UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

COURSE SYLLABUS

Higher Analysis

2627-1-F4002Q014

Obiettivi

Obiettivi formativi secondo i Descrittori di Dublino:

Conoscenza e capacità di comprensione
Lo studente acquisirà una solida comprensione teorica dei concetti fondamentali della teoria delle funzioni a variazione limitata e delle funzioni assolutamente continue in una dimensione, delle distribuzioni (nel senso di Schwartz) e degli spazi di Sobolev. Tali conoscenze si estendono a esempi significativi e contesti applicativi, anche trasversali rispetto ad altre aree della matematica.

Conoscenza e capacità di comprensione applicate
Lo studente sarà in grado di applicare le conoscenze acquisite alla modellizzazione e alla risoluzione di problemi concreti in ambito matematico, inclusi contesti legati all'analisi numerica, alla fisica matematica e alla probabilità. Sarà in grado di sviluppare dimostrazioni rigorose e costruire esempi significativi, anche in ambito interdisciplinare.

Autonomia di giudizio
Attraverso la riflessione sui contenuti teorici e pratici del corso, lo studente svilupperà capacità critiche nell'analisi di problemi avanzati, sapendo valutare la rilevanza e i limiti degli strumenti dell'analisi moderna in diversi contesti applicativi.

Abilità comunicative
Lo studente sarà in grado di comunicare in modo chiaro, preciso e coerente contenuti matematici di livello avanzato, sia in forma scritta che orale. Saprà presentare argomentazioni teoriche e discutere applicazioni in ambiti matematici e scientifici affini, anche a interlocutori non specialisti.

Capacità di apprendimento
Il corso contribuirà a sviluppare la capacità di apprendimento autonomo, favorendo l'acquisizione di strumenti concettuali e tecnici che lo studente potrà impiegare nell'approfondimento individuale, nella preparazione della tesi magistrale e nell'eventuale proseguimento degli studi in ambito di ricerca.

Contenuti sintetici

Funzioni a variazione limitata. Funzioni assolutamente continue. Elementi di teoria delle distribuzioni. Spazi di Sobolev. Problemi ellittici del secondo ordine.

Programma esteso

Funzioni a variazione limitata. Funzioni assolutamente continue.
Funzioni a variazione limitata e loro caratterizzazione. Il teorema di ricoprimento di Vitali. Derivabilità quasi ovunque delle funzioni monotone. Le funzioni assolutamente continue. Caratterizzazione delle funzioni assolutamente continue come integrali di funzioni sommabili.

Elementi di teoria delle distribuzioni.
Definizioni e esempi. Le derivate di una distribuzione. Convergenza di distribuzioni. Operazioni con le distribuzioni.

Spazi di Sobolev.
Motivazioni, definizioni e proprietà. Teorema di Morrey. Disuguaglianza di Sobolev. Immersioni di Sobolev. Operatori di prolungamento. Operatori di traccia.

Problemi ellittici del secondo ordine.
Lemma di Lax-Milgram. Problemi ellittici del secondo ordine: formulazione variazionale, esistenza di soluzioni. Disuguaglianza di Poincaré. Disuguaglianza di Poincaré-Wirtinger. Problemi ellittici con condizioni al bordo di Neumann.

Prerequisiti

Calcolo in più variabili, algebra lineare, fondamenti di spazi di Hilbert e di spazi L?.

Modalità didattica

56 ore di lezione svolte in modalità erogativa, in presenza (8 cfu).

Corso erogato in lingua inglese.

Materiale didattico

- Dispense disponibili sulla pagina e-learning del corso.
- A. Bressan. *Lecture Notes on Functional Analysis*. American Mathematical Society, 2013.
- H. Brezis. *Functional analysis, Sobolev spaces and partial differential equations*. Springer Science & Business Media, 2010.
- L.C. Evans. *Partial differential equations*, American Mathematical Society, 1998.

- G. Leoni. *A First Course in Sobolev Spaces. Second Edition*, American Mathematical Society, 2017.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

I semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

L'esame consiste in una prova scritta e in una sua discussione orale.

La prova scritta verifica il livello delle conoscenze e la capacità di applicarle alla risoluzione di esercizi, l'autonomia di analisi e giudizio, nonché le capacità espositive acquisite dallo studente. La prova si articola in due parti: la prima parte contiene domande di carattere teorico (enunciati, dimostrazioni, definizioni, esempi/controesempi discussi a lezione), mentre la seconda richiede di risolvere esercizi di applicazione della teoria. Le due parti concorrono in egual misura alla determinazione del voto complessivo finale.

La prova orale si terrà qualche giorno dopo la prova scritta; essa consisterà in una breve discussione e correzione della prova scritta e verificherà la padronanza degli argomenti riportati nell'elaborato.

Orario di ricevimento

Su appuntamento.

Sustainable Development Goals