UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

COURSE SYLLABUS

Basic Calculus - 1

2627-1-E1808M007-T1

Obiettivi formativi

1. Conoscenza e capacità di comprensione
   Gli studenti acquisiranno una conoscenza di base degli strumenti matematici fondamentali, in particolare lo studio delle funzioni reali di una o due variabili reali. Comprenderanno i concetti chiave come dominio, limiti, continuità, derivabilità, e saranno in grado di interpretare graficamente e analiticamente questi concetti. Tali conoscenze costituiscono la base per comprendere modelli matematici applicati all'economia, alla finanza e alla gestione aziendale.

2. Conoscenza e capacità di comprensione applicate
   Gli studenti saranno in grado di applicare gli strumenti matematici appresi per analizzare semplici modelli economici e gestionali. Sapranno utilizzare le funzioni per rappresentare relazioni economiche nonché risolvere problemi elementari di ottimizzazione rilevanti per la gestione aziendale e la presa di decisioni.

3. Autonomia di giudizio
   Attraverso lo studio di problemi matematici ed economici, gli studenti svilupperanno la capacità di ragionamento logico e critico, utile per valutare in modo autonomo le ipotesi e i risultati di modelli quantitativi, interpretandone i limiti e le implicazioni.

4. Abilità comunicative
   Gli studenti impareranno a esprimere concetti matematici e quantitativi in modo chiaro e rigoroso, sia oralmente che per iscritto, utilizzando il linguaggio tecnico appropriato. Saranno in grado di presentare e discutere semplici modelli quantitativi applicabili all'economia e alla gestione aziendale.

5. Capacità di apprendimento
   Il corso fornirà le basi necessarie per affrontare con successo studi successivi in ambito quantitativo (economia, statistica, finanza, econometria). Gli studenti svilupperanno la capacità di apprendere nuovi strumenti matematici in modo autonomo, ponendo le basi per il continuo aggiornamento delle competenze.

Contenuti sintetici

Funzioni reali di variabile reale e cenni alle funzioni reali di due variabili

Programma esteso

UNITA' 1 - Funzioni reali di una variabile reale.
Insiemi N,Z,Q, R. Insieme superiormente/inferiormente limitato; intervalli; estremo superiore/inferiore/massimo/minimo di un insieme.
Definizione di funzione e di successione; calcolo del campo di esistenza; definizione di immagine, insieme immagine, controimmagine, insieme controimmagine, grafico; uso dell'espressione analitica di una funzione e di una successione. Uso del grafico di una funzione; funzione iniettiva, suriettiva, biettiva; funzioni inferiormente/superiormente limitate; estremo inferiore/superiore di una funzione; minimo/massimo, punto di minimo/massimo di una funzione; funzione pari/dispari; monotonia di una funzione e di una successione. Operazioni con funzioni, composizione, inversione. Trasformazioni semplici di grafici. Traslazioni orizzontali/verticali, riflessioni orizzontali/verticali; riflessioni parziali orizzontali/verticali; riscalamenti. Trasformazioni composte di grafici.

UNITA' 2 - Limiti:
Retta reale estesa e intorni; definizione di punto interno, esterno, di frontiera, isolato, diaccumulazione; definizione di limite di funzioni e successioni; limite destro/sinistro, limite per eccesso/per difetto; lettura di limiti dal grafico. Teorema di unicità del limite (con dim.), teorema di permanenza del segno (con dim.), teorema del confronto (con dim.). Calcolodi limiti per funzioni e successioni.
Continuità. Algebra in R esteso, forme determinate, limiti di funzioni esponenziali, logaritmiche, arcotangente. Forme indeterminate, tecniche per risolvere alcune forme indeterminate (funzioni razionali/irrazionali). Equivalenza asintotica e proprietà. Ordini di infinito, gerarchie di infiniti.
Funzione trascurabile(o-piccolo). Limiti notevoli e relative equivalenze asintotiche. Forme indeterminate di tipo esponenziale e tecniche di soluzione. Ordini di infinitesimo, gerarchia degli infinitesimi, o-piccoli. Continuità (da destra/sinistra) e discontinuità. Classificazione delle discontinuità. Riconoscimento delle discontinuità dal grafico e dall'espressione analitica. Asintoti orizzontali, verticali, obliqui. Teorema di Weierstrass con controesempi, teorema dei valor intermedi con controesempi, teorema degli zeri con controesempi.

UNITA' 3 - Derivate:
Rapporto incrementale e derivata di una funzione in un punto; funzione derivata; derivate di funzioni elementari; calcolo di derivate. Equazione della retta tangente; legame continuità-derivabilità, punto di flesso a tangente verticale, di cuspide, angoloso. Regola di de L'Hopital; Teorema di Rolle (con dim.) e controesempi; Teorema di Lagrange (con dim.) e controesempi; derivata della funzione inversa. Test di monotonia (con dim.)e controesempi; definzione di estremi relativi; punto stazionario; Teorema di Fermat (con dim.); definizione di punto critico; test della derivata prima per estremi interni. Studio della montonia di una successione. Criterio delle derivate successive;test della derivata prima per estremi alla frontiera; definizione di funzione concava/convessa; test del primo ordine per la concavità; test del secondo ordine per la concavità; definizione di punto di flesso.
Polinomi di Taylor e McLaurin; Resto di Peano.

UNITA' 4 - Studio completo di funzione e funzioni a due variabili:
Schema generale per lo studio di funzione. Domini analitici e grafici per funzioni reali di due variabili reali; curve di livello; derivate parziali, gradiente, punti stazionari, Hessiano, classificazione punti stazionari.

Prerequisiti

Teoria degli insiemi. Potenze, logaritmi, esponenziali e loro proprietà.
Disequazioni di primo e secondo grado, disequazioni razionali, disequazioni logaritmiche ed esponenziali. Equazioni cartesiana della retta, della circonferenza, della parabola, equazione della retta passante per due punti. Cenni di trigonometria.

Metodi didattici

Si utilizza un approccio didattico ibrido che combina didattica erogativa (DE) e didattica interattiva (DI). La DE include la presentazione e spiegazione dettagliata dei contenuti teorici che solitamente avviene nella prima parte della lezione. La DI prevede interventi attivi degli studenti tramite risposte a domande e problemi posti dal docente, brevi interventi, discussioni collettive e solitamente viene svolta nella seconda parte della lezione. Non è possibile stabilire precisamente a priori il numero di ore dedicate alla DE e alla DI, poiché le modalità si intrecciano in modo dinamico per adattarsi alle esigenze del corso e favorire un apprendimento partecipativo e integrato, combinando teoria e pratica.

Nello specifico:
-40 ore di lezione saranno svolte in presenza con una didattica ibrida come illustrata sopra
-12 ore di esercitazioni verranno svolte in presenza in modalità interattiva.

Modalità di verifica dell'apprendimento

Una prova scritta obbligatoria con domande di teoria ed esercizi. La prova scritta valuta la correttezza formale dei passaggi, l'adeguatezza del linguaggio matematico adottato, le competenze e le conoscenze acquisite durante il corso. Una volta superato la prova scritta, il professore o lo studente possono richiedere un esame orale integrativo. L'orale verte su tutto il programma del corso e può contribuire sia in maniera positiva sia in maniera negativa al voto finale. Il corso non prevede il frazionamento dell'esame in prove intermedie.

Testi di riferimento

Libri di testo:
Torriero, A., Scovenna M., Scaglianti, L.: Manuale di matematica. Metodi e applicazioni. CEDAM
Scovenna, M., Grassi, R.: Matematica – Esercizi e temi d’esame. CEDAM.

Ulteriore materiale didattico

Dispense e appunti dei docenti (disponibili sulla piattaforma di e-learning).
Testi e soluzioni dei temi delle prova scritta degli anni precedenti (disponibili sulla piattaforma e-learning).

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Primo semestre, primo anno.

Lingua di insegnamento

Italiano

Sustainable Development Goals

ISTRUZIONE DI QUALITÁ