Meccanica del corpo rigido. Meccanica hamiltoniana. Simmetrie, leggi di conservazione e trasformazioni canoniche.

Programma esteso

Richiami di equazioni differenziali e sistemi dinamici

Campi vettoriali e sistemi di equazioni differenziali del primo ordine. Sistemi autonomi. Punti di equilibrio e stabilità. Teorema di Lyapunov. Linearizzazione di sistemi non lineari vicino a un punto di equilibrio. Sistemi a un grado di libertà. Curve di livello dell'energia e studio qualitativo del moto in esempi rilevanti.

Meccanica lagrangiana

Equazioni di Eulero-Lagrange. Punto materiale vincolato a una curva regolare. Punto materiale vincolato a una superficie regolare. Vincoli olonomi e principio di D'Alembert. Punti di equilibrio e piccole oscillazioni.

Formulazione variazionale delle equazioni di Eulero-Lagrange. Gruppi a un parametro di diffeomorfismi e simmetrie. Teorema di Noether. Problema a due corpi. Leggi di Keplero.

Corpo rigido

Gruppo delle rotazioni nello spazio tridimensionale e velocità angolare. Sistemi di riferimento inerziali e non inerziali. Meccanica del corpo rigido. Operatore di inerzia. Teorema di König. Equazioni di Eulero per il corpo rigido. Angoli di Eulero. Trottola di Lagrange.

Meccanica hamiltoniana

Trasformata di Legendre. Equazioni di Hamilton. Parentesi di Poisson e loro proprietà. Struttura di algebra di Lie associata alle parentesi di Poisson. Simmetrie e leggi di conservazione in meccanica hamiltoniana. Formulazione variazionale delle equazioni di Hamilton. Trasformazioni canoniche e condizioni equivalenti di canonicità. Teorema di Liouville.

Prerequisiti

Sono richieste conoscenze di base di Analisi I e II, Algebra Lineare e Geometria e Fisica I. In particolare, si presuppone familiarità con calcolo differenziale in una e più variabili, nozioni essenziali di calcolo integrale, algebra lineare elementare, geometria analitica, equazioni differenziali ordinarie di base e nozioni fondamentali di meccanica newtoniana.

Modalità didattica

L’insegnamento prevede 112 ore complessive, corrispondenti a 12 CFU, ed è erogato in lingua italiana.

Le attività didattiche sono organizzate come segue:

64 ore di lezione in presenza, in modalità prevalentemente erogativa (DE), dedicate alla presentazione dei concetti, dei risultati teorici, delle dimostrazioni e degli esempi fondamentali;
48 ore di esercitazione in presenza, in modalità erogativa, dedicate alla risoluzione guidata di esercizi e problemi, alla discussione delle strategie risolutive e al confronto tra metodi alternativi.

Non sono previste ore di didattica da remoto.

Durante le lezioni il docente presenterà i contenuti teorici evidenziando motivazioni, collegamenti e possibili difficoltà concettuali. Saranno inoltre proposte domande e brevi discussioni per favorire la partecipazione attiva degli studenti e verificare progressivamente la comprensione degli argomenti. Le esercitazioni saranno finalizzate all’applicazione degli strumenti teorici a problemi concreti e alla preparazione alla prova scritta.

Materiale didattico

Testi consigliati:

V. I. Arnold, Metodi matematici della meccanica classica, Editori Riuniti.

A. Fasano, S. Marmi, Meccanica Analitica, Bollati Boringhieri, 2002.
L. D. Landau, E. M. Lifshits, Meccanica, Editori Riuniti.
N. M. J. Woodhouse, Introduction to Analytical Dynamics, Oxford Science Publications, Clarendon Press, Oxford University Press, New York, 1987.
G. Dell'Antonio, Elementi di Meccanica, Liguori, Napoli, 1996.

Altro materiale complementare, incluse eventuali note del docente, sarà reso disponibile attraverso la piattaforma e-learning dell'insegnamento.

Per esempi ed esercitazioni si consigliano inoltre:

F. Talamucci, Esercizi svolti sul formalismo lagrangiano e hamiltoniano con brevi richiami di teoria, Edizioni Nuova Cultura, 2014.
A. Celletti, Esercizi e Complementi di Meccanica Razionale, Aracne Editrice, 2003.
G. Benettin, Eserciziario per il corso di Fisica Matematica, Padova, 2017, disponibile liberamente dalla pagina web dell'autore.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Secondo semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

L'esame è individuale ed è finalizzato a verificare sia la capacità di risolvere esercizi e problemi, sia la conoscenza e la comprensione dei contenuti teorici dell'insegnamento.

La prova finale è costituita da una prova scritta e, di norma, da una prova orale. Nei casi indicati sotto, la prova scritta può essere considerata sufficiente per la registrazione dell'esito complessivo, previa valutazione da parte del docente.

Prova scritta

La prova scritta consiste nello svolgimento di esercizi e problemi. Tipicamente comprende un esercizio di meccanica lagrangiana e un esercizio di meccanica hamiltoniana, oppure problemi che richiedano l'uso integrato di strumenti presentati durante il corso. La durata della prova scritta è di tre ore.

La prova scritta valuta in particolare:

la capacità di impostare correttamente un problema meccanico;
la capacità di scegliere coordinate e variabili adeguate;
la capacità di dedurre le equazioni del moto;
la correttezza dei calcoli e dell'argomentazione;
la capacità di interpretare qualitativamente il risultato ottenuto;
la chiarezza e completezza dell'esposizione scritta.

Risposte corrette ma prive di adeguate spiegazioni, motivazioni o passaggi intermedi non saranno valutate a pieni voti. L'ammissione alla prova orale richiede una valutazione della prova scritta non inferiore a 15/30.

Prova orale

La prova orale consiste in un colloquio sugli argomenti svolti a lezione. Essa richiede la conoscenza delle definizioni, degli enunciati e delle dimostrazioni dei principali risultati del corso, nonché la capacità di illustrarne il significato mediante esempi rilevanti.

La prova orale valuta in particolare:

la conoscenza dei contenuti teorici dell'insegnamento;
la comprensione del significato matematico e meccanico dei risultati;
la capacità di esporre dimostrazioni in modo chiaro e coerente;
la capacità di collegare tra loro argomenti diversi del corso;
l'uso appropriato del linguaggio disciplinare;
la consapevolezza teorica nell'interpretazione degli esercizi e dei modelli.

Rapporto tra prova scritta e prova orale

Se la prova scritta ottiene una valutazione di almeno 18/30, essa potrà essere considerata sufficiente per l'esito complessivo dell'esame e potrà dare luogo alla possibilità di rinunciare alla prova orale, comunque a seguito di valutazione da parte del docente. Il docente può richiedere in ogni caso lo svolgimento della prova orale qualora ritenga necessario un ulteriore accertamento della preparazione. In assenza della prova orale, la votazione finale non potrà superare 25/30, indipendentemente dalla valutazione ottenuta nella prova scritta.

La prova orale deve essere sostenuta nello stesso appello d'esame in cui è stata sostenuta la prova scritta con l'eccezione degli appelli di giugno e luglio, per i quali è consentito di spostare l'esame orale rispettivamente a luglio o settembre

Nel caso in cui sia sostenuta anche la prova orale, il voto finale tiene conto dell'esito di entrambe le prove. La prova scritta valuta principalmente la capacità di applicazione e di problem solving; la prova orale valuta principalmente la conoscenza teorica, la capacità argomentativa e la padronanza concettuale.

Prove in itinere

Durante lo svolgimento del corso saranno offerte due prove scritte in itinere, relative rispettivamente alla prima e alla seconda parte del programma. Le prove in itinere sono individuali e consistono nella risoluzione di esercizi e problemi analoghi, per struttura e finalità, a quelli della prova scritta finale.

Le prove in itinere valutano la comprensione progressiva degli argomenti trattati, la capacità di applicare gli strumenti introdotti a lezione e nelle esercitazioni, la correttezza del procedimento risolutivo e la chiarezza dell'esposizione scritta.

Gli studenti che superano entrambe le prove in itinere con una valutazione non inferiore a 15/30 sono ammessi all'eventuale prova orale. In questo caso la prova orale deve essere sostenuta entro l'appello di luglio compreso.

Come per la prova scritta completa, se le prove in itinere ottengono una valutazione media di almeno 18/30, esse potranno essere considerate sufficienti per l'esito complessivo dell'esame e potranno dare luogo alla possibilità di rinunciare alla prova orale, comunque a seguito di valutazione da parte del docente. Il docente può richiedere in ogni caso lo svolgimento della prova orale. In assenza della prova orale, la votazione finale non potrà superare 25/30, indipendentemente dalla valutazione ottenuta nelle prove scritte.

Criteri di valutazione e graduazione dei voti

La valutazione complessiva tiene conto della correttezza tecnica, della comprensione concettuale, della capacità di applicare i metodi del corso, della chiarezza espositiva e della padronanza del linguaggio matematico e meccanico.

La graduazione indicativa dei voti è la seguente:

18-19: preparazione limitata a un numero ridotto di argomenti del programma; capacità di trattazione e analisi parziali; competenza espositiva e lessico non sempre corretti; limitata capacità di elaborazione autonoma.

20-23: preparazione sufficiente su una parte significativa degli argomenti del programma; capacità di applicazione prevalentemente esecutiva; uso di un lessico generalmente corretto, anche se non sempre preciso; esposizione talvolta incerta.

24-27: preparazione buona su un numero ampio di argomenti trattati nel corso; capacità di svolgere in modo autonomo argomentazioni e analisi; buona capacità di applicare le conoscenze a esercizi e problemi; uso corretto del linguaggio disciplinare.

28-30 e lode: preparazione completa ed esaustiva sugli argomenti del programma; piena padronanza delle tecniche e dei contenuti teorici; capacità di trattazione autonoma e di analisi critica; chiarezza e rigore espositivo; capacità di collegare temi diversi del corso e, quando opportuno, di metterli in relazione con altri ambiti della matematica e della fisica.

Orario di ricevimento

Su appuntamento, da concordare via e-mail. Il ricevimento potrà svolgersi in presenza oppure da remoto mediante piattaforma di Ateneo.

Sustainable Development Goals

ISTRUZIONE DI QUALITÁ