UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

COURSE SYLLABUS

Geometry and Physics

2627-1-F4002Q010

Obiettivi

Il corso si propone di fornire gli strumenti matematici e di presentare l'apparato concettuale che servono a comprendere la formulazione del campo gravitazionale di Einstein. Gli stessi strumenti matematici verranno utilizzati nella seconda parte del corso per discutere alcuni aspetti geometrici della teoria dei sistemi integrabili.

I risultati di apprendimento attesi includono:

- La padronanza del calcolo tensoriale.
- La conoscenza dei concetti di base della teoria della relatività generale.
- La conoscenza dei concetti di base della teoria dei sistemi integrabili di tipo idrodinamico.

Il corso mira a fornire agli studenti l'autonomia sufficiente per poter comprendere testi scientifici avanzati sulla relatività generale e sulla teoria moderna dei sistemi integrabili. Al termine del corso gli studenti saranno in grado di preparare un seminario su alcuni argomenti più avanzati non trattati nel corso.

Contenuti sintetici

Richiami di relatività ristretta.

Calcolo tensoriale. Metriche, connessioni e curvatura

Elementi di relatività generale: Principio di equivalenza. Spazio tempo curvo. Equazioni di Einstein.

Sistemi di tipo idrodinamico. Parentesi di Poisson geometrico differenziali. Fasci di metriche piatte, strutture bihamiltoniane ed equazioni WDVV.

Programma esteso

- Metriche riemanniane e pseudo-riemanniane. Lo spazio-tempo di Minkowski. Trasformazioni di Lorentz.
- Breve richiamo di teoria delle superfici. Prima e seconda forma fondamentale. Teorema egregio di Gauss. Equazioni di Gauss Peterson Mainardi Codazzi. Varietà riemanniane e pseudo-riemanniane.
- Tensori: teoria algebrica. Operazioni algebriche sui tensori. Derivata di Lie di un tensore. Tensori su varietà riemanniane e pseudo-riemanniane. Processo di alzare e abbassare gli indici. Derivata covariante. Connessione di Levi-Civita. Trasporto parallelo e curvatura. Geodetiche e deviazione geodetica.
- Elementi di relatività generale: Principio di equivalenza. Spazio tempo curvo. Equazioni di Einstein.
- Sistemi di tipo idrodinamico. Invarianti di Riemann. Condizioni di integrabilità e metodo dell'odografo generalizzato.
- Parentesi di Poisson geometrico differenziali. Strutture bihamiltoniane e fasci di metriche piatte. Un esempio importante: lo spazio delle orbite di un gruppo di Coxeter e le soluzioni polinomiali delle equazioni di WDVV.

Prerequisiti

Sono necessarie le nozioni dei corsi di Analisi I e II, Algebra lineare e Geometria, Fisica I e II e Sistemi Dinamici e Meccanica Classica della laurea triennale. Possono essere utili anche se non sono necessarie quelle presentate nei corsi di Fisica Matematica (per la seconda parte del corso) e Geometria III (per la prima parte del corso) .

Modalità didattica

56 ore di lezione svolte in modalità erogativa, in presenza (8 cfu).
Il corso è previsto in lingua italiana ma potrebbe essere tenuto in lingua inglese in presenza di studenti stranieri.

Materiale didattico

Capitoli scelti da:

- B.A. Dubrovin, A.T. Fomenko, S.P. Novikov, "Geometria contemporanea, voliume 1", Editori riuniti.
- R. d'Inverno, "Introduzione alla Relatività di Einstein", CLUEB.
- N.M.J. Woodhouse, "General Relativity", Springer Undergraduate Mathematics Series.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Primo semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

L'esame consiste in una prova orale, nella quale si richiede la conoscenza degli argomenti svolti a lezione e la capacità di illustrarne il contenuto mediante esempi significativi. Oltre alla conoscenza dei contenuti teorici del corso verrà valutata la capacità di presentarli in modo ben strutturato e chiaro. Uno degli argomenti della parte finale del corso (relatività generale o sistemi integrabili) potrà essere sostituito da una relazione scritta ed un seminario su un argomento concordato con il docente tra una lista di argomenti di approfondimento di relatività generale e sistemi integrabili. La durata complessiva dell'esame orale è di circa 90 minuti incluso l'eventuale seminario (di circa 45 minuti). Non vi saranno prove parziali durante lo svolgimento del corso.

Orario di ricevimento

Su appuntamento.

Sustainable Development Goals

ISTRUZIONE DI QUALITÁ