



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

## SYLLABUS DEL CORSO

### Analisi Matematica II

2627-2-E4103B009

---

#### Obiettivi formativi

L'obiettivo principale che l'insegnamento si prefigge è quello di introdurre lo studente al calcolo differenziale ed integrale per funzioni di più variabili reali, con particolare riferimento a quegli elementi della teoria che trovano maggior applicazione nelle scienze statistiche ed economiche.

Il presente insegnamento pertanto contribuisce a consolidare le conoscenze e la capacità di comprensione nell'ambito dell'analisi matematica, in coerenza con l'area di apprendimento Matematica del corso di laurea triennale in Scienze Statistiche ed Economiche.

Lo studente rivisiterà le nozioni di limite, continuità, differenziabilità, convessità/concavità, estremalità ed integrabilità, già incontrate nel corso di Analisi Matematica I, confrontandosi con differenze ed analogie, alla luce del mutato e più variegato contesto vettoriale-topologico che caratterizza lo spazio euclideo ad  $n$  dimensioni.

In particolare, apprenderà concetti nuovi come derivata direzionale, gradiente, matrice jacobiana, matrice hessiana, curva o superficie di livello, moltiplicatori, cambiamento di coordinate, che gli permetteranno di impadronirsi delle tecniche fondamentali del calcolo differenziale ed integrale in più variabili.

L'acquisizione dei summenzionati elementi lo metteranno in grado di saper affrontare specificatamente le seguenti problematiche:

1. utilizzare le derivate parziali (prime e successive) per approssimare una funzione di più variabili (definita esplicitamente o implicitamente) e controllare l'errore;
2. riconoscere l'eventuale proprietà di concavità/convessità di una funzione attraverso strumenti del calcolo differenziale;
3. determinare estremi liberi e vincolati (in presenza di varie tipologie di vincolo) di una funzione di più variabili;
4. calcolare integrali multipli, sia propri sia generalizzati, impiegando varie tecniche di calcolo (metodo di riduzione, cambiamento di variabili, simmetrie).

Lo sviluppo di tali capacità, di utilità sia in area di apprendimento Statistica che in area di apprendimento Economica, verrà realizzato attraverso la risoluzione guidata di esercizi e problemi di graduale complessità, mirata alla formazione di un giudizio autonomo sulla scelta degli elementi teorici di analisi matematica da impiegare, combinare ed adattare, nei diversi casi di studio.

Un obiettivo parallelo dell'insegnamento è quello di abituare lo studente, sia in fase di lettura di un testo, sia in fase di produzione, all'utilizzo del linguaggio formale in uso, relativamente ai temi trattati, nella comunicazione matematica, con particolare riferimento alla:

1. definizione di un concetto/proprietà matematica ed alla formulazione di enunciati di teoremi;
2. descrizione della metodologia risolutiva di un problema (corretta esposizione di calcoli e della loro giustificazione, nonché di un ragionamento logico-deduttivo).

Il raggiungimento di quest'ultimo obiettivo, insieme all'acquisizione dei contenuti fondamentali proposti nell'insegnamento, metterà in grado lo studente di accedere autonomamente a materiale di approfondimento dei temi (su indicazione del docente).

## **Contenuti sintetici**

Elementi di calcolo differenziale ed integrale per funzioni di più variabili reali.

## **Programma esteso**

### **I. Funzioni di più variabili reali**

- I.1 Struttura vettoriale-topologica di  $\mathbb{R}^n$ ;
- I.2 Limiti e continuità;
- I.3 Derivate parziali e direzionali, gradiente;
- I.4 Differenziabilità ed iperpiano tangente;
- I.5 Derivate successive e matrice hessiana;
- I.6 Formula di Taylor;
- I.7 Convessità/concavità per funzioni di più variabili;
- I.8 Estremi liberi.

### **II. Funzioni definite implicitamente**

- II.1 Sistemi di equazioni e curve/superfici di livello;
- II.2 Teorema della funzione implicita di U. Dini;
- II.3 Estremi vincolati e metodo dei moltiplicatori di Lagrange;
- II.4 Invertibilità di funzioni a valori vettoriali.

### **III. Integrazione multipla**

- III.1 Funzioni a scala e loro integrali;
- III.2 Integrabilità (secondo Riemann) ed integrale di una funzione limitata su un iperrettangolo;
- III.3 Integrale multiplo su insiemi semplici e metodo di riduzione;
- III.4 Cambiamento di variabile negli integrali multipli;

III.5 Coordinate polari nel piano e nello spazio;

III.6 Integrali multipli su domini illimitati.

## **Prerequisiti**

Il contenuto dei seguenti insegnamenti: "Analisi Matematica I" e "Algebra Lineare".

## **Metodi didattici**

Tutte le lezioni sono svolte in presenza in modalità erogativa:

28 ore di lezione;

24 ore di esercitazione.

## **Modalità di verifica dell'apprendimento**

La modalità di verifica si basa su una prova scritta obbligatoria, e, in caso di superamento della prova scritta con una valutazione sufficiente ( $\geq 18/30$ ), su una prova orale facoltativa (su richiesta del docente o della/o studentessa/studente). Se vi sono le condizioni, sono previste prove d'esame parziali in itinere.

Le prove scritte sono volte ad accertare l'acquisizione di competenze teoriche, di tecniche di calcolo e d'utilizzo dei principali strumenti, e di capacità di risolvere problemi analoghi a quelli discussi e commentati in aula durante le lezioni dell'insegnamento. Esse si strutturano in:

4 PROBLEMI/ESERCIZI;

1 DOMANDA APERTA, eventualmente articolata in più punti.

La risoluzione di problemi/esercizi richiede la razionalizzazione di una questione matematica, l'applicazione di uno o più principi, talora opportunamente combinati, nonché l'uso degli strumenti di calcolo appresi, mentre nella domanda aperta è richiesta una succinta ma pertinente esposizione teorica (ad esempio, la definizione formale di nozioni, la formulazione di enunciati e, ove previsto, la loro giustificazione, il confronto tra nozioni, la produzione di esempi e/o controesempi relativi a prefissate proprietà) degli argomenti in programma.

La prova orale, facoltativa, è intesa ad accertare l'apprendimento di tutti gli elementi di teoria proposti a lezione nonché la capacità di applicazione degli stessi. Essa prevede pertanto un COLLOQUIO DI DISCUSSIONE SULLO SCRITTO, seguito da un COLLOQUIO SU ARGOMENTI SVOLTI A LEZIONE.

In caso di superamento della prova scritta e della prova orale, il voto finale sarà determinato da una media tra l'esito della prova scritta e della prova orale.

I criteri seguiti dalla commissione d'esame per valutare le prove scritte e l'eventuale prova orale terranno conto dell'abilità di enucleare i temi che emergono affrontando un problema, del rigore metodologico nella risoluzione dei problemi, delle capacità di espressione precisa e rigorosa di concetti quantitativi attraverso un linguaggio formale, della completezza di trattazione nell'esposizione di questioni teoriche.

La valutazione finale della prova è espressa in trentesimi.

Sia nella prova scritta, sia nell'eventuale prova orale, viene applicata la seguente gradazione di giudizio in relazione ai seguenti parametri:

1. Conoscenza concettuale e capacità di comprensione
2. Capacità di applicare conoscenza e comprensione
3. Capacità comunicative e argomentative
4. Capacità di apprendimento, di autovalutazione e di autoregolazione

#### **Votazione < 18**

**Conoscenza e Comprensione:** Lo studente identifica solo parzialmente le caratteristiche dei concetti. Le connessioni tra i concetti risultano frammentarie e scarsamente supportate da conoscenze teoriche.

**Capacità di applicare conoscenza e comprensione:** Lo studente individua solo alcuni elementi rilevanti nell'analisi di un problema o di un esercizio, senza riuscire a integrarli in un'analisi organica.

**Capacità comunicative e argomentative:** Nella prova scritta e orale lo studente elabora un'argomentazione essenziale, priva di articolazione logica e caratterizzata da numerose imprecisioni espositive.

**Capacità di apprendimento, di autovalutazione e di autoregolazione:** Lo studente riesce a ricostruire solo alcuni aspetti del proprio percorso di apprendimento e sviluppo professionale.

#### **Votazione 18-22**

**Conoscenza e Comprensione:** Lo studente riconosce e restituisce la maggior parte delle caratteristiche concettuali e riesce a fornirne una spiegazione relativamente coerente, sebbene con qualche imprecisione. I riferimenti teorici sono presenti ma non sempre in modo rigoroso.

**Capacità di applicare conoscenza e comprensione:** Lo studente è in grado di riconoscere un numero significativo di elementi e di fornire una spiegazione parziale, pur evidenziando alcune lacune nell'analisi.

**Capacità comunicative e argomentative:** Nella prova orale lo studente costruisce un'argomentazione di base, dotata di una struttura minima ma con alcune imprecisioni.

**Capacità di apprendimento, di autovalutazione e di autoregolazione:** Lo studente dimostra una consapevolezza di base del proprio percorso di apprendimento, riuscendo a tracciare collegamenti essenziali tra le esperienze formative, sebbene con alcune imprecisioni.

#### **Votazione 23-27**

**Conoscenza e Comprensione:** Lo studente dimostra una comprensione approfondita delle caratteristiche concettuali. Nell'elaborazione della prova scritta o nella discussione orale le spiegazioni risultano ben articolate e supportate da un uso adeguato dei riferimenti teorici.

**Capacità di applicare conoscenza e comprensione:** Lo studente individua con precisione gli elementi essenziali di una questione matematica. L'applicazione delle conoscenze avviene con un rigore metodologico non sempre solido.

**Capacità comunicative e argomentative:** Nella prova scritta lo studente sviluppa un'argomentazione coerente e ben organizzata, dimostrando una buona padronanza del linguaggio e una struttura logico-argomentativa solida. La comunicazione risulta chiara ed efficace.

**Capacità di apprendimento, di autovalutazione e di autoregolazione:** Lo studente analizza il proprio percorso di apprendimento in modo chiaro e strutturato, mettendo in evidenza relazioni significative tra le diverse tappe evolutive e dimostrando una buona capacità di riflessione critica.

#### **Votazione 28-30**

**Conoscenza e Comprensione:** Lo studente evidenzia una padronanza completa dei concetti, articolando

connessioni complesse e fornendo spiegazioni esaustive. I riferimenti teorici sono utilizzati con pertinenza e rigore.

Capacità di applicare conoscenza e comprensione: Lo studente evidenzia una capacità avanzata di analisi di un problema, individuando e interpretando in modo esaustivo tutti gli elementi salienti. L'applicazione delle conoscenze avviene con rigore metodologico, supportato da un'argomentazione solida e articolata.

Capacità comunicative e argomentative: Nella prova scritta o orale lo studente elabora un'argomentazione solida e articolata, con un impianto logico rigoroso e un elevato livello di coerenza testuale. Il discorso è fluido e ben strutturato.

Capacità di apprendimento, di autovalutazione e di autoregolazione: Lo studente evidenzia una capacità avanzata di autoriflessione, elaborando un'analisi articolata e approfondita del proprio percorso di apprendimento e sviluppo professionale. Le connessioni tra esperienze formative e concetti teorici risultano chiare, coerenti e rigorose.

## **Testi di riferimento**

1. M. Bramanti, C.D. Pagani, S. Salsa, "Analisi matematica 2", Zanichelli, Bologna, 2009;
2. S. Salsa, A. Squellati, "Esercizi di Analisi matematica 2", Zanichelli, Bologna, 2011.

## **Periodo di erogazione dell'insegnamento**

Primo semestre.

## **Lingua di insegnamento**

Italiano.

## **Sustainable Development Goals**

ISTRUZIONE DI QUALITÀ | CONSUMO E PRODUZIONE RESPONSABILI

---