UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

SYLLABUS DEL CORSO

Functional Analysis

2627-1-F4002Q007

Obiettivi

Coerentemente con gli obiettivi formativi del corso di studio, l'insegnamento si propone di fornire allo studente le conoscenze riguardanti i fondamenti dell'Analisi Funzionale. Verranno altresì fornite le competenze necessarie a comprendere e analizzare le principali tecniche e i metodi dimostrativi connessi alla teoria, e le abilità utili ad applicarle per affrontare problemi in diversi ambiti della matematica. Particolare enfasi verrà posta sulla risoluzione di problemi da parte degli studenti.

**Obiettivi formativi*
**
1. Conoscenza e capacità di comprensione
Lo studente acquisirà una conoscenza chiara e sistematica dei principali concetti dell'analisi funzionale, in particolare riguardo all'analisi su spazi localmente compatti di Hausdorff, spazi di funzioni continue e Lp, topologia deboli e debole (debole stella), compattezza nelle topologie deboli e teoremi di rappresentazione di Riesz.
2. Capacità di applicare conoscenza e comprensione
Lo studente sarà in grado di applicare i metodi appresi alla risoluzione di esercizi e problemi, in contesti di difficoltà variabile, mostrando padronanza delle tecniche di problem solving e comprensione delle strutture matematiche di base.
3. Autonomia di giudizio
Lo studente svilupperà la capacità di comprendere e valutare criticamente definizioni, enunciati e dimostrazioni, riconoscendo gli strumenti concettuali più adatti per l'analisi e la risoluzione dei problemi proposti.
4. Abilità comunicative
Lo studente saprà esporre i concetti fondamentali del corso con chiarezza e rigore, utilizzando correttamente il linguaggio matematico.
5. Capacità di apprendimento
Lo studente svilupperà le competenze necessarie per proseguire in autonomia lo studio dell'analisi, con capacità di consultazione di testi scientifici, risorse online e risorse didattiche adeguate.

Contenuti sintetici

Spazi localmente compatti di Hausdorff. Spazi di funzioni continue e Lp, topologia deboli e debole* (debole stella). Compattezza nelle topologie deboli. Teoremi di rappresentazione di Riesz.

Programma esteso

Spazi metrici, spazi vettoriali normati, compattezza della bolla chiusa e dimensione.

Spazi di funzioni continue, e compattezza tramite il Teorema di Ascoli-Arzelà.

Funzionali lineari e topologia debole su uno spazio normato. Funzionali subadditivi positivamente omogenei. Forma generale del Teorema di Hahn-Banach. Convessità e separazione mediante iperpiani.

Topologia debole* (debole stella). Biduale ed embedding di James. Il Teorema di Banach-Alaoglu: compattezza debole* della palla chiusa nel duale.

Cenni alla riflessività degli spazi di Banach e uniforme convessità.

Prerequisiti

Elementi di teoria dell'integrazione astratta, elementi di teoria degli spazi L?, elementi di topologia generale. Conoscenze di base sugli spazi di Banach e sugli spazi di Hilbert. Abilità di problem-solving in matematica.

Modalità didattica

56 ore di lezione, 8 CFU. Didattica erogativa e interattiva, in presenza e mista.

Le lezioni frontali sono organizzate per introdurre i principali concetti teorici, presentare le principali idee nella dimostrazione dei teoremi e analizzare esplicitamente esempi/problemi. Durante il corso saranno assegnati degli esercizi da svolgere in autonomia con lo scopo di allenare le proprie capacità di problem solving, e di approfondire qualche aspetto della teoria. Lezioni in video corredate da attività online per facilitare e testare la comprensione dei concetti potranno essere previste durante l'anno.

Il corso è previsto in lingua inglese.

Materiale didattico

Referenze bibliografiche

- H. Brezis. Functional analysis, Sobolev spaces and partial differential equations. Universitext. Springer, New York, 2011
- G.B. Folland. Real analysis. Modern techniques and their applications. A Wiley-Interscience Publication.

John Wiley & Sons, Inc., New York, 1999.
- W. Rudin. Real and complex analysis. McGraw-Hill Book Co., New York, third edition, 1987
- T. Bühler and D. A. Salamon. Functional analysis. Graduate Studies in Mathematics, volume 191. AMS, Providence, RI, 2018

Ulteriore materiale

Sulla pagina E-Learning del corso verranno distribuiti i seguenti documenti:

- Alcune note del corso, o collegamenti a materiale online
- Esercizi e problemi.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Primo semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

L'esame sarà scritto, con orale facoltativo. La parte scritta consisterà nella risoluzione di esercizi/problemi, con lo scopo di testare la comprensione degli studenti sul programma del corso e le loro abilità di problem-solving.

L'orale è facoltativo (a richiesta dello studente o del docente), e consisterà in un colloquio sullo scritto e nella risoluzione di ulteriori esercizi/problemi. Senza l'esame orale non è possibile verbalizzare un voto maggiore o uguale al 28.

Durante il periodo delle lezioni, saranno assegnati 3 esami parziali come compito a casa. Gli studenti che consegnano questi easmi avranno l'opzione di saltare la parte scritta dell'esame finale, ma in questo caso l'orale è obbligatorio.

Orario di ricevimento

Su appuntamento (da concordare via e-mail).

Sustainable Development Goals

ISTRUZIONE DI QUALITÁ