

SYLLABUS DEL CORSO

Algebra I

2627-1-E3502Q001

Obiettivi

1. Conoscenze e capacità di comprensione

Al termine del corso, lo studente/la studentessa avrà acquisito una comprensione approfondita della Teoria dei Gruppi e dei metodi fondamentali dell'algebra astratta. Sarà in grado di riconoscere, descrivere e confrontare queste strutture, comprendendone le proprietà e le relazioni tra di esse.

2. Capacità di applicare conoscenza e comprensione

Lo studente/la studentessa sarà in grado di applicare i concetti teorici appresi per risolvere problemi di algebra, sia attraverso esercizi di routine che in contesti più complessi che richiedano una rielaborazione autonoma della teoria. Sarà in grado di utilizzare metodi algebrici per formalizzare e affrontare problemi in contesti matematici e, dove opportuno, interdisciplinari.

3. Autonomia di giudizio

Lo studente/la studentessa svilupperà la capacità di analizzare problemi algebrici in modo critico, valutando diverse strategie risolutive e scegliendo gli strumenti più adeguati. Sarà in grado di formulare congetture e di argomentarne la validità attraverso ragionamenti logici rigorosi.

4. Abilità comunicative

Lo studente/la studentessa sarà in grado di esprimere concetti, definizioni, teoremi e dimostrazioni in modo chiaro e rigoroso, utilizzando il linguaggio formale dell'algebra. Sarà anche in grado di discutere soluzioni e strategie con colleghi e docenti, sia oralmente che per iscritto.

5. Capacità di apprendere

Il corso fornirà agli studenti/gli studentesse gli strumenti concettuali e metodologici necessari per proseguire in modo autonomo lo studio dell'algebra e di aree matematiche affini. Saranno incoraggiati a sviluppare un approccio attivo all'apprendimento, attraverso la risoluzione di problemi, la consultazione di testi avanzati e la riflessione personale sul significato e sull'applicazione dei concetti.

Contenuti sintetici

Massimo comun divisore e Algoritmo di Euclide per interi e polinomi. Congruenza modulo n . Teoria dei gruppi elementare. Azioni di gruppo. Teoremi di Sylow.

Programma esteso

Divisione con resto per numeri interi e polinomi. Massimo comun divisore e Algoritmo di Euclide per numeri interi e polinomi. Equazioni diofantee lineari in $\mathbb{Z}$. Numeri primi e irriducibili. Primo se e solo se irriducibile in $\mathbb{Z}$. Teorema Fondamentale dell'Arithmetica. Teorema di Euclide sui numeri primi.

Congruenza modulo n . Classi di resto. Insieme quoziente $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$. Congruenze lineari e Teorema cinese del resto in $\mathbb{Z}$.

Teoria elementare dei gruppi. Operazioni binarie. Definizione di gruppo ed esempi notevoli. Sottogruppi. Esempi notevoli. Criterio per i sottogruppi. Sottogruppo generato da un sottoinsieme. Sottogruppi di $\mathbb{Z}$. Gruppi ciclici. Ordine di un elemento. Un gruppo ciclico finito ha uno e un solo sottogruppo di ordine d , per ogni divisore d dell'ordine del gruppo. Funzione di Eulero. Generatori di un gruppo ciclico finito. Permutazioni, cicli, scrittura di una permutazione in prodotto di cicli disgiunti. Ordine di una permutazione. Parità di una permutazione. Il gruppo alterno. Teorema di Lagrange. Piccolo Teorema di Fermat. Sottogruppi normali e gruppo quoziente. Morfismi. Nucleo e immagine. Teoremi di omomorfismo. Prodotto diretto interno ed esterno di gruppi. Caratterizzazione del prodotto diretto.

Azione di un gruppo su un insieme. Orbita e stabilizzatore. Relazione orbita-stabilizzatore. Esempi notevoli di azioni (rappresentazione regolare, coniugio sugli elementi e sui sottogruppi, normalizzante di un sottogruppo). Teorema di Cayley. Gruppi diedrali. Formula di Burnside. Collane di perline.

Teoremi di Sylow. Applicazioni alla semplicità di un gruppo finito.

Prerequisiti

Nozioni standard di matematica generale impartite nella scuola secondaria.

Modalità didattica

L'insegnamento prevede Lezioni frontali (48 ore, 6 CFU) ed Esercitazioni (24 ore, 2CFU). Nelle lezioni vengono presentati definizioni, risultati e teoremi rilevanti e si forniscono esempi e analisi di problemi dove vengono utilizzate le nozioni introdotte. Nelle esercitazioni vengono proposti e risolti esercizi relativi alle tematiche presentate a lezione.

Il corso viene erogato in lingua italiana. Sia le lezioni che le esercitazioni sono svolte in modalità erogativa.

Materiale didattico

Testo di riferimento:

I. N. Herstein, Algebra, Editori Riuniti

Saranno fornite, su questa piattaforma, agli studenti/studentesse delle note integrative su alcuni argomenti del corso.

Altri testi consigliati:

Jacobson, Basic Algebra I, Freeman & Co, 1985

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Semestre II

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Prova scritta obbligatoria e prova orale facoltativa a richiesta dello studente o del docente. Valutazione con voto in trentesimi 18-30/30.

Nella prova scritta si valutano la conoscenza dei contenuti del corso e le competenze acquisite, mediante la risoluzione di problemi. Verranno valutati la correttezza delle risposte, l'appropriatezza del linguaggio matematico utilizzato e il rigore e la chiarezza dell'esposizione. Sono previste 2 prove intermedie.

La prova orale consiste in un'interrogazione sul programma svolto e può essere richiesta solo in caso di sufficienza (18/30) nella prova scritta. Per verbalizzare un voto maggiore di 27/30 e' obbligatorio sostenere anche la prova orale.

Nel corso dell'anno sono previsti 6 appelli d'esame e 2 prove intermedie.

Orario di ricevimento

Per appuntamento da fissarsi previa comunicazione con posta elettronica.

Sustainable Development Goals

ISTRUZIONE DI QUALITÀ | PARITÀ DI GENERE
