Decadimenti Radioattivi

Introduzione ai decadimenti

Il decadimento radioattivo è il processo mediante il quale un nucleo atomico perde energia.

I decadimenti radioattivi sono caratterizzati da:

- Durata del processo
- Tipo di particella emessa
  - α – β – γ
  - n – p
  - Fissione spontanea
- Energia transizione
- Conservazione momento angolare, spin, …

Legge di decadimento radioattivo

Ipotesi:

Il decadimento è di natura statistica=impossibile predire quando un nucleo decadrà

- La **probabilità** di decadimento nell'unità di tempo è una proprietà del nucleo e del processo di decadimento e **non** dipende dal tempo

La probabilità di decadimento per unità di tempo di un atomo è costante, indipendentemente dall'età dell'atomo

- In una sostanza contenente N nuclei, la probabilità di decadimento nell'unità di tempo del singolo nucleo non dipende da N

Quindi la probabilità di decadimento in un intervallo di tempo dt è:

$$dP = \lambda \cdot dt$$

dove λ è la **costante di decadimento** caratteristica del processo e ha dimensioni [s^{-1}]

Se la sostanza contiene N nuclei e se il numero N è grade:

$$-dN = \lambda \cdot N \cdot dt$$

Da cui:

Numero di nuclei presenti a t=0

Numero di nuclei presenti al tempo t

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

Es. 5

Alcune definizioni

Vita media

Valor medio della distribuzione dei singoli tempi di decadimento →

$$\tau = \frac{\int_0^\infty t \cdot N(t) \cdot dt}{\int_0^\infty N(t) \cdot dt} = \frac{1}{\lambda}$$

Numero totale di decadimenti

Tempo di dimezzamento

Intervallo di tempo in cui il numero di nuclei si dimezza →

$$N(\tau_{1/2}) = \int_0^{t_{1/2}} \lambda \cdot N(t) \cdot dt = \int_{t_{1/2}}^{\infty} \lambda \cdot N(t) \cdot dt = \frac{N_0}{2}$$

$$\boldsymbol{\tau_{1/2} = \tau \cdot ln2 = 0,693 \cdot \tau}$$

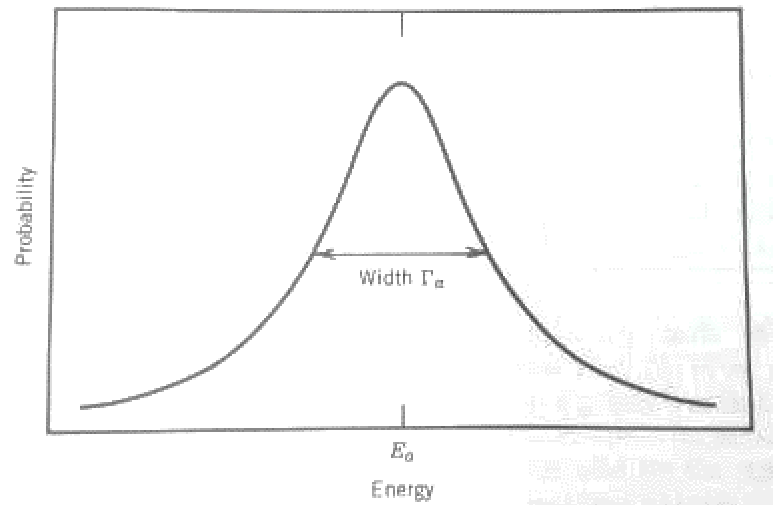
Larghezza di decadimento

Indeterminazione dell'energia dello stato non stazionario: se il sistema ha un valor medio del tempo di sopravvivenza nello stato $|i\rangle$ la sua energia è nota con una incertezza definita dalla relazione di indeterminazione

$$\Delta E = \Gamma = \frac{\hbar}{\tau} = \hbar\lambda$$

$$\hbar = 6{,}58 \cdot 10^{-25}\ \text{GeV} \cdot s$$

→



Se ad es. $\tau = 10^{-12}s$ → $\Delta E \sim 10^{-10}\ MeV$ → possiamo parlare di transizioni tra livelli energetici ben distinti

I decadimenti dei nuclei - Attività

In alcune circostanze risulta molto **difficile misurare il numero di nuclei $N(t)$ non ancora decaduti** al tempo t. E' molto più semplice misurare il numero di **decadimenti per unità di tempo**:

Attività di una sostanza

$$A(t) = \lambda \cdot N(t) = \frac{N(t)}{\tau} = \lambda \cdot N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

$$\text{attività} = \frac{\textit{numero di disintegrazioni}}{\textit{tempo}}$$

l'attività di una sostanza dipende dal momento in cui viene misurata A(t)

- La misura del numero di conteggi in un intervallo temporale Δt ci restituisce l'attività della sorgente **solo se τ non è ne troppo lungo ne troppo corto**.

dobbiamo vedere il campione decadere

se ad es. $\tau = 1\ s$ e misuriamo il campione per 1 min o per 1 h il numero di conteggi misurato è lo stesso

- **L'attività** della sorgente ci dice solamente il numero di decadimenti che avvengono **all'interno** della 'sorgente' ($\neq$ *conteggi rivelati a causa di angolo solido*, *efficienza rivelazione*, …) ma **non ci dice nulla a riguardo del tipo di radiazione e dell'energia rilasciata**

l'attività non è una quantità utile per conoscere gli effetti della radiazione sul sistema biologico

I decadimenti dei nuclei - Attività

Unità di misura:

$$\mathbf{1\ Becquerel\ (Bq)} = \frac{\mathbf{1}\ \boldsymbol{disintegrazione}}{\boldsymbol{s}}$$

$$\mathbf{1\ Curie\ (Ci) = attività\ di\ 1g\ di\ Radio\ (^{226}Ra)}$$

$$\mathbf{1\ Ci = 3,7 \cdot 10^{10}}\ \boldsymbol{Bq}$$

secondi in 1 anno

^{226}Ra

$\tau_{1/2} = 1602\ \text{anni}$ ⟶ $\tau = \dfrac{1602 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600}{\ln 2} \sim \dfrac{1602 \cdot \pi \cdot 10^7}{0.693} = 7{,}3 \cdot 10^{10} s$

Attività di 1g di ^{226}Ra ⟶ $A = \dfrac{N}{\tau} = \dfrac{N_A}{A \cdot \tau} = \dfrac{6{,}02 \cdot 10^{23}}{226 \cdot 7{,}3 \cdot 10^{10} s} = 3{,}7 \cdot 10^{10} s^{-1}$

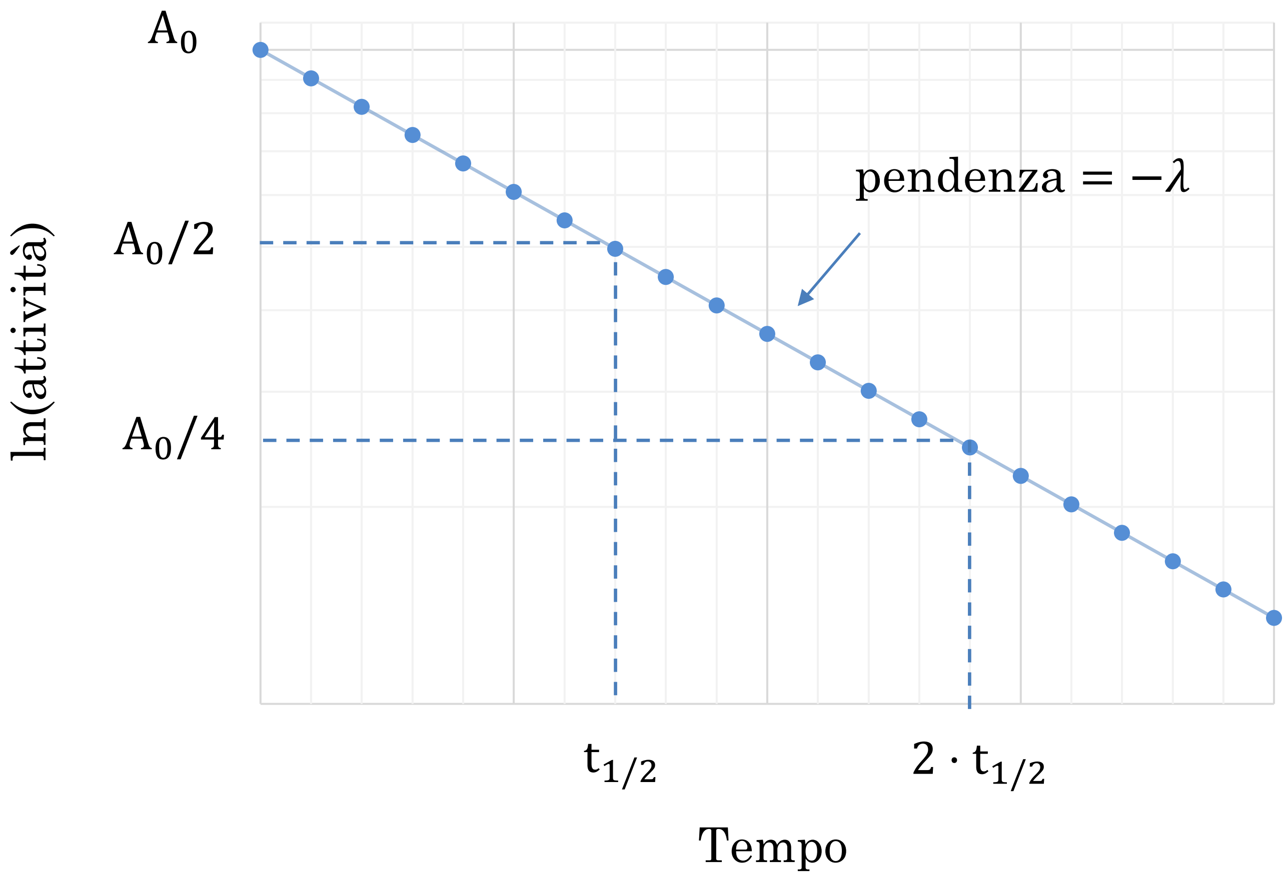
Le sorgenti presenti nei laboratori (didattici) sono solitamente dell'ordine di 1-100 kBq

App. 19

I decadimenti dei nuclei – Attività e costante di decadimento

Dallo studio dell'attività di una sorgente possiamo ricavare la costante di decadimento usando un grafico semilogaritmico di $\ln A$ *vs* t

$$A(t) = A_0 e^{-\lambda t}$$



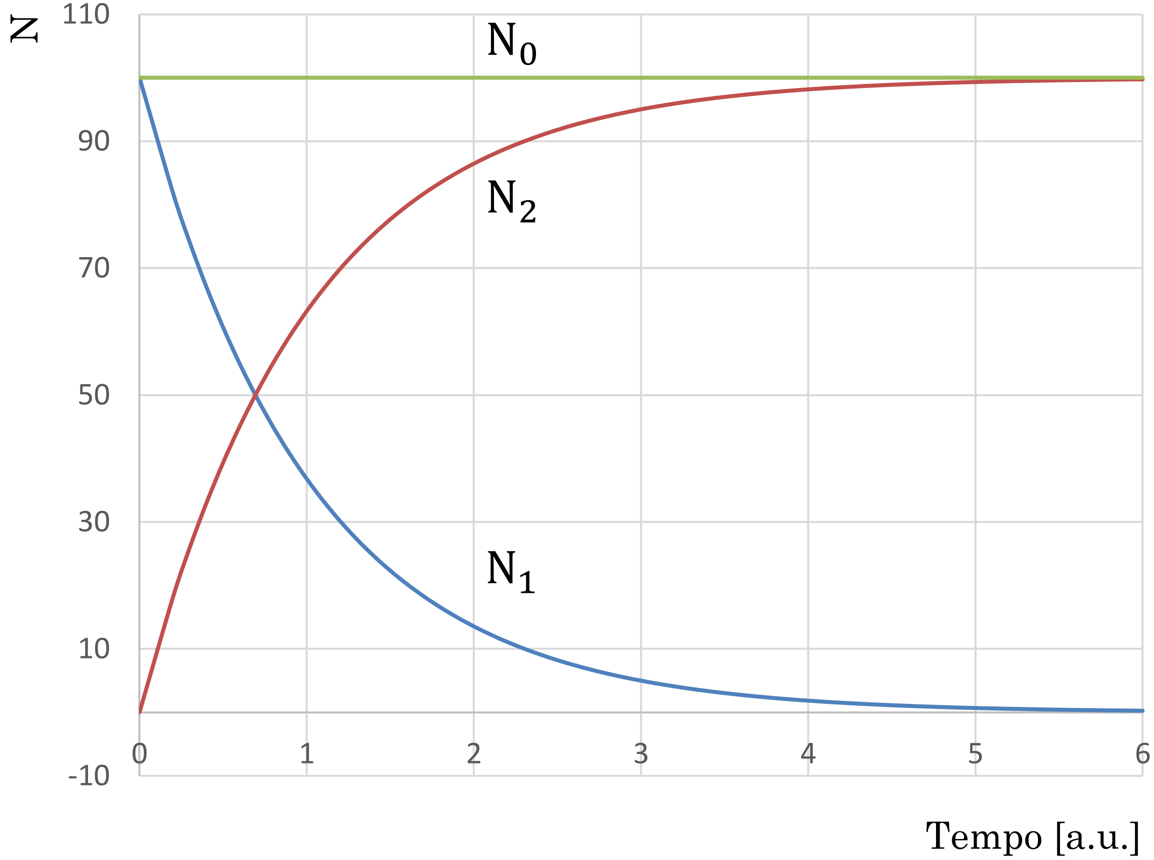
I decadimenti dei nuclei – Attività e costante di decadimento

Il caso più semplice è il **decadimento di un nucleo** radioattivo con una costante di decadimento λ_1 **su un nucleo stabile**. Il numero di nuclei presenti nella sostanza in funzione di t risulta quindi essere:

$$\mathrm{N}_1(t) = N_0 e^{-\lambda_1 t}$$
$$\mathrm{N}_2(t) = N_0\left(1 - e^{-\lambda_1 t}\right)$$

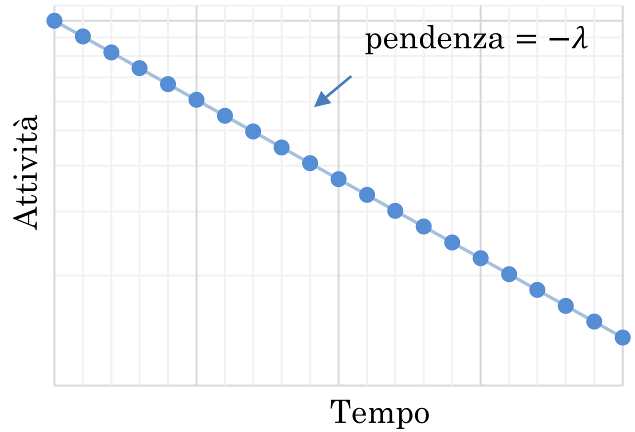
$$\Downarrow$$

$$\mathrm{N}_1 + \mathrm{N}_2 = \mathrm{N}_0$$



I decadimenti dei nuclei – Attività o numero di nuclei?

Ricordiamo che è sempre possibile passare dall'attività A(t) al numero di isotopi presenti nel campione N(t) tramite la relazione



$$A(t) = \lambda \cdot N(t) = \frac{N(t)}{\tau}$$

Da un punto di vista pratico la misura di N(t) e A(t) hanno due approcci molto differenti e, a seconda dell'isotopo da studiare, è meglio usare uno o l'altro approccio:

- N(t) → **misura di conteggio**. Ideale per i nuclidi con τ grandi (se τ comparabile al tempo di misura N non può essere considerato costante).

ICP-MS

Ge detectors

- A(t) → **misura di frequenza** (numero decadimenti al secondo) delle particelle α/β/γ emesse nel decadimento. Utile per nuclidi con τ piccoli. Se τ molto grande potrei non essere sensibile (non vedo decadimenti)

App. 20

I decadimenti dei nuclei – Attività totale di sostanza composta da più nuclei radioattivi

Se in un campione ci sono diversi nuclei che decadono radioattivamente l'analisi dell'attività totale può risultare complessa (soprattutto **se non facciamo spettroscopia**)….

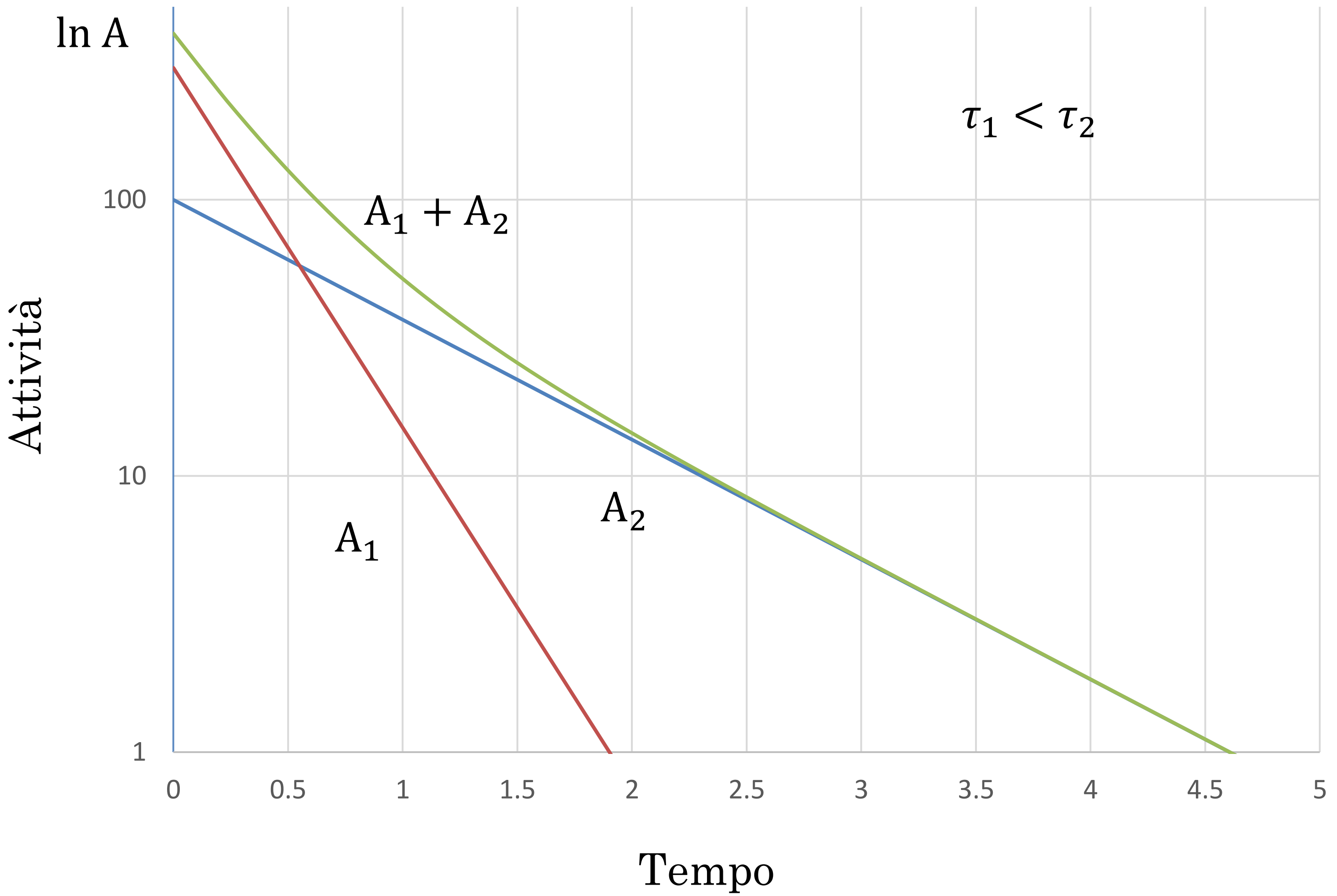
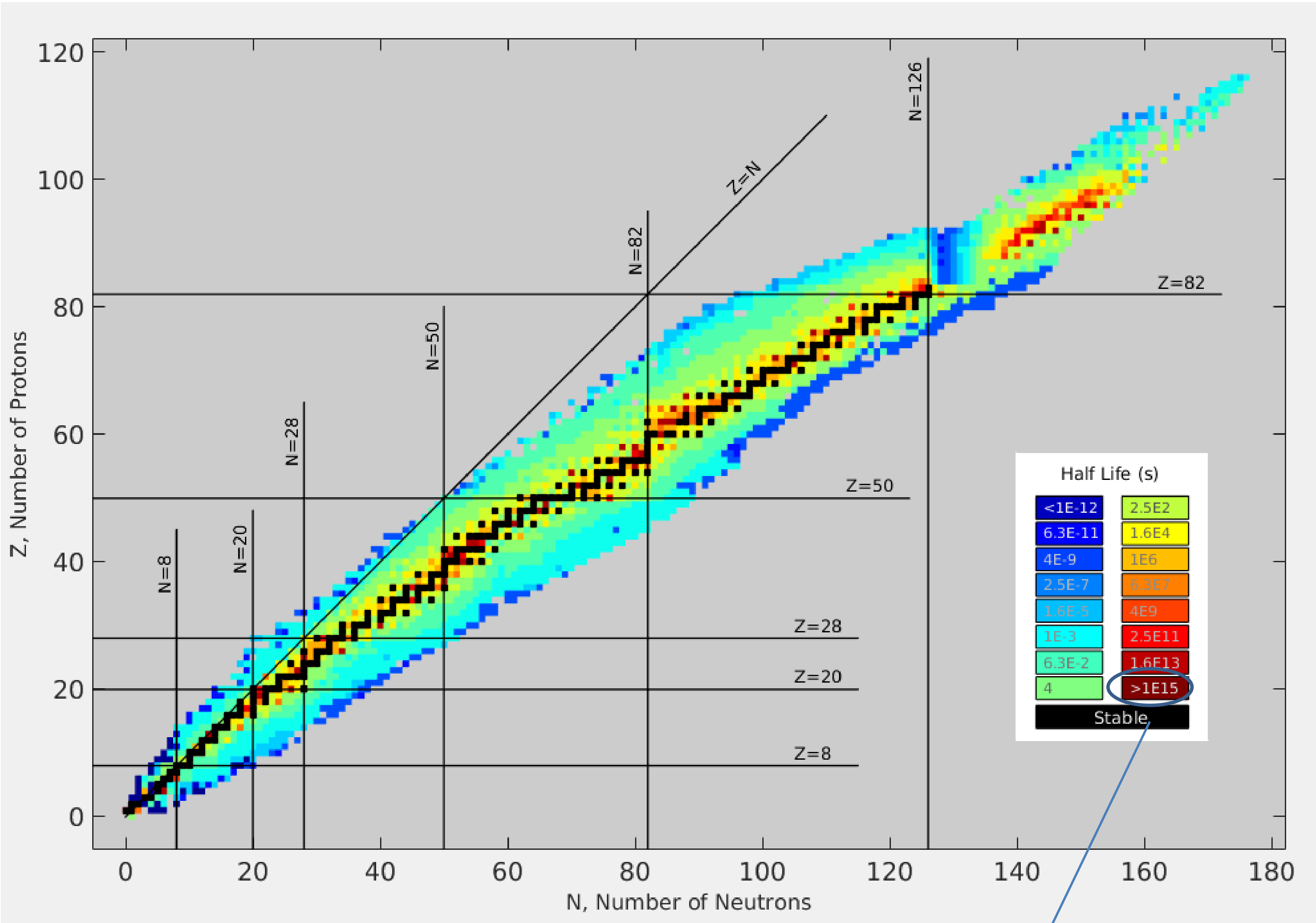


Tavola dei nuclidi – Decay rates



Ad es. ^{209}Bi considerato stabile fino al 2003 quando osservato decadimento α con $\tau_{1/2} = 1.9 \cdot 10^{19}\ y$

Misura sperimentale spesso complessa

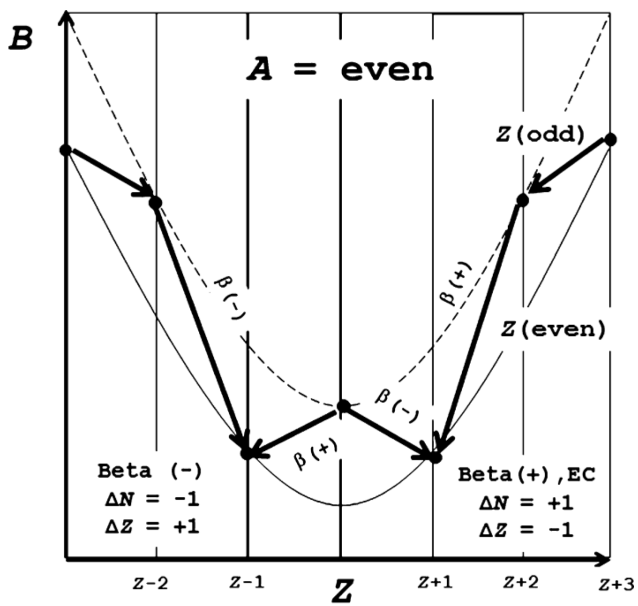
App. 22

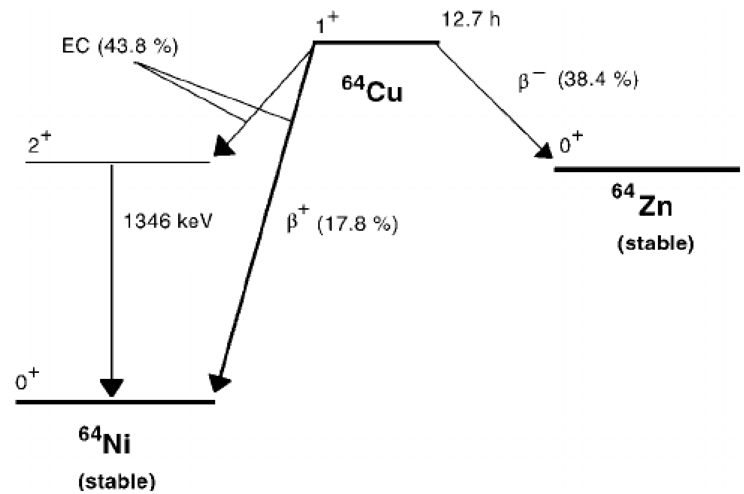
Decadimenti in più canali

Può succcedere che un nucleo possa **decadere in 2 o più modi differenti**. Consideriamo il caso in cui si abbiano solo due canali, a e b. Il rate di decadimento totale λ_t risulta essere

costante di decadimento totale

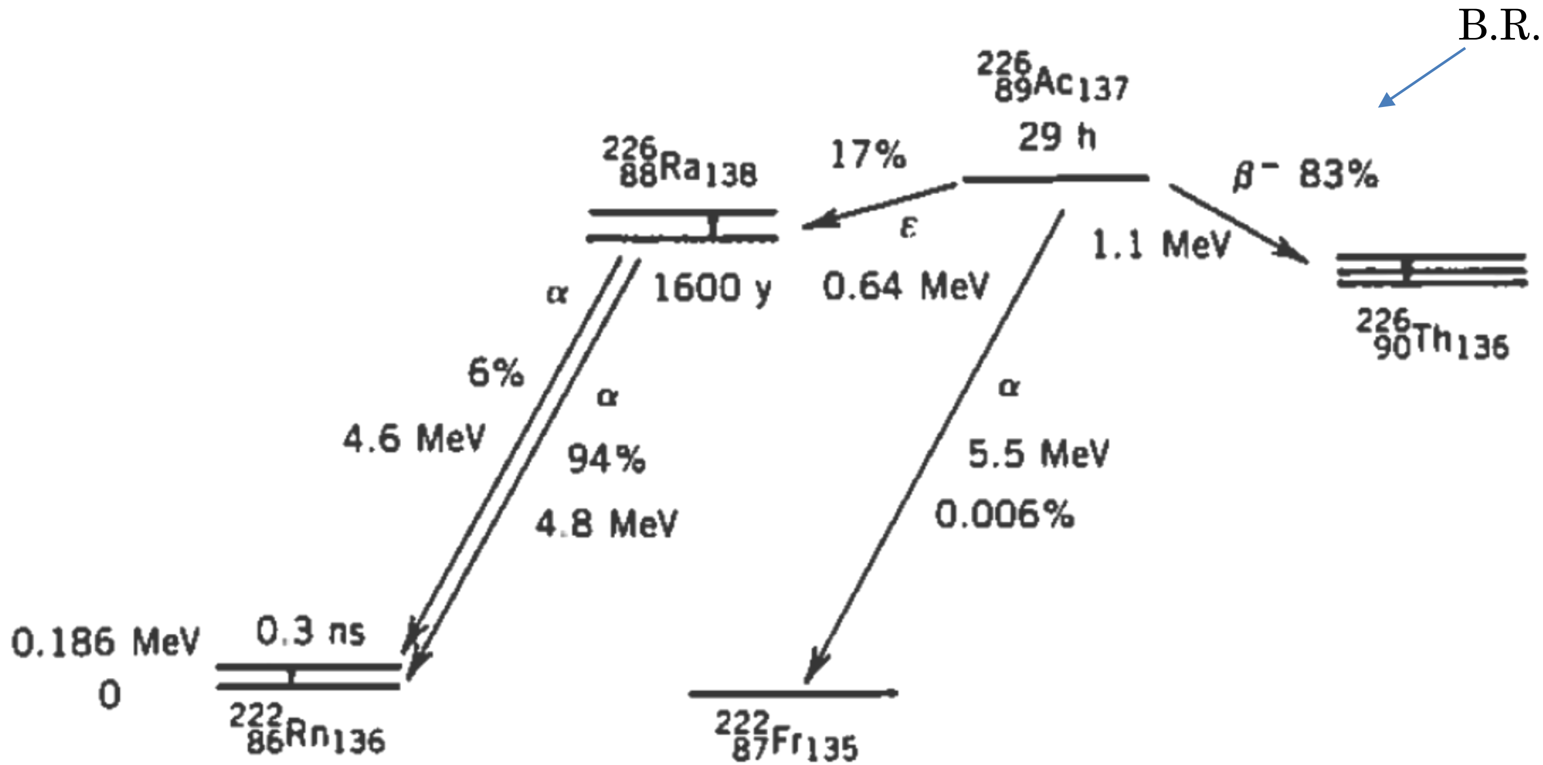
$$-\left(\frac{dN}{dt}\right)_t = -\left(\frac{dN}{dt}\right)_a - \left(\frac{dN}{dt}\right)_b = N\lambda_t \longrightarrow N(t) = N_0 e^{-\lambda_t t}$$





Rapporto di diramazione **(Branching Ratio – B.R.)** $\longrightarrow$ $\mathrm{B.R.} = \dfrac{\lambda_i}{\lambda_t}$ $\longrightarrow$ Frazione dei casi in cui il decadimento avviene nell'i° canale

Decadimenti in più canali – Branching Ratios



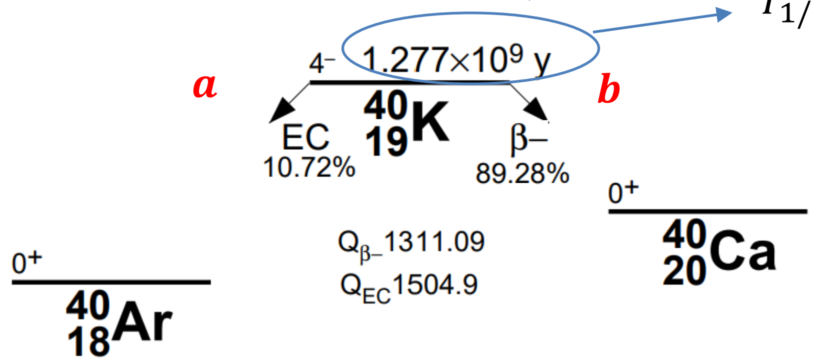
Decadimenti in più canali e tempo di decadimento

Il tempo di decadimento è una caratteristica propria del decadimento e non dipende dal canale di decadimento.

$$-\left(\frac{dN}{dt}\right)_t = -\left(\frac{dN}{dt}\right)_a - \left(\frac{dN}{dt}\right)_b = N\lambda_t$$

Il tempo di decadimento della sorgente è lo stesso per tutti i canali di decadimento!

$T_{1/2}$



$$N_P(t) = N_{0_P} e^{-\lambda_t t}$$

$$N_a(t) = \left(\frac{\lambda_a}{\lambda_t}\right) N_{0_P}\left(1 - e^{-\lambda_t t}\right) \qquad B.R. = \left(\frac{\lambda_a}{\lambda_t}\right)$$

$$N_b(t) = \left(\frac{\lambda_b}{\lambda_t}\right) N_{0_P}\left(1 - e^{-\lambda_t t}\right) \qquad B.R. = \left(\frac{\lambda_b}{\lambda_t}\right)$$

E' il B.R. che mi restituisce l'informazione sul numero di nuclei decaduti con un determinato canale.

Decadimenti in più canali e tempo di decadimento

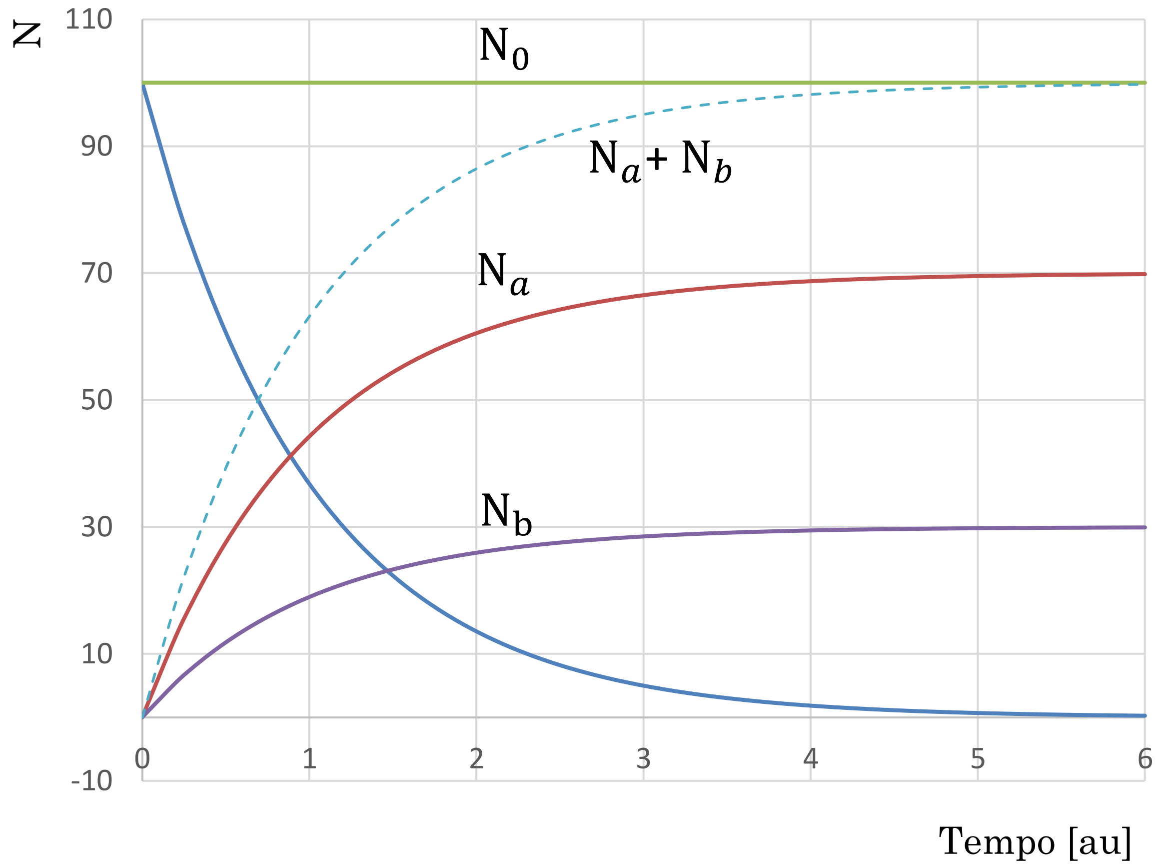
$$N_P(t) = N_{0P} e^{-\lambda_t t}$$

$$N_a(t) = \left(\frac{\lambda_a}{\lambda_t}\right) N_{0P}\left(1 - e^{-\lambda_t t}\right)$$

$$N_b(t) = \left(\frac{\lambda_b}{\lambda_t}\right) N_{0P}\left(1 - e^{-\lambda_t t}\right)$$

$$BR_a = 0.7$$

$$BR_b = 0.3$$



Cascate (Catene) di decadimenti radioattivi

Fenomeno:

$$A_1 \xrightarrow[\lambda_1]{\alpha/\beta} A_2 \xrightarrow[\lambda_2]{\alpha/\beta} \cdots \xrightarrow[\lambda_{i-1}]{\alpha/\beta} A_i \xrightarrow[\lambda_i]{\alpha/\beta}$$

progenitore

Considerando il caso in cui **inizialmente** si hanno **solo N_0 nuclei di tipo 1** si può scrivere un sistema di equazioni:

$$\begin{cases} \dfrac{dN_1}{dt} = -\lambda_1 N_1 \\ \dfrac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2 \\ \dfrac{dN_3}{dt} = \lambda_2 N_2 - \lambda_3 N_3 \\ \quad\ldots \end{cases}$$

Aumenta N_2 a causa del decadimento di N_1

Diminuisce N_2 a causa del suo stesso decadimento

eq. Bateman

$$A_n = N_0 \sum_{i=1}^{n} c_i e^{-\lambda_i t}$$

$$= N_0 \left(c_1 e^{-\lambda_1 t} + c_2 e^{-\lambda_2 t} + \cdots + c_n e^{-\lambda_n t} \right)$$

Attività n-esimo elemento

Dove

$$c_m = \frac{\prod_{i=1}^{n} \lambda_i}{\prod_{i=1}^{n}{}' (\lambda_i - \lambda_m)} = \frac{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \ldots \lambda_n}{(\lambda_1 - \lambda_m)(\lambda_2 - \lambda_m) \ldots (\lambda_n - \lambda_m)}$$

$i \neq m$

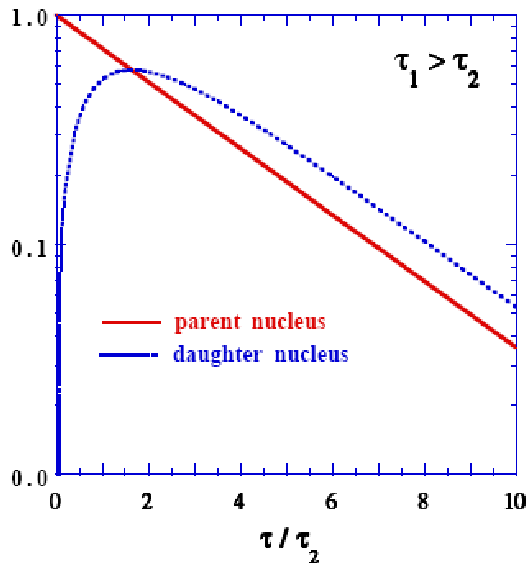
Esempio di catena con un unico progenitore iniziale

$N_1(0) = N_0 \qquad\qquad N_k(0) = 0 \; per \; k \neq 1$

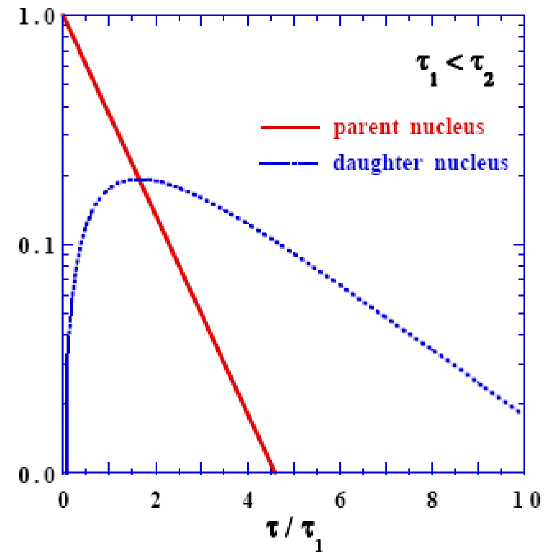
Si ha quindi:

$$\begin{cases} N_1(t) = N_0 e^{-\lambda_1 t} \\ N_2(t) = N_0 \dfrac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right) \\ N_3(t) = N_0 \lambda_1 \lambda_2 \left[\dfrac{e^{-\lambda_1 t}}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_1)} + \dfrac{e^{-\lambda_2 t}}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_3 - \lambda_2)} + \dfrac{e^{-\lambda_3 t}}{(\lambda_1 - \lambda_3)(\lambda_2 - \lambda_3)}\right] \\ \dots \end{cases}$$

$\lambda_1 < \lambda_2$



$\lambda_1 > \lambda_2$



Esempio: miscela di sostanze radioattive imperturbata

$\lambda_s < \lambda_i \qquad \forall\, i \neq s \qquad \rightarrow \qquad \tau_s$ più grande!

$$\cancel{A_1 \xrightarrow[\lambda_1]{\alpha\ o\ \beta}} A_2 \cancel{\xrightarrow[\lambda_2]{\alpha\ o\ \beta}} \ldots \cancel{\xrightarrow[\lambda_{s-1}]{\alpha\ o\ \beta}} A_s \xrightarrow[\lambda_s]{\alpha\ o\ \beta} A_i \xrightarrow[\lambda_i]{\alpha\ o\ \beta}$$

Aspettiamo T ≫ $\boldsymbol{\tau_i}$ ma T < $\boldsymbol{\tau_s}$

$$\begin{cases} N_1(t) = N_2(t) = \ldots = N_{s-1}(t) = 0 \\ N_s(t) = N_0' e^{-\lambda_s t} \\ N_{s+1}(t) = N_0' \dfrac{\lambda_s}{\lambda_{s+1} - \lambda_s} e^{-\lambda_s t} \\ \vdots \\ N_k(t) = N_0' \dfrac{\lambda_s \lambda_{s+1} \ldots \lambda_{k-1}}{(\lambda_{s+1}-\lambda_s)(\lambda_{s+2}-\lambda_s)\ldots(\lambda_k-\lambda_s)} e^{-\lambda_s t} \\ \vdots \end{cases}$$

Per k ≥ s tutti i numeri decrescono con la stessa legge temporale $\sim e^{-\lambda_s t}$!!!

I rapporti

$$\frac{N_k(t)}{N_s(t)} = \frac{\lambda_s \lambda_{s+1} \ \ldots \lambda_{k-1}}{(\lambda_{s+1} - \lambda_s)(\lambda_{s+2} - \lambda_s) \ \ldots (\lambda_k - \lambda_s)}$$

Non dipendono dal tempo

Equilibrio transiente

la vita **media del padre** e' maggiore della vita media del figlio ma **non cosi' grande da poter trascurare il decadimento del padre** per il periodo di osservazione

Equilibrio secolare

Se $\lambda_k \gg \lambda_s$ e $e^{-\lambda_s t} \sim 1$ allora

$\tau_k \ll \tau_s$

$$\frac{N_k(t)}{N_s(t)} = \frac{\lambda_s \cancel{\lambda_{s+1}} \cancel{\lambda_{s+2}} \dots \cancel{\lambda_{k-1}}}{\cancel{\lambda_{s+1}} \cancel{\lambda_{s+2}} \dots \lambda_k} \cong \frac{\lambda_s}{\lambda_k} \cong \frac{\tau_k}{\tau_s}$$

$$\Downarrow$$

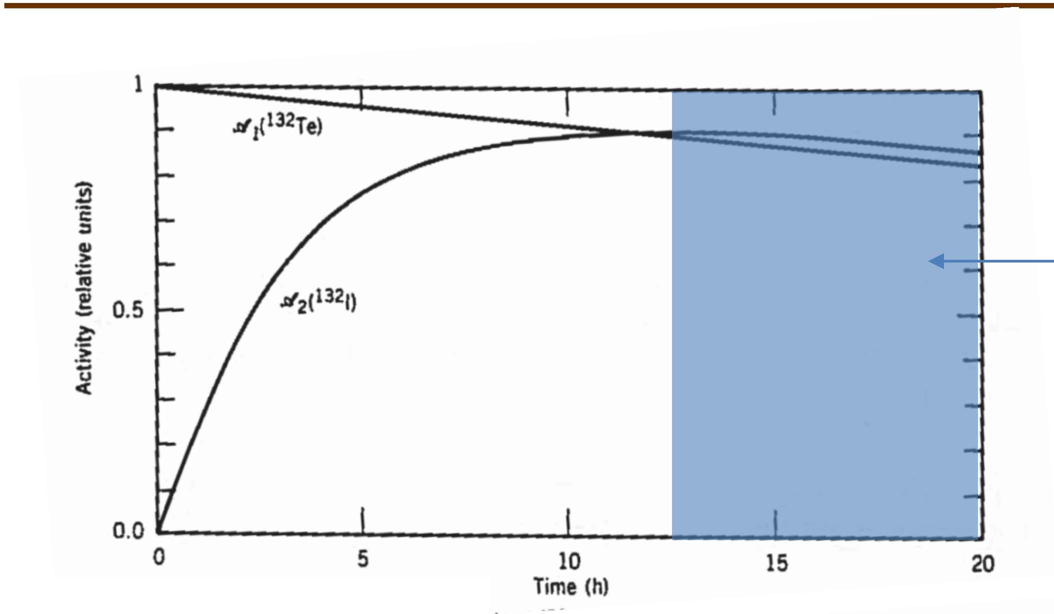
EQUILIBRIO SECOLARE

- L'**attività** (numero di disintegrazioni al secondo) **è la stessa per ogni nuclide**
- $N_k \propto \tau_k$

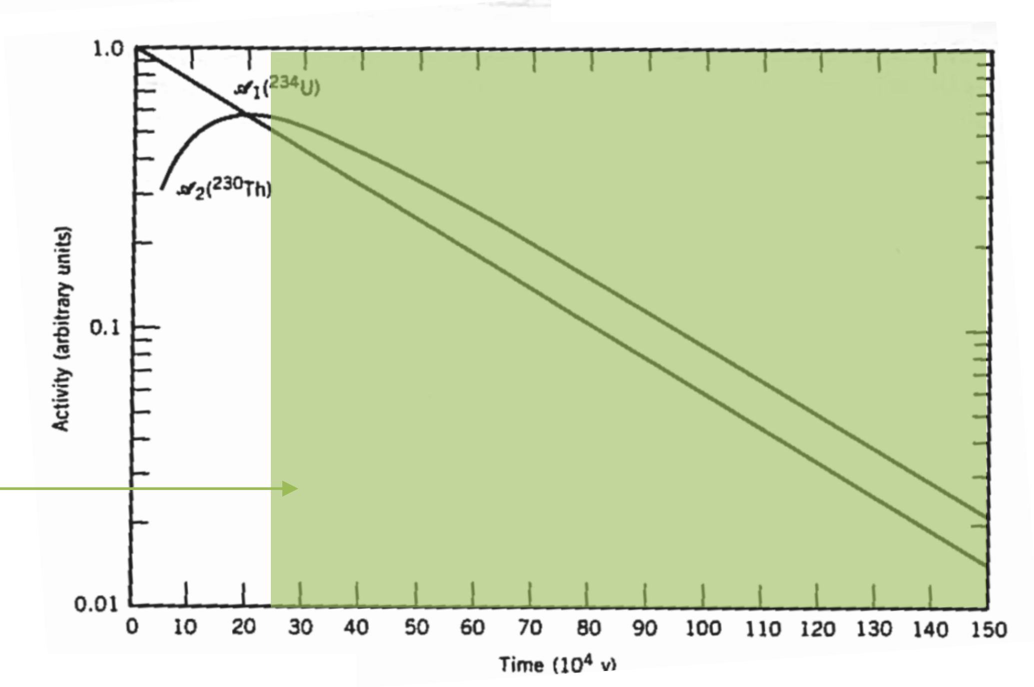
Es.: minerali di ^{238}U mai disturbati

Equilibrio che si ha quando **la vita media del padre è così grande** che **l'attività del figlio**, una volta raggiunto l'equilibrio, **rimane costante ed uguale all'attività del padre**

Equilibrio secolare



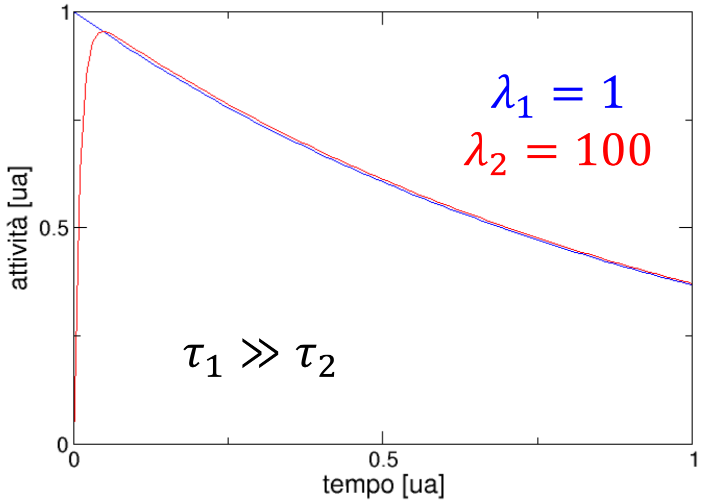
~ EQUILIBRIO SECOLARE

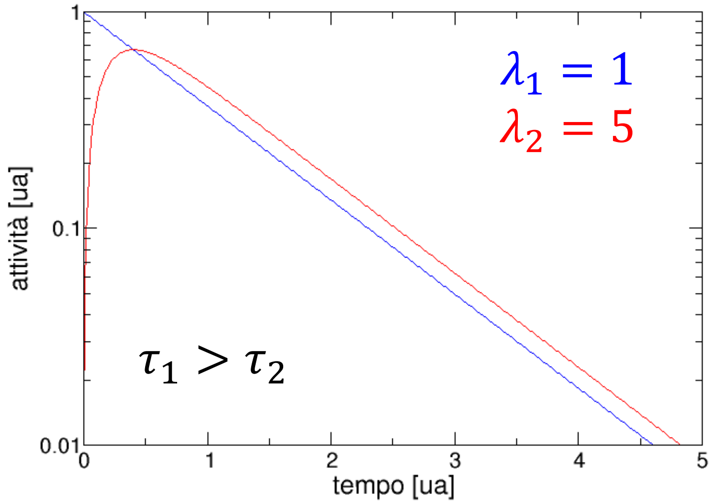


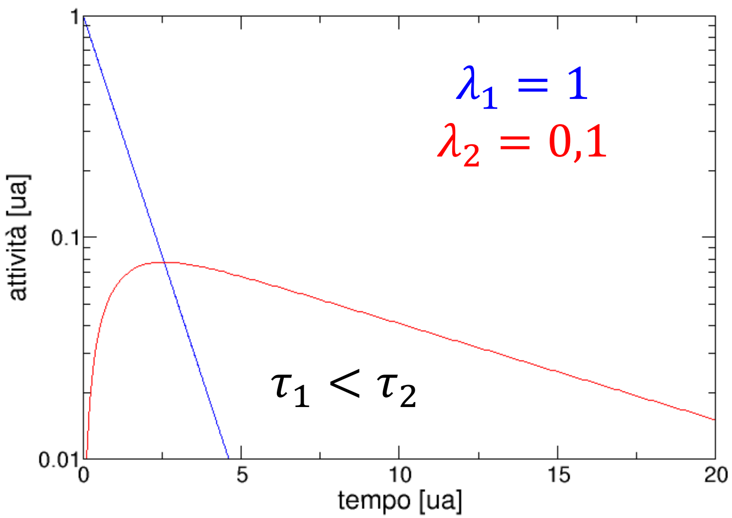
EQUILIBRIO TRANSIENTE

Catena di decadimento - Esempio

Esempio di catena con 2 soli isotopi

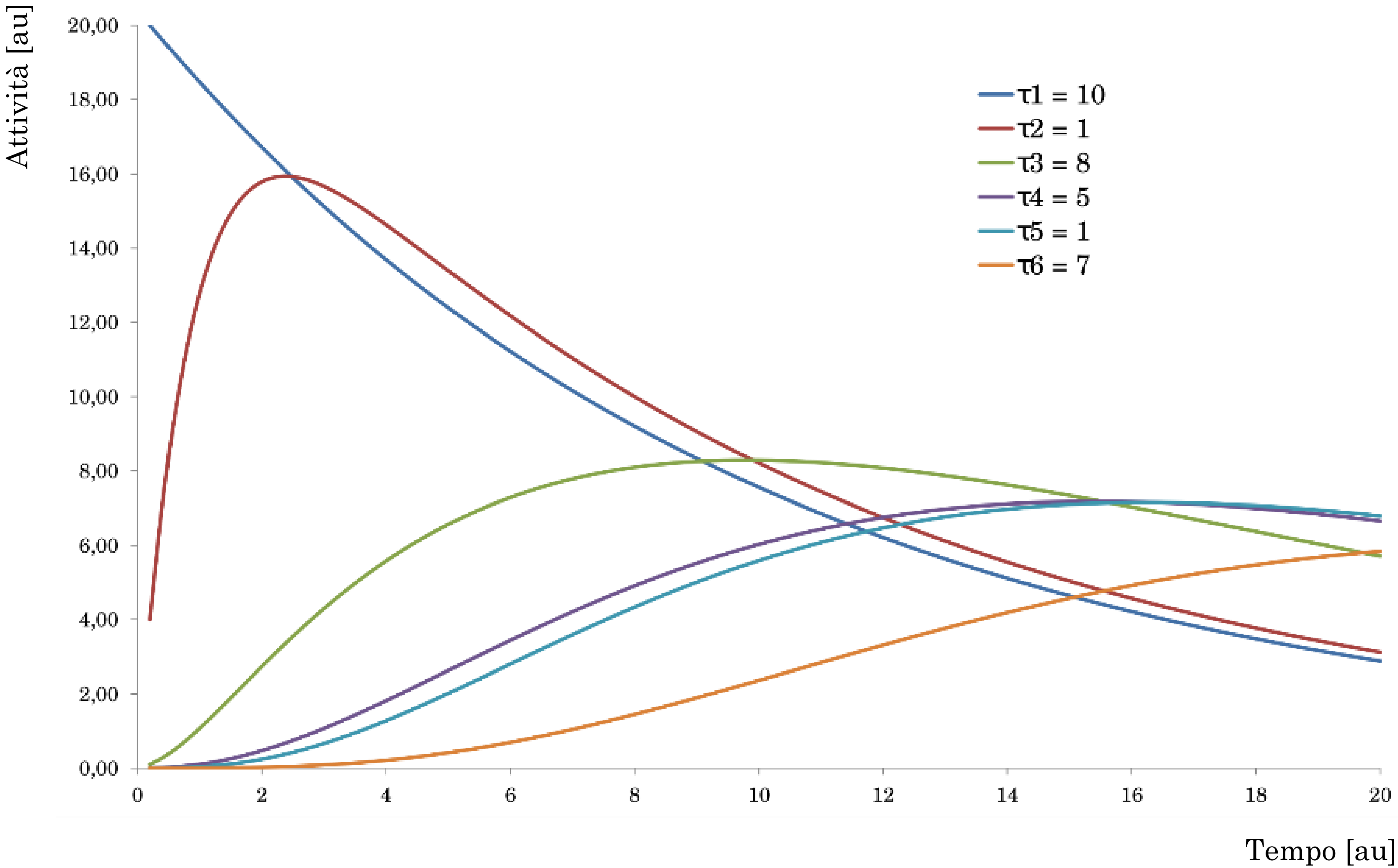






Catena di decadimento - Esempio

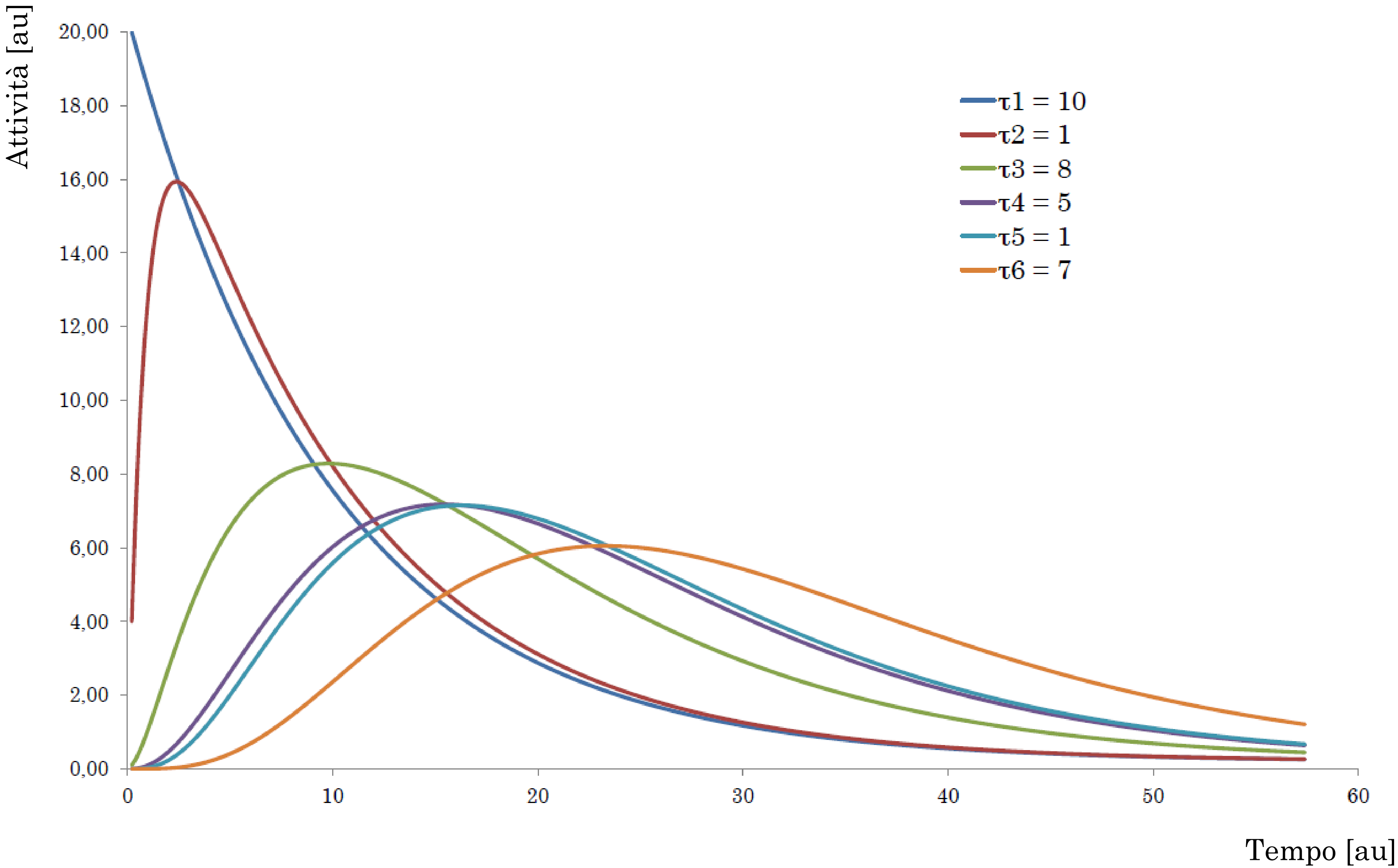
Esempio un po' più realistico….. catena composta da 6 nuclidi



Catena di decadimento - Esempio

Esempio un po' più realistico….. catena composta da 6 nuclidi

Se abbiamo tempo di aspettare…..



Le famiglie radioattive naturali

In natura si trovano 3 (di 4) capostipiti di famiglie radioattive:

decadimento α cambia A di 4
mentre β non cambia A

Gruppo di nuclidi radioattivi connessi tra loro da cascate di decadimenti

${}^{238}_{92}\mathrm{U}$	$\tau = 4{,}5 \cdot 10^{9}\ y$	serie: A=4n+2	nucleo finale (stabile):	${}^{206}\mathrm{Pb}$
${}^{232}_{90}\mathrm{Th}$	$\tau = 1{,}4 \cdot 10^{10}\ y$	A=4n		${}^{208}\mathrm{Pb}$
${}^{235}_{92}\mathrm{U}$	$\tau = 7{,}13 \cdot 10^{8}\ y$	A=4n+3		${}^{207}\mathrm{Pb}$
${}^{237}_{93}\mathrm{Np}$	$\tau = 2 \cdot 10^{6}\ y$	A=4n+1		${}^{205}Tl$ e non ${}^{209}Bi$

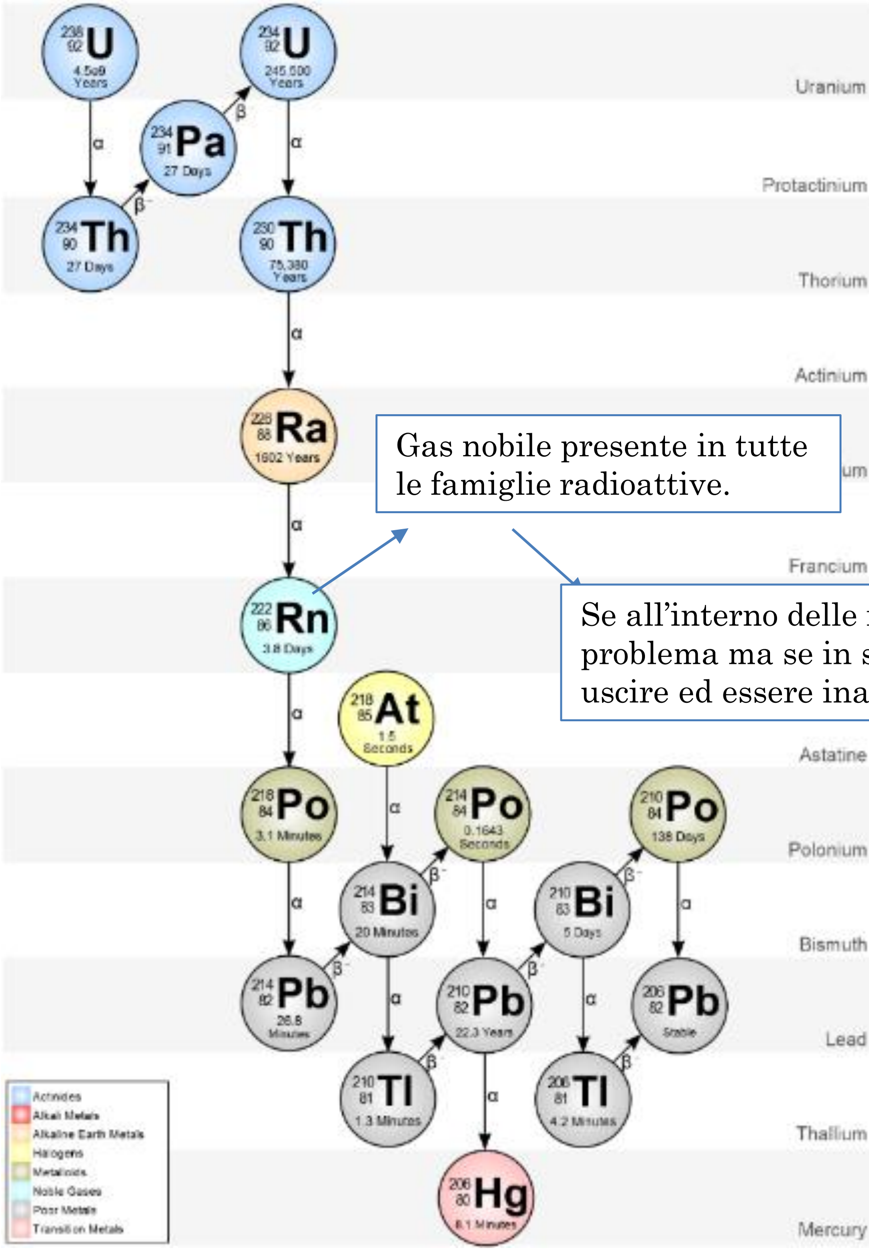
Non presente in natura (artificiale) perché molto più veloce

La terra si è formata da $\sim 4{,}5 \cdot 10^{9}\ y$
(Big Bang $\sim 1{,}5 \cdot 10^{10}\ y$)

Dato che $\tau_{capostipite} \gg \tau_{figli}$ **spesso le famiglie sono in EQUILIBRIO SECOLARE**

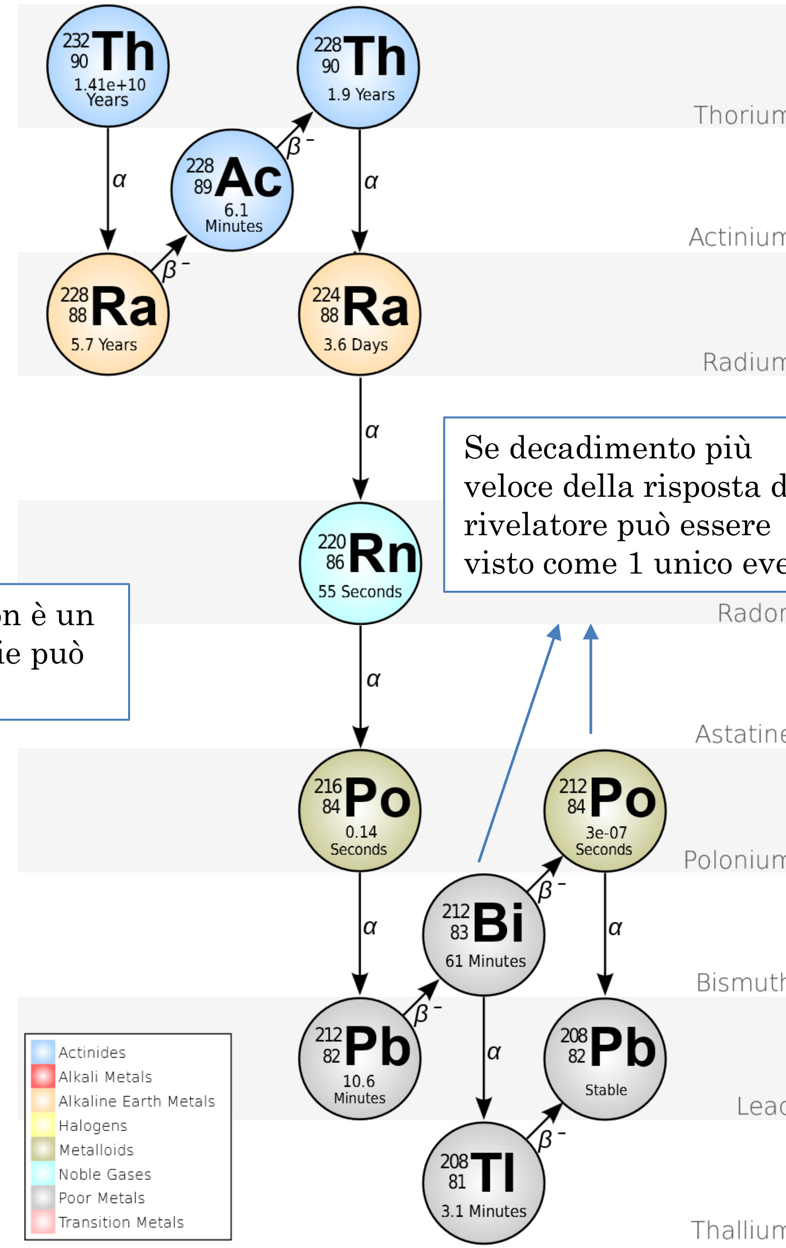
n.b.: Noi consideriamo gli isotopi riportati qui sopra i capostipiti delle 4 famiglie perché sono gli isotopi con vita media più lunga. Tuttavia prima di loro ci sono altri isotopi che decadono nei capostipiti….

Le famiglie radioattive



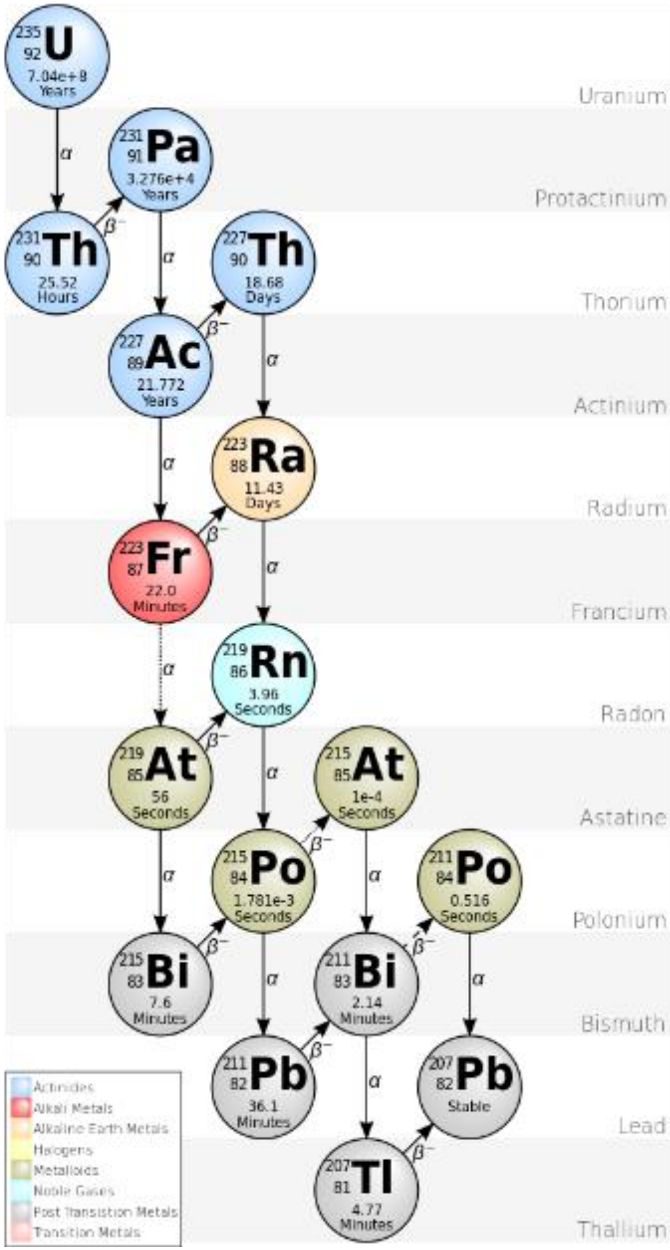
Gas nobile presente in tutte le famiglie radioattive.

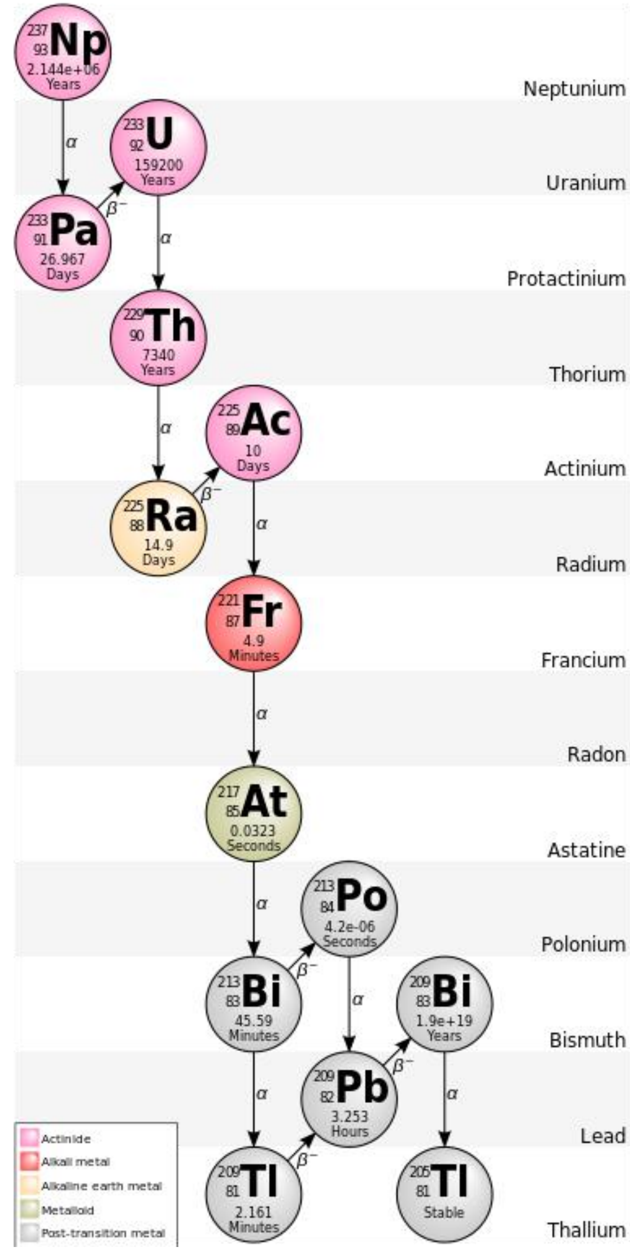
Se all'interno delle rocce non è un problema ma se in superficie può uscire ed essere inalato



Se decadimento più veloce della risposta del rivelatore può essere visto come 1 unico evento

Le famiglie radioattive





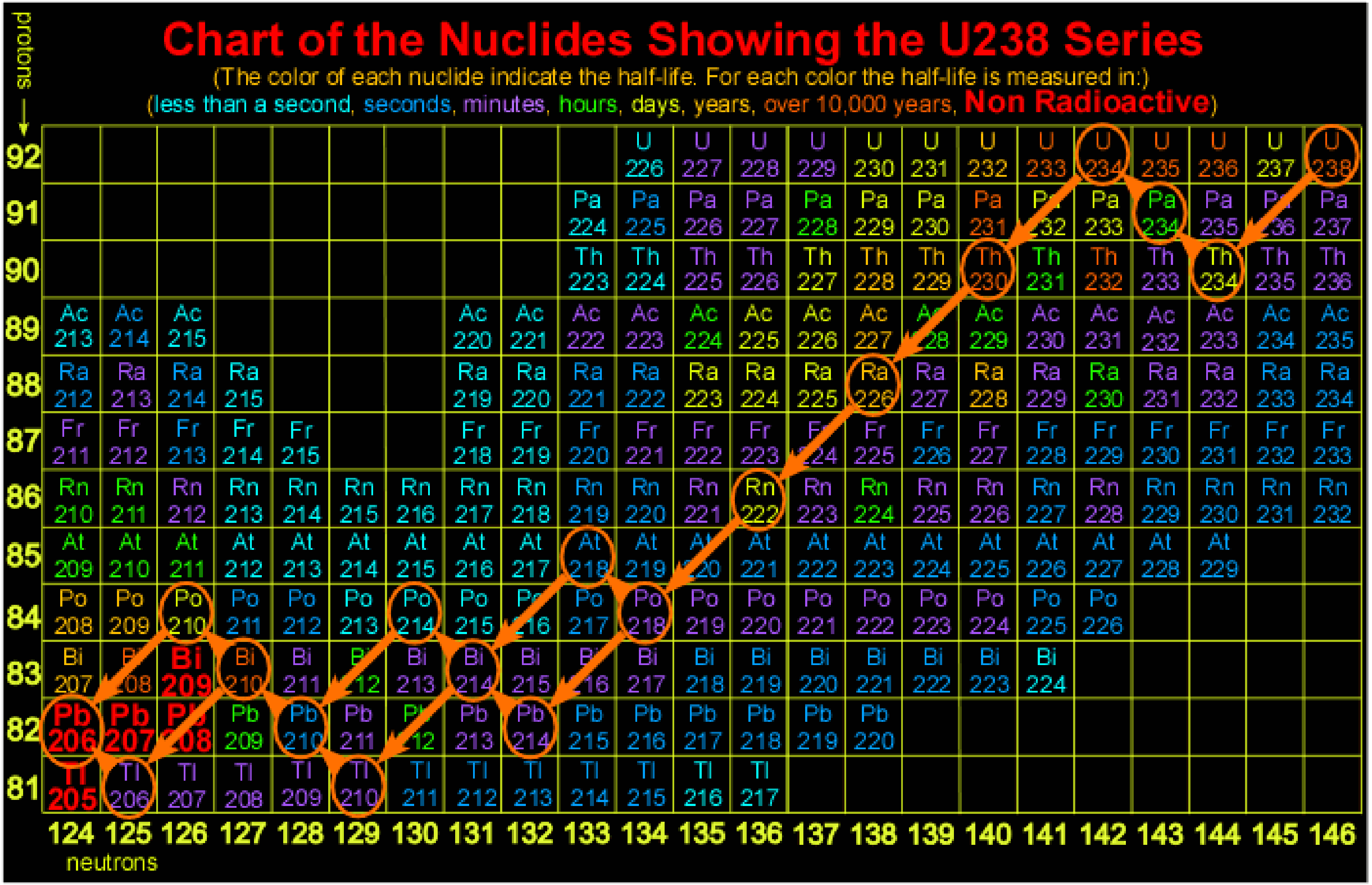


Chart of the Nuclides Showing the U238 Series
(The color of each nuclide indicate the half-life. For each color the half-life is measured in:)
(less than a second, seconds, minutes, hours, days, years, over 10,000 years, Non Radioactive)
protons
neutrons
92 91 90 89 88 87 86 85 84 83 82 81
124 125 126 127 128 129 130 131 132 133 134 135 136 137 138 139 140 141 142 143 144 145 146

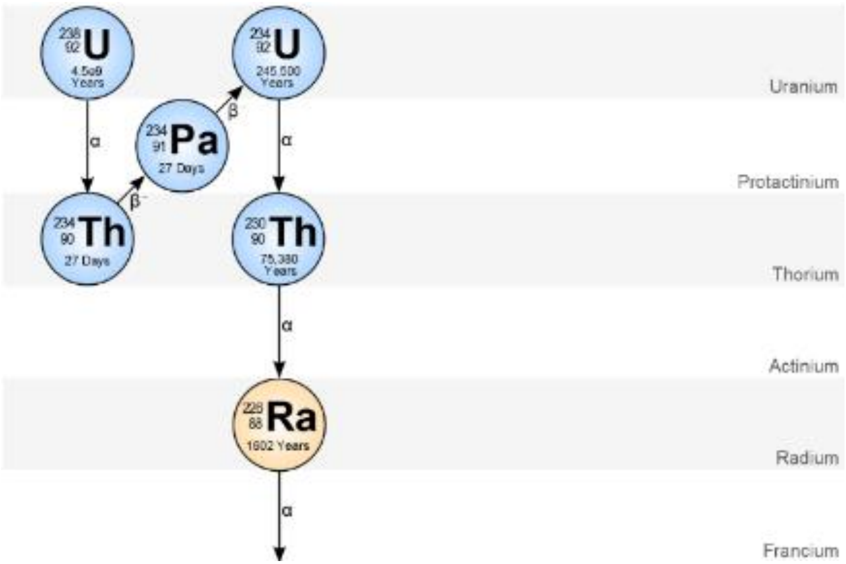
Catena di decadimento - Esempio

Consideriamo la catena dell' ^{238}U

$$T_{1/2}\left(^{238}U\right) = 4.5 \cdot 10^9\ y$$

$$\vdots$$

$$T_{1/2}\left(^{226}Ra\right) = 1.6 \cdot 10^4\ y$$



Se abbiamo tempo di aspettare…..

$$A\left(^{238}U\right) = A\left(^{226}Ra\right) \text{ all'equilibrio secolare}$$

Quanti nuclei di ^{238}U e ^{226}Ra abbiamo all'equilibrio secolare?

$$N\left(^{226}Ra\right) = \frac{T_{1/2}\left(^{226}Ra\right)}{T_{1/2}\left(^{238}U\right)} N\left(^{238}U\right) \qquad 1\ g\ di\ ^{238}U \ \rightarrow \sim 3 \cdot 10^{-6}\ g\ di\ ^{226}Ra$$

Es. 6