



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

SYLLABUS DEL CORSO

Matematica e Statistica

2627-2-E3202Q002

Obiettivi

Conoscenza e capacità di comprensione

Il corso fornisce una solida comprensione dei fondamenti dell'algebra lineare, del calcolo differenziale per funzioni reali di più variabili, delle equazioni differenziali ordinarie e della statistica descrittiva e inferenziale, con particolare attenzione alla loro rilevanza per l'analisi dei dati ambientali.

Conoscenza e capacità di comprensione applicate

Gli studenti svilupperanno la capacità di applicare strumenti matematici e statistici alla risoluzione di problemi concreti legati alle scienze ambientali, imparando a modellare e interpretare fenomeni attraverso metodi quantitativi.

Autonomia di giudizio

Il corso intende stimolare l'autonomia di giudizio degli studenti nell'utilizzo critico delle metodologie matematiche e statistiche, promuovendo la capacità di scegliere e giustificare gli approcci più appropriati per l'analisi di problemi ambientali.

Abilità comunicative

Gli studenti saranno in grado di presentare in modo chiaro, rigoroso ed efficace i concetti appresi e i risultati ottenuti nell'analisi di dati o nella risoluzione di esercizi, sia in forma scritta che orale.

Capacità di apprendere

Al termine del corso, gli studenti avranno acquisito le competenze necessarie per affrontare con successo insegnamenti successivi a contenuto modellistico e quantitativo, all'interno del percorso formativo in Scienze e Tecnologie per l'Ambiente.

Contenuti sintetici

- Vettori in $\mathbb{R}^n$, matrici.
- Calcolo differenziale.
- Equazioni differenziali.
- Statistica descrittiva.
- Probabilità di base.
- Statistica inferenziale.

Programma esteso

- Algebra lineare.

Spazi vettoriali: somma di vettori, prodotto per uno scalare. Lo spazio vettoriale $\mathbb{R}^n$: prodotto interno, norma di un vettore e sue proprietà. Disuguaglianza di Schwarz, disuguaglianza triangolare, combinazioni lineari, vettori dipendenti ed indipendenti. Matrici e operazioni tra matrici: matrice trasposta, somma di matrici, prodotto per uno scalare e prodotto tra matrici. Sistemi di equazioni lineari e metodo di eliminazione di Gauss.

- Curve

Funzioni vettoriali di una variabile reale, limiti e continuità. Curve, curve chiuse, curve semplici e curve piane. Sostegno di una curva. Derivata e versore tangente a una curva. Archi di curva regolari e regolari a tratti.

- Calcolo differenziale per funzioni di più variabili reali

Insiemi in $\mathbb{R}^n$. Intorni sferici. Funzioni di più variabili reali: introduzione e primi esempi, esempio delle funzioni di stato. Grafici e insiemi di livello. Definizione e proprietà dei limiti per funzioni di più variabili. Limiti finiti. Funzioni continue. Derivate parziali e gradiente, definizione di differenziabilità, legame tra differenziabilità e continuità e tra differenziabilità e derivabilità. Derivabilità lungo una direzione assegnata e formula del gradiente, significato geometrico del gradiente. Condizione sufficiente per la differenziabilità e la classe $C^1(\mathbb{R}^n, \mathbb{R})$. Il differenziale primo. Derivata della funzione composta: il caso $p(x)=g(f(x))$ con $f:\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ e $g:\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e il caso $p(t)=f(r(t))$ con $f:\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ e $r:\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$. Curve di livello e gradiente. Funzioni positivamente omogenee e teorema di Eulero, applicazione ai potenziali termodinamici. Derivate di ordine superiore e matrice Hessiana. Teorema di Schwarz e la classe C^2 . Relazioni di Maxwell in termodinamica. Funzioni vettoriali di più variabili reali, matrice Jacobiana. Caso generale del teorema di derivazione della funzione composta. Punti estremanti. Estremi liberi e vincolati. Punti stazionari (o critici). Condizione necessaria per estremanti liberi (teorema di Fermat).

- Equazioni differenziali

Definizione. Equazioni differenziali ordinarie e alle derivate parziali con esempi. Modello di crescita esponenziale e modello logistico. Ordine di un'equazione differenziale e sistemi di equazioni differenziali. Equazioni differenziali in forma normale ed equivalenza con sistemi del primo ordine. Problema di Cauchy. Problema di Cauchy per equazioni differenziali in forma normale di ordine n . Teorema di esistenza (Peano) e teorema di esistenza e unicità locale. Soluzione delle equazioni differenziali a variabili separabili e delle equazioni differenziali lineari del primo ordine. Equazioni differenziali lineari di ordine n omogenee e non omogenee. Struttura dell'integrale generale delle omogenee e delle non omogenee. Soluzione delle equazioni lineari omogenee a coefficienti costanti di ordine 2. Equazioni differenziali associate al circuito RLC e all'oscillatore armonico smorzato e rispettivi integrali generali. Soluzione particolare di un'equazione lineare a coefficienti costanti non omogenea quando il termine non omogeneo è un polinomio o un esponenziale (metodo di somiglianza). Cenni alla soluzione qualitativa delle equazioni differenziali autonome: singole equazioni e sistemi 2×2 . Analisi qualitativa delle soluzioni dei seguenti modelli: equazione logistica; equazione logistica con estinzione e raccolta; modello di Lotka-Volterra preda-predatore; modello per due specie in competizione.

- Statistica descrittiva.

Introduzione alla statistica: tabelle di frequenze assolute e relative, istogrammi, media e mediana campionarie. Moda campionaria, varianza campionaria, deviazione standard campionaria, quartili, scarto interquartile, boxplot. Dati bivariati: diagramma a dispersione, covarianza e coefficiente di correlazione lineare campionari; correlazione non implica causalità.

- Introduzione alla probabilità

Introduzione alla probabilità: spazio campionario, eventi, misura di probabilità, definizione di probabilità, prime proprietà della probabilità.

Indipendenza di eventi, introduzione alle variabili aleatorie: variabili aleatorie discrete e densità discreta; funzione di ripartizione di una variabile aleatoria ed esempio nel caso discreto.

Esempi di variabili aleatorie discrete: uniforme, Bernoulli, binomiale, Poisson.

Variabili aleatorie continue: densità di probabilità e funzione di ripartizione; proprietà della funzione di ripartizione.

Esempi di variabili aleatorie continue: uniforme, esponenziale.

Valore atteso di una variabile aleatoria nel caso discreto e continuo; calcolo del valore atteso di una Bernoulli e di una uniforme in un intervallo; proprietà del valore atteso; trasformazioni di variabili aleatorie con esempi; formula del trasferimento per il calcolo del valore atteso di una funzione di variabile aleatoria con esempi; varianza di una variabile aleatoria; proprietà della varianza. Variabili aleatorie indipendenti e varianza della loro somma; variabili aleatorie normali, normali standard e chi quadro.

- Statistica inferenziale

Proprietà delle variabili aleatorie normali; quantili di una variabile aleatoria normale standard e tavola di ripartizione della normale standard.

Proprietà di simmetria dei quantili della normale standard con applicazione alla media campionaria di multiple variabili aleatorie normali standard indipendenti con la stessa media e varianza.

Intervalli di confidenza per la media incognita di una popolazione normale con varianza nota; intervalli bilaterali e unilaterali a qualsiasi livello di confidenza; teorema del limite centrale con applicazione agli intervalli di confidenza per il parametro di una popolazione Bernoulli.

Introduzione alla verifica di ipotesi e ai test parametrici: ipotesi nulla e alternativa; regione critica; errori di prima e seconda specie; livello di significatività; test Z a due code per la media di una popolazione normale con varianza nota; p -value.

Test Z a una coda per la media di una popolazione normale con varianza nota; test Z a due code e a una coda per una proporzione; test t di Student.

Regressione lineare semplice.

Prerequisiti

Calcolo differenziale e integrale per funzioni reali di una variabile reale. Non vi sono propedeuticità formali, ma è necessario conoscere e saper maneggiare i contenuti del corso di Matematica I per poter seguire il corso con profitto.

Modalità didattica

24 lezioni da 2 ore di didattica erogativa in presenza (6 cfu)

10 esercitazioni da 2 ore di didattica erogativa in presenza (2 cfu)

Corso erogato in lingua italiana

Materiale didattico

- Matematica Generale, A. Guerraggio, Bollati Boringhieri. (Algebra lineare)
- Analisi Matematica II, M. Bramanti, C.D. Pagani, S. Salsa, ZANICHELLI. (Calcolo differenziale in più variabili ed equazioni differenziali)
- Probabilità e statistica per l'ingegneria e le scienze, S. M. Ross, Apogeo.
- Esercitazioni di Analisi Matematica 2, M. Bramanti, Esculapio, Bologna. (Esercizi)
- Esercizi di calcolo delle probabilità e statistica, D. Bertacchi, M. Bramanti, G. Guerra, Esculapio.
- Probabilità & Statistica 600 esercizi d'esame risolti, M. Verri, Esculapio.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Primo semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

L'esame è strutturato in una prova scritta obbligatoria e in una prova orale facoltativa (su richiesta o dello studente o del docente) a cui si può accedere se si è ottenuto un punteggio di almeno 18 nella prova scritta.

La prova scritta è divisa in due parti. Nella prima parte verrà richiesto di rispondere a 4 domande aperte di teoria ciascuna delle quali vale 3 punti. In questa prima parte della prova scritta gli studenti saranno valutati sulla loro comprensione dei concetti matematici e statistici fondamentali affrontati durante il corso. Gli studenti dovranno dimostrare la loro conoscenza teorica e la capacità di spiegare i concetti chiave. Nella seconda parte si richiede di risolvere alcuni esercizi/problemi, di solito 4. Ogni esercizio vale 5 punti se non diversamente indicato. In questa parte della prova verrà valutata la capacità di applicare le conoscenze apprese alla risoluzione di esercizi e problemi e la capacità comunicare in modo chiaro ed efficace il procedimento per la soluzione degli stessi.

La prova va svolta in 120 minuti. Per superare l'esame occorre una votazione di almeno 18.

La prova orale facoltativa ed è costituita da un colloquio sugli argomenti svolti a lezione. Verrà valutata sia la comprensione teorica che la capacità degli studenti di applicare i concetti matematici e statistici alla risoluzione di problemi anche concreti. In base all'andamento della prova orale, il voto ottenuto nella prova scritta potrà essere aumentato al massimo di 4 punti o diminuito fino all'insufficienza in caso di grave impreparazione.

Prove parziali: Durante il periodo delle lezioni si svolgono di norma due prove parziali che sostituiscono, in caso di superamento, la prova scritta. Le prove parziali sono strutturate come le prove scritte, la prima prova parziale verterà sul programma svolto fino a quando viene effettuata la prova. La seconda prova verterà sul programma rimanente. Le prove si intendono superate se si ottiene un punteggio di almeno 18 in entrambe le prove e il voto finale sarà la media aritmetica dei due voti.

Durante lo svolgimento delle prove non sarà concessa la consultazione di materiale didattico (testi, eserciziari, appunti personali, formulari) e non sarà consentito l'uso di telefoni cellulari, tablet, pc, smartwatch, ecc. È consentito l'utilizzo di una calcolatrice scientifica non programmabile e non grafica.

Orario di ricevimento

Su appuntamento

Sustainable Development Goals

ISTRUZIONE DI QUALITÀ
