UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

COURSE SYLLABUS

Algebra II

2627-2-E3502Q008

Obiettivi formativi

1. *Conoscenza e capacità di comprensione*
   Lo studente acquisirà conoscenze fondamentali dell'Algebra, con particolare riferimento a:

- estensioni di campi, in particolare campi finiti.
- fondamenti di teoria degli anelli;
- la teoria dei moduli finitamente generati su un dominio a ideali principali (PID).
  Queste conoscenze ampliano e consolidano quelle già acquisite nel corso di Algebra I e forniscono una solida base teorica e concettuale, anche in vista di studi matematici più avanzati.

2. *Conoscenza e capacità di comprensione applicate*
   Lo studente sarà in grado di applicare le conoscenze teoriche a problemi specifici, sviluppando competenze tecniche e operative, come:

- la determinazione di polinomi minimi di numeri algebrici;
- il riconoscimento e l'analisi di omomorfismi fra strutture algebriche quali gruppi e anelli;
- l'applicazione della teoria dei moduli a problemi concreti quali le forme normali delle matrici.

3. *Autonomia di giudizio*
   L’insegnamento mira a sviluppare la capacità di analisi critica e autonoma di concetti astratti, favorendo:

- il riconoscimento della struttura logica di un problema matematico;
- la scelta appropriata degli strumenti algebrici per affrontarlo;
- l’interpretazione rigorosa dei risultati ottenuti.

4. *Abilità comunicative*
   Lo studente sarà incentivato a esprimere con chiarezza argomentazioni matematiche complesse, utilizzando:

- il linguaggio formale dell’Algebra;
- una esposizione logica e coerente;
- la capacità di spiegare concetti anche a interlocutori non specialisti, se richiesto.

5. *Capacità di apprendere*
   Il corso rafforzerà l’attitudine all’apprendimento autonomo e continuo, fornendo:

- strumenti teorici e metodologici per lo studio di testi avanzati;
- competenze per affrontare successivi corsi specialistici di algebra e di altre discipline matematiche;
- l’abitudine alla formalizzazione e alla generalizzazione, essenziali per il lavoro matematico.

Contenuti sintetici

Fondamenti di teoria dei campi, degli anelli e dei moduli

Programma esteso

(Il programma sara un sottoinsieme del seguente: qualche argomento potra essere omesso a seconda del tempo disponibile.)

CAMPI
Estensioni di campi: estensioni algebriche e trascendenti, grado di un'estensione, formula dei gradi.
Campo di spezzamento di un polinomio.
Campi finiti: costruzione, sottocampi, automorfismi, ciclicita` del loro gruppo moltiplicativo.
Polinomi ciclotomici.

ANELLI
Complementi di teoria degli anelli.
Il teorema cinese dei resti (per i polinomi, per anelli commutativi).
La decomposizione in fratti semplici delle funzioni razionali.
Domini a fattorizzazione unica e il Lemma di Gauss.
Localizzazioni di un dominio. Anelli locali.
L'anello delle serie formali a coefficienti in un campo, con qualche applicazione.

MODULI
Moduli su un anello e algebra lineare. Moduli liberi: basi, rango, proprietà universale. Torsione.
Moduli su domini a ideali principali: moduli finitamente generati; equivalenza di matrici e riduzione a forma normale.
Teorema di struttura per i moduli finitamente generati.
Moduli di torsione e decomposizione primaria.
Fattori invarianti e divisori elementari.
Applicazione ai gruppi abeliani: teorema di struttura per i gruppi abeliani finitamente generati.
Applicazione alle forme canoniche per le matrici: companion matrix, forma canonica razionale, forma canonica di Jordan.

Prerequisiti

I contenuti dei corsi Algebra Lineare e Geometria, e Algebra I.

Metodi didattici

Normalmente questo insegnamento viene impartito in modalità interamente erogativa in presenza (DE), mediante lezioni ed esercitazioni frontali alla lavagna, che vengono anche videoregistrate e rese disponibili agli studenti sulla piattaforma elearning. La ripartizione per CFU è: lezioni frontali alla lavagna (6 CFU); esercitazioni frontali alla lavagna (2 CFU).
L'insegnamento viene erogato in lingua italiana.

Modalità di verifica dell'apprendimento

Prova scritta seguita da prova orale.

La prova scritta comprende domande aperte sulla teoria, ed esercizi da risolvere.

La prova orale e` un colloquio sugli argomenti svolti a lezione, puo' comprendere lo svolgimento di esercizi, e fare riferimento alla prova scritta.

Oggetto delle domande degli esami sono definizioni, esempi e controesempi, enunciati e applicazioni di teoremi e le loro dimostrazioni.

Testi di riferimento

Sono disponibili delle Note del corso in PDF, che presentano il materiale del corso. La principale sorgente per tale materiale e` il classico testo

N. Jacobson, Basic Algebra I, Freeman Co, 1985,

che puo` essere utilizzato per approfondimenti.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Primo semestre

Lingua di insegnamento

Italiano

Sustainable Development Goals

ISTRUZIONE DI QUALITÁ