



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

SYLLABUS DEL CORSO

Topologia Algebrica e Computazionale

2627-1-F4002Q034

Obiettivi

L'obiettivo del corso è di affrontare alcuni argomenti classici nella topologia algebrica e computazionale dei complessi simpliciali, introducendo teorie di omologia, coomologia con alcune applicazioni recenti.

Obiettivi formativi (secondo i Descrittori di Dublino)

1. Conoscenza e capacità di comprensione

Lo studente acquisirà una conoscenza solida e teoricamente fondata degli strumenti fondamentali della topologia algebrica classica e computazionale, in particolare dell'omologia e della coomologia dei complessi simpliciali, nonché delle principali applicazioni a problemi recenti in matematica e in ambiti interdisciplinari.

2. Capacità di applicare conoscenza e comprensione

Lo studente sarà in grado di applicare in modo autonomo i metodi omologici e coomologici allo studio di spazi topologici discreti e a modelli computazionali, con attenzione sia agli aspetti teorici sia agli algoritmi effettivi, anche mediante l'uso di software matematici.

3. Autonomia di giudizio

Lo studente svilupperà la capacità di analizzare criticamente problemi topologici e strutture combinatorie, valutando l'efficacia delle tecniche computazionali e dei modelli teorici impiegati, e saprà confrontare approcci differenti alla risoluzione di problemi.

4. Abilità comunicative

Lo studente sarà in grado di esporre in modo rigoroso e chiaro concetti e risultati della topologia algebrica e computazionale, sia in contesti formali sia in discussioni seminariali, con un uso corretto del linguaggio matematico astratto e computazionale.

5. Capacità di apprendimento

Lo studente svilupperà le competenze necessarie per approfondire autonomamente ulteriori sviluppi teorici

e applicativi della topologia algebrica e della topologia computazionale, anche in vista di attività di ricerca o applicazioni interdisciplinari.

Contenuti sintetici

Complessi simpliciali, omologia simpliciale dei poliedri, varietà triangolabili, omologia singolare e teoremi di Mayer-Vietoris e di Escissione. Applicazioni all'analisi di dati e ai sistemi dinamici.

Programma esteso

Richiami di teoria delle categorie e funtori. Richiami di teoria dei moduli su un PID e teorema di struttura per i moduli finitamente generati. Algebra omologica: successioni esatte e complessi di catene; omologia, omotopia di morfismi e omologia ridotta.

Complessi simpliciali, realizzazione geometrica e omologia simpliciale, assoluta e relativa; suddivisione baricentrica, approssimazione simpliciale e funtorialità; caratteristica di Eulero-Poincaré. Omologia singolare, invarianza omotopica e omologia relativa. Teoremi di Mayer-Vietoris e di escissione, con applicazioni al calcolo dell'omologia di sfere e superfici. Attaccamento di celle e CW-complessi. Omologia degli spazi proiettivi reali e complessi. Confronto tra omologia simpliciale e singolare e assiomi di Eilenberg-Steenrod.

Omologia computazionale: forme normali ed algoritmi di calcolo. Omologia con coefficienti. Prodotti di poliedri e omologia. Coomologia di poliedri. Omologia di mappe. L'anello in coomologia, il prodotto cap. Superfici e classificazione. Dualità di Poincaré.

Gruppo fondamentale di poliedri.

Gruppo fondamentale e omologia.

Applicazioni: omologia computazionale, omologia persistente, analisi di dati e sistemi dinamici.

Prerequisiti

Corsi di base di geometria, analisi e algebra della Laurea Triennale.

Modalità didattica

Si utilizza un approccio didattico ibrido che combina didattica frontale (DE) e didattica interattiva (DI). La DE include la presentazione e spiegazione dettagliata dei contenuti teorici. La DI prevede interventi attivi degli studenti tramite esercizi e problemi, brevi interventi, discussioni collettive e lavori di gruppo o individuali. Non è possibile stabilire precisamente a priori il numero di ore dedicate alla DE e alla DI, poiché le modalità si intrecciano in modo dinamico per adattarsi alle esigenze del corso e favorire un apprendimento partecipativo e integrato, combinando teoria e pratica.

Le lezioni (56 ore) sono in presenza e si svolgono in italiano e, ove necessario, in inglese.

Materiale didattico

Per la prima parte di topologia algebrica, il corso seguirà le dispense, caricate sulla pagina e-learning "Appunti di Topologia Algebrica".

Ulteriori testi di appoggio sono i seguenti:

Rotman J.J. "Advanced Modern Algebra", Graduate Studies in Mathematics, American Mathematical Society, 2010.

(per la primissima parte di requisiti algebrici)

Rotman J.J. "Algebraic Topology. An Introduction" Graduate Texts in Mathematics, Springer-Verlag, 1998.

Munkres, J.R., "Elements of algebraic topology", Addison-Wesely Pub. 1984

(per la successiva parte di studio delle teorie omologiche simpliciali e singolari)

Per la seconda parte di topologia computazionale, il corso si appoggerà sul seguente testo:

Ferrario, Piccinini, "[Simplicial structures in topology](#)". CMS Books in Mathematics, Springer, New York, 2011. xvi+243 pp. ISBN: 978-1-4419-7235-4

e ad appunti condivisi sulla pagina elearning.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

2S

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Esame orale, di norma alla lavagna, su un argomento concordato prima con i docenti. L'argomento può essere un approfondimento o rielaborazione di un tema affrontato nel corso, sia teorico che applicativo, o una applicazione. Viene valutata la conoscenza dell'argomento, la capacità di sintesi e la chiarezza espositiva, la lucidità del percorso, la capacità di rispondere a domande di chiarimento o di fornire semplici esempi e controesempi, e di sostenere una breve discussione sul tema presentato.

In occasione di ogni appello d'esame, il calendario dettagliato degli esami individuali, comprensivi delle esposizioni teoriche, verrà anch'esso concordato anticipatamente col docente.

Sintetizzando: la data e il contenuto dell'esposizione vanno concordati prima con il docente.

Il voto è in trentesimi, ed esprime una valutazione complessiva di tutto ciò che concorre al raggiungimento degli obiettivi formativi sopra descritti. Cioè, è frutto di una valutazione complessiva delle varie caratteristiche della prova. Per esempio: chiarezza, rigore, autonomia di giudizio, capacità di scegliere esempi e di illustrare l'argomento in modo efficace.

Orario di ricevimento

Su appuntamento.

Sustainable Development Goals

SALUTE E BENESSERE | ISTRUZIONE DI QUALITÀ | IMPRESE, INNOVAZIONE E INFRASTRUTTURE
