

# Decadimenti Gamma

# Emissione Gamma

La maggior parte dei processi nucleari e dei decadimenti  $\alpha$  e  $\beta$  lasciano il nucleo su uno **stato eccitato che si diseccita** direttamente sullo stato fondamentale o su un altro stato eccitato, che si disecciterà a sua volta (processo a cascata) con conseguente emissione di uno o più raggi  $\gamma$  con energie tipiche di 0,1-10 MeV.



## App. 25

Lo studio dei raggi  $\gamma$  è diventata la tecnica standard per la **spettroscopia nucleare** perché:

- ci permette di studiare gli stati nucleari eccitati in modo dettagliato
- relativa facilità nel misurare i raggi  $\gamma$  (assorbimento trascurabile nei materiali 'inerti' tra sorgente e rivelatore)
- elevata precisione con cui l'energia dei  $\gamma$  (e quindi dei livelli nucleari) può essere misurata
- lo studio dei decadimenti  $\gamma$  e della conversione interna permettono inoltre di dedurre lo spin e la parità degli stati eccitati

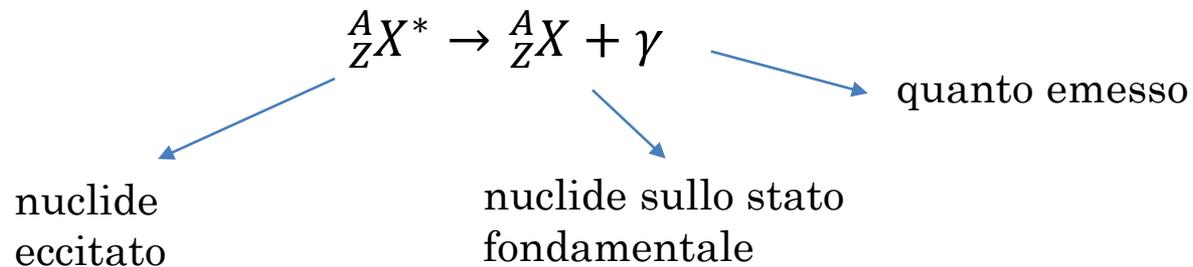
# Emissione Gamma

---

Stati eccitati nucleari si possono ottenere mediante:

- Assorbimento di raggi  $\gamma$
- Eccitazione coulombiana
  - Bombardamento di particelle cariche ( $\alpha - p$ ) con energie sotto la barriera coulombiana per evitare reazioni nucleari
- Interazione neutroni (scattering neutroni 'veloci', cattura neutronica)
- Decadimento  $\alpha$  e  $\beta$  su stati eccitati

La diseccitazione  $\gamma$  è solitamente indicata con:



# Emissione Gamma - Cinematica

Consideriamo il decadimento di un nucleo fermo da uno stato iniziale  $E_i$  allo stato finale  $E_f$ .  
La conservazione di energia e momento implicano che:

$$E_i = E_f + E_\gamma + T_R$$

Energia cinetica del rinculo nucleare

$$0 = \mathbf{p}_R + \mathbf{p}_\gamma$$
$$T_R = \frac{p_R^2}{2M}$$

Il nucleo finale non può essere fermo per conservazione momento

Definiamo  $\Delta E$  la differenza di energia tra stato iniziale e stato finale e considerando la relazione relativistica  $E_\gamma = cp_\gamma$

$$\Delta E = E_\gamma + \frac{E_\gamma^2}{2Mc^2}$$

Dato che  $\Delta E \sim 1\text{MeV}$  mentre  $Mc^2 \sim A \cdot 10^3 \text{MeV}$  possiamo tenere solo i primi 3 termini dell'espansione della radice

$$E_\gamma = Mc^2 \left[ -1 \pm \left( 1 + 2 \frac{\Delta E}{Mc^2} \right)^{1/2} \right] \cong \Delta E - \frac{(\Delta E)^2}{2Mc^2}$$

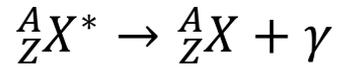
**L'energia del  $\gamma$  è quindi inferiore alla differenza di energia tra stato iniziale e stato finale a causa del rinculo nucleare.**

La correzione è comunque molto piccola ( $\sim 10^{-5}$ ) e quindi solitamente trascurata (inferiore a precisione sperimentale)

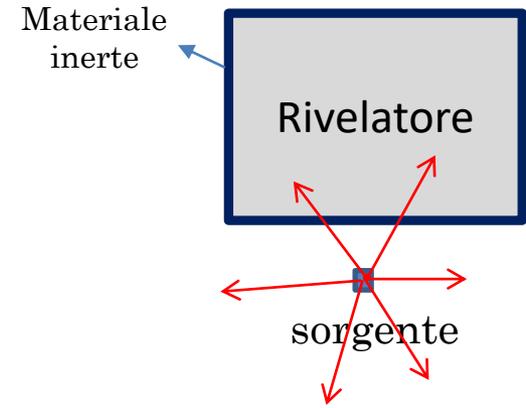
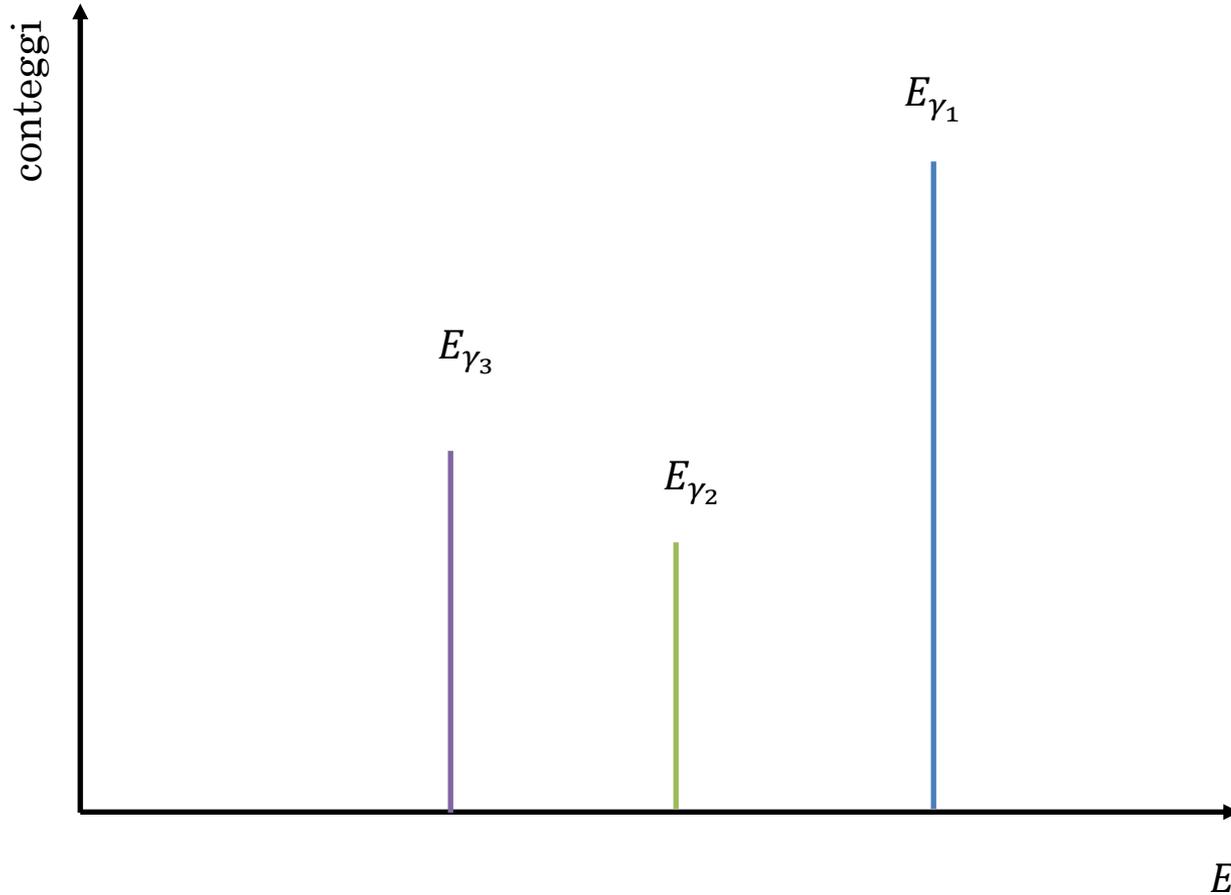
$$E_\gamma = \Delta E$$

Tranne che per effetto Mössbauer

# Spettro energetico



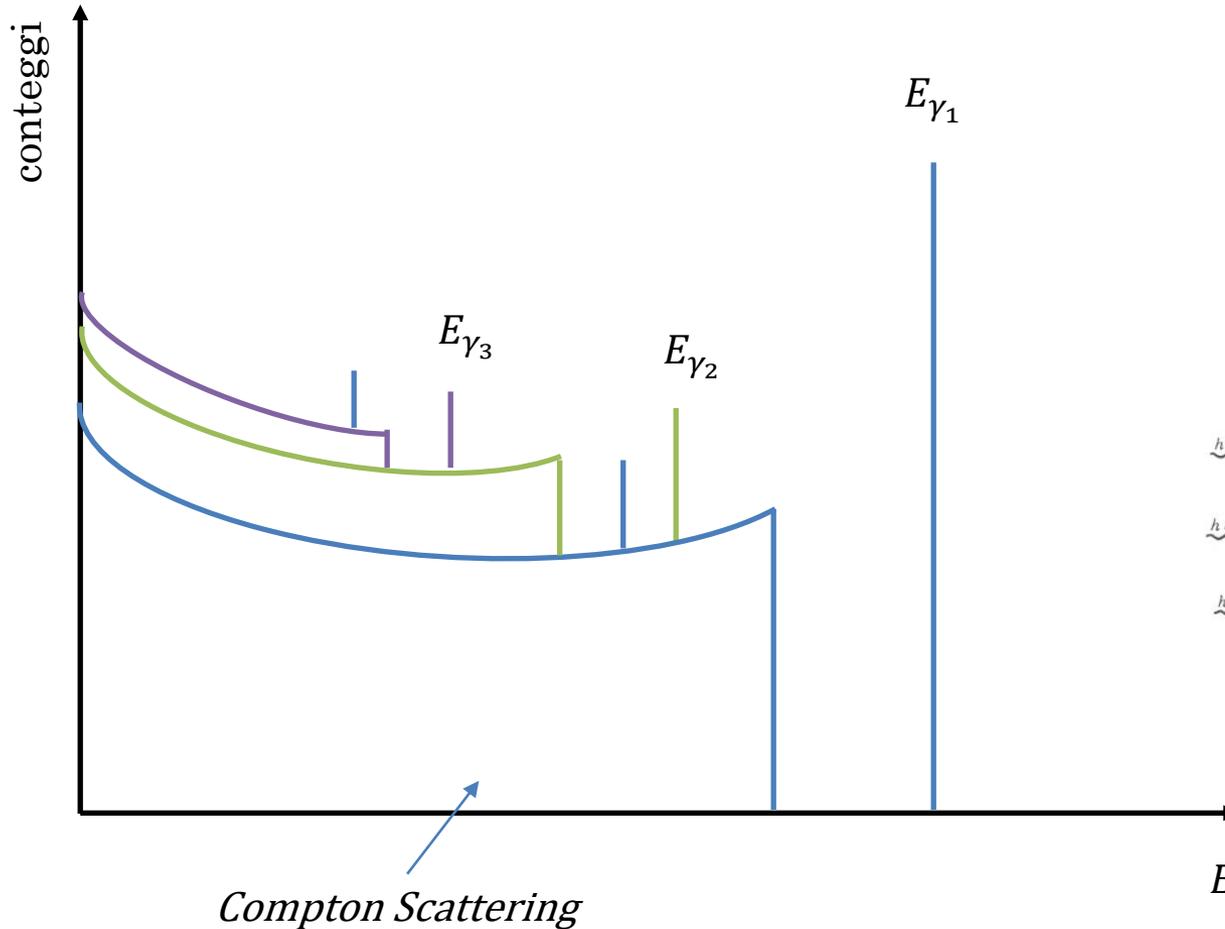
Gamma caratteristici  
del nucleo  ${}^A_ZX$



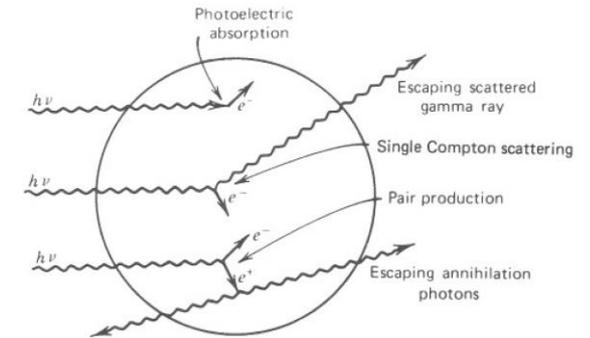
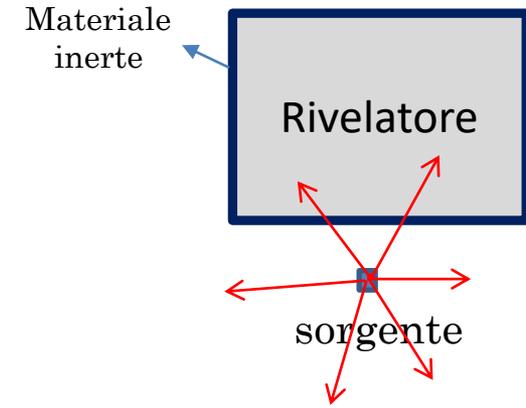
Si utilizza la spettroscopia gamma anche per andare a riconoscere i decadimenti beta dei padri perché molto difficile studiare gli spettri beta (spettro continuo).

# Spettro energetico

Caso reale più complesso perché dipende da come interagisce la radiazione con la materia (fotoelettrico, Compton, produzione di coppia) e quindi dalle dimensioni del rivelatore.

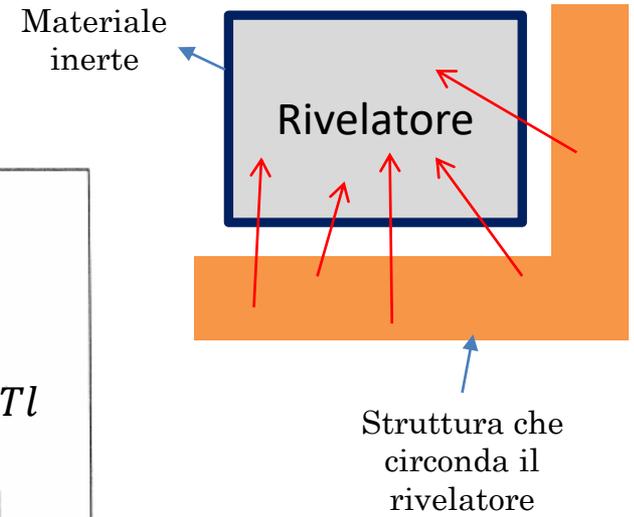
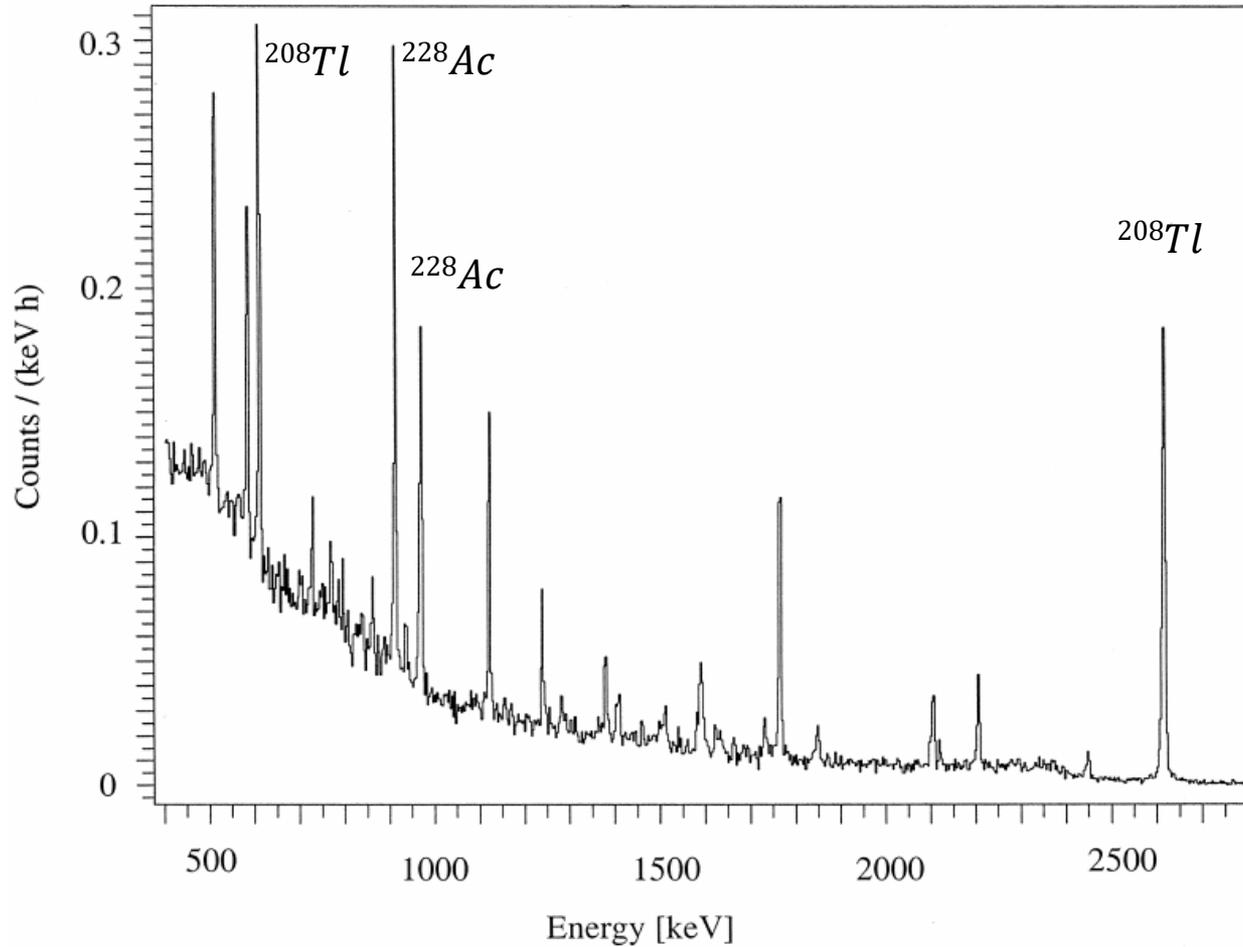


$$E'_{\gamma} = \frac{E_{\gamma}}{1 + (E_{\gamma}/mc^2)(1 - \cos\theta)}$$



# Spettro energetico

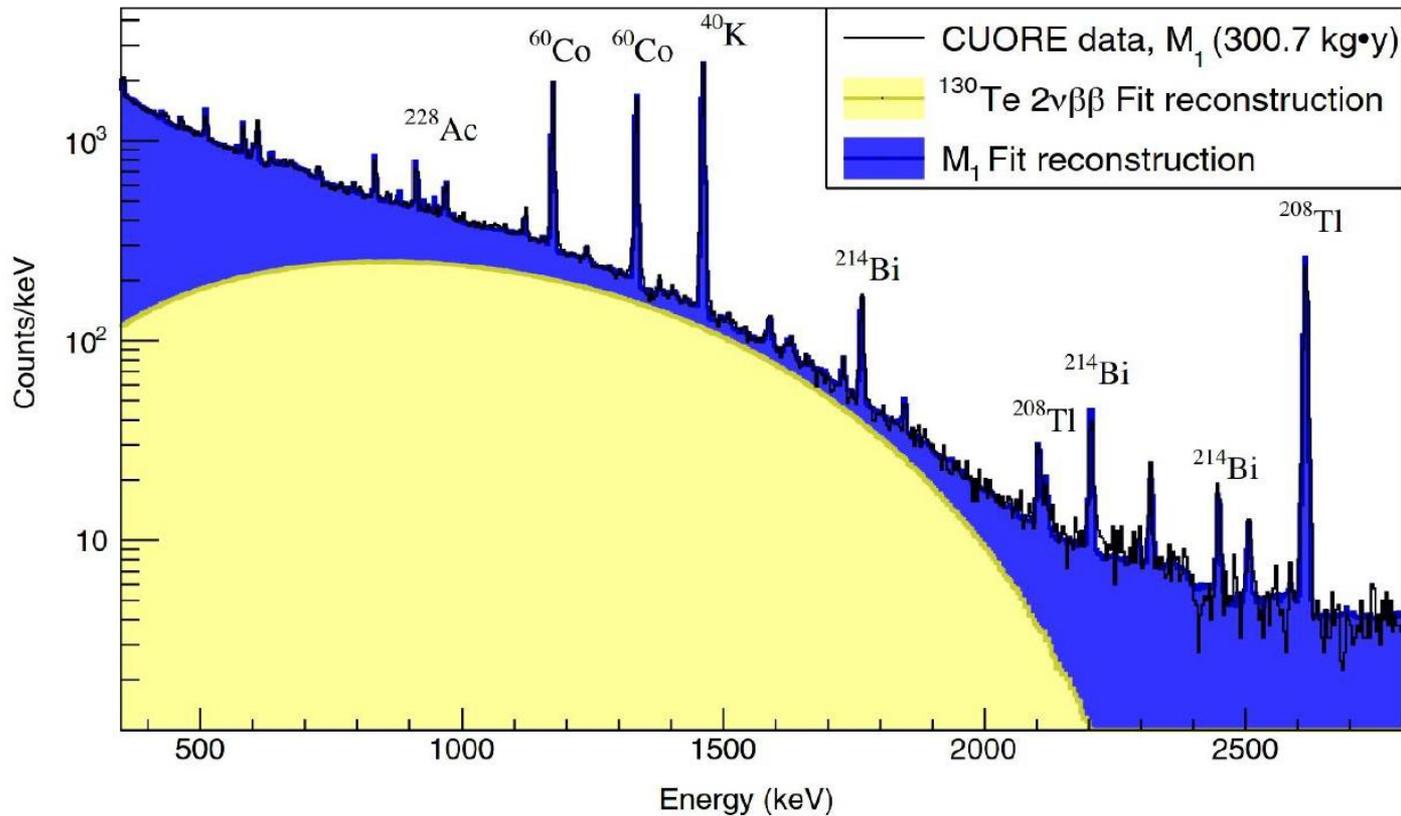
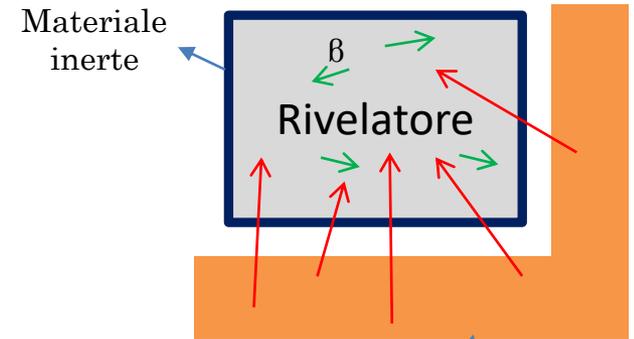
Inoltre presenza di radioattività ambientale....



# Spettro energetico

Inoltre presenza di radioattività ambientale....

Uno dei motivi per cui è così difficile la ricerca di eventi rari e più in generale studiare piccoli livelli di contaminazioni radioattive nei materiali.....

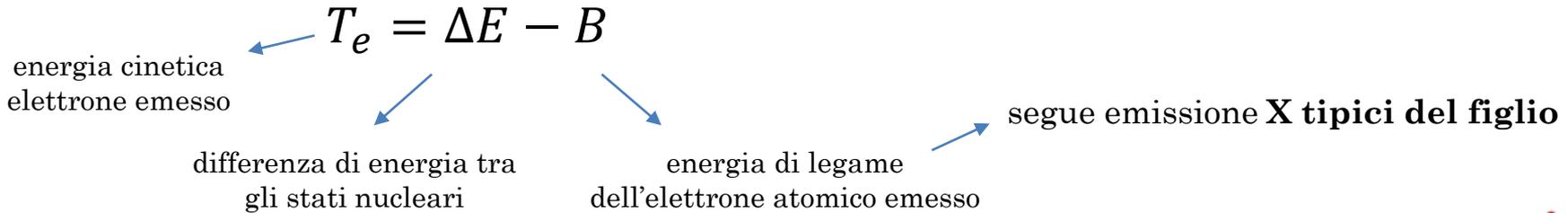


Struttura che circonda il rivelatore

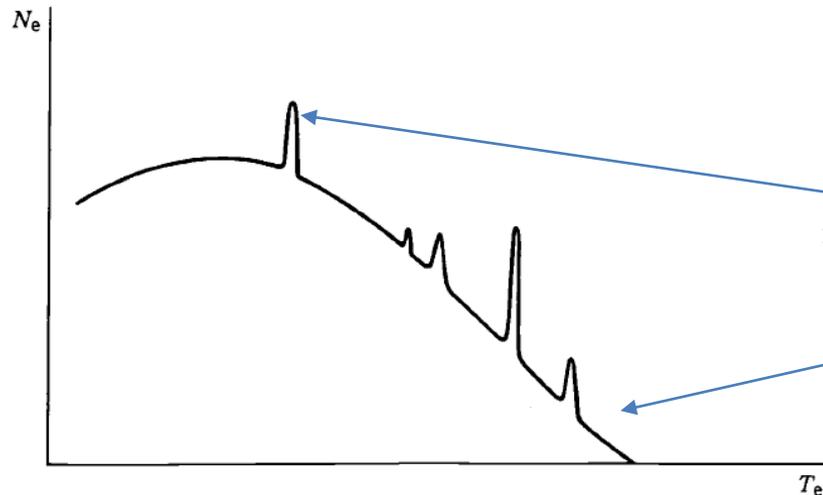
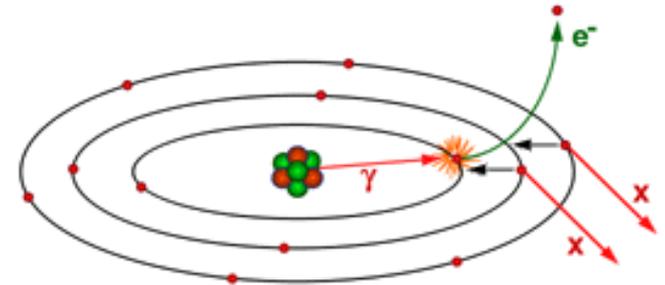
# Conversione interna

A volte il nucleo diseccitandosi cede la sua energia ad un **elettrone atomico**.  
L'elettrone è emesso con un'energia

quindi, a differenza del decadimento  $\beta$   
in questo caso  $e^-$  non viene creato



In realtà **non è un processo con due passaggi** (produzione  $\gamma$  + interazione con elettrone atomico). **E' interazione del campo e.m. del nucleo che interagisce con elettrone atomico.**



Spettro di elettroni tipico emesso da un nucleo  
radioattivo. I picchi dovuti a elettroni con energie discrete  
emessi per conversione interna sono visibili sul continuo  
dovuto al decadimento  $\beta$

# Conversione interna

Gli elettroni emessi per conversione interna sono etichettati in base alla shell dalla quale provengono quindi legati al numero quantico atomico principale. Inoltre, **se rivelatore ad altissima risoluzione**, possiamo persino vedere la **sottostruttura** corrispondente ai singoli elettroni nella shell.

K (n=1), L (n=2), M (n=3), ...

## Coefficiente di conversione

$$\alpha = \frac{N_{\text{elettroni}}}{N_{\text{fotoni}}}$$

$$\lambda = \lambda_{\gamma}(1 + \alpha)$$

la costante di decadimento  $\gamma$  deve essere corretta per la probabilità totale che esca  $e^{-}$  invece di  $\gamma$

$$\alpha = \alpha_K + \alpha_L + \dots$$

conversioni relative ai vari gusci

**La conversione interna è favorita per nuclei pesanti, piccoli  $\Delta E$ , grandi  $\Delta I$  e piccoli numeri quantici principali** (descresce circa come  $1/n^3$  quindi  $\alpha_K / \alpha_L \simeq 8$ )

La conversione interna è uno strumento essenziale per l'osservazione delle transizioni  $E0$ , alle quali è vietato decadere con emissione di radiazione elettromagnetica perché il momento di monopolo nucleare (cioè la sua carica) non irradia.

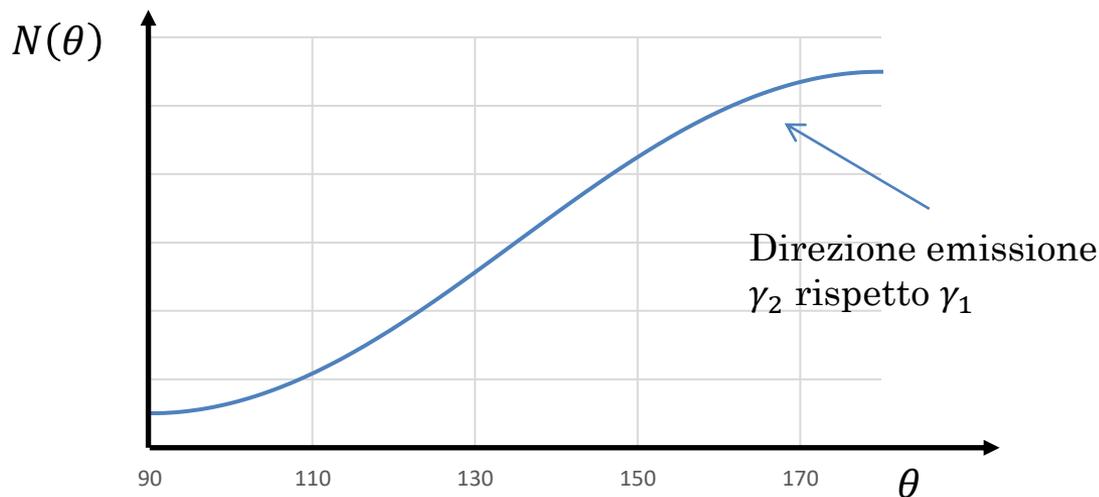
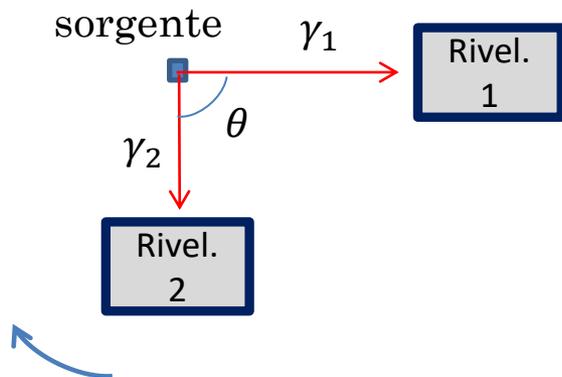
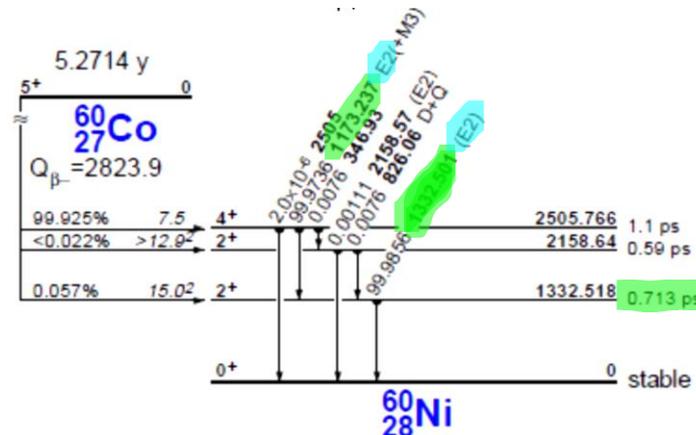
**La conversione interna è il solo decadimento possibile per  $0^+ \rightarrow 0^+$**

# Correlazione angolare

Spesso quando due  $\gamma$  sono emessi in **rapida successione (ps)** dallo stesso nucleo, si ha una correlazione angolare tra i 2 fotoni emessi



Il 1° decadimento 'definisce' l'asse rispetto al quale si definisce la direzione del 2° decadimento



Il secondo gamma non viene emesso da un nucleo con una direzione qualsiasi ma con una direzione ben definita



Effetto che può essere spiegato attraverso sviluppo in multipoli

# Probabilità di transizione - Sviluppo multipoli

Due stati diversi dello stesso nuclide corrispondono a due diverse distribuzioni di carica elettrica



Interazioni elettromagnetiche possono mediare la transizione tra due stati



**Anche in questo caso risulta utile sviluppare in multipoli**

Definiamo l'ordine del multipolo



L=1      DIPOLO  
L=2      QUADRUPOLO  
L=3      OTTUPOLO

mentre con E il campo elettrico e con M il campo magnetico

	E1	DIPOLO ELETTRICO
M1	E2	DIPOLO MAGNETICO – QUADRUPOLO ELETTRICO
M2	E3	QUADRUPOLO MAGNETICO – OTTUPOLO ELETTRICO
...		

E' possibile dimostrare che la **parità del campo di radiazione** è

$$\text{magnetico} \longleftarrow \pi(ML) = (-1)^{L+1}$$

$$\text{elettrico} \longleftarrow \pi(EL) = (-1)^L$$

# Probabilità di transizione - Sviluppo multipoli

Possiamo quindi studiare la probabilità di transizione tra lo stato iniziale e lo stato finale analizzando l'elemento di matrice dell'operatore di multipolo:

$$m_{if}(\sigma L) = \int \psi_f^*(x) m(\sigma L) \psi_i(x) dv$$

$\sigma = E \text{ o } M$       stato finale      stato iniziale

termine perturbante che induce le transizioni      integrale su tutto il volume del nucleo

**L'operatore  $m(\sigma L)$  cambia lo stato nucleare da  $\psi_i$  a  $\psi_f$  e contemporaneamente crea un fotone della giusta energia, parità e ordine di multipolo.**

Se conoscessi le autofunzioni nucleari, potrei calcolare nel dettaglio  $m_{if}$  e quindi fare delle previsioni sulla **vita media**.

In realtà ciò può essere fatto solo in alcuni casi:

- Modello a particella singola (modello a strati/shell)  
Sono facilmente trattabili i casi con  $A$  dispari in cui gli stati eccitati del nucleo corrispondono agli stati eccitati del nucleone spaiato
- **In generale,  $\tau$  cresce al crescere di  $\Delta I$  e al calare di  $\Delta E$**

# Previsioni vita media

---

- I multipoli permessi più bassi dominano
- I multipoli elettrici sono più probabili dei rispettivi multipoli magnetici di un fattore circa 100

$$\frac{\lambda(E, L)}{\lambda(M, L)} \approx 10^2$$

- L'emissione dai multipoli  $L+1$  è circa  $10^5$  volte meno probabile della emissione del multipolo  $L$

$$\frac{\lambda(E, L + 1)}{\lambda(E, L)} \approx 10^{-5}$$

$$\frac{\lambda(M, L + 1)}{\lambda(M, L)} \approx 10^{-5}$$

- Combinando queste due regole abbiamo che

$$\frac{\lambda(E, L + 1)}{\lambda(M, L)} \approx 10^{-3}$$

~~$$\frac{\lambda(M, L + 1)}{\lambda(E, L)} \approx 10^{-7}$$~~

Questo termine si può trascurare

- Quindi E2 compete con M1, E3 con M2, ...

# Momento angolare e Regole di selezione

Per la conservazione del momento angolare avremo quindi che:

$$\mathbf{I}_i = \mathbf{L} + \mathbf{I}_f \quad \Rightarrow \quad |I_i - I_f| \leq L \leq |I_i + I_f|$$

Ad esempio, se  $I_i = 3/2$  e  $I_f = 5/2$  i possibili valori di  $L$  sono 1, 2, 3 e 4. In questo caso la radiazione consiste in una miscela di stati di dipolo, quadrupolo, ottupolo e esadecapolo.

Per determinare se la radiazione emessa è elettrica o magnetica è necessario considerare la **parità** dello stato iniziale e di quello finale

$$\pi(ML) = (-1)^{L+1}$$

$$\pi(EL) = (-1)^L$$

↓  
**Le multipolarità coesistono!!**  
←

## Regole di selezione

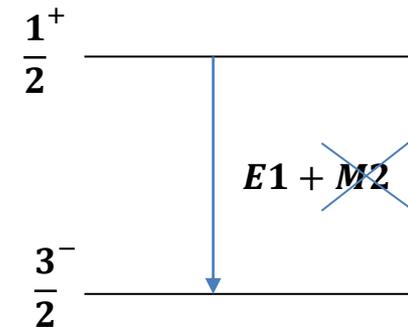
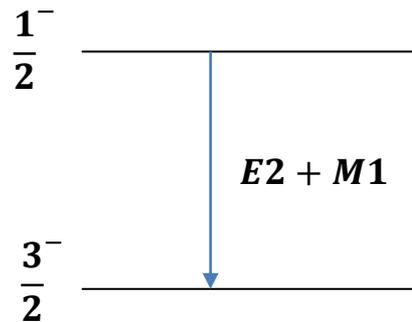
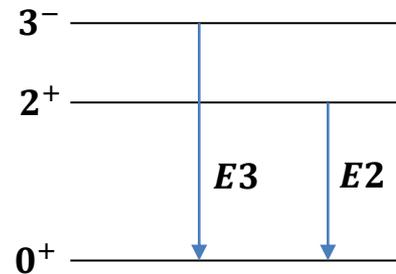
$$|I_i - I_f| \leq L \leq I_i + I_f \quad (\text{no } L = 0)$$

$\Delta I$		1	2	3	4
Variazione di parità	SI	E1	M2	E3	M4
	NO	M1	E2	M3	E4

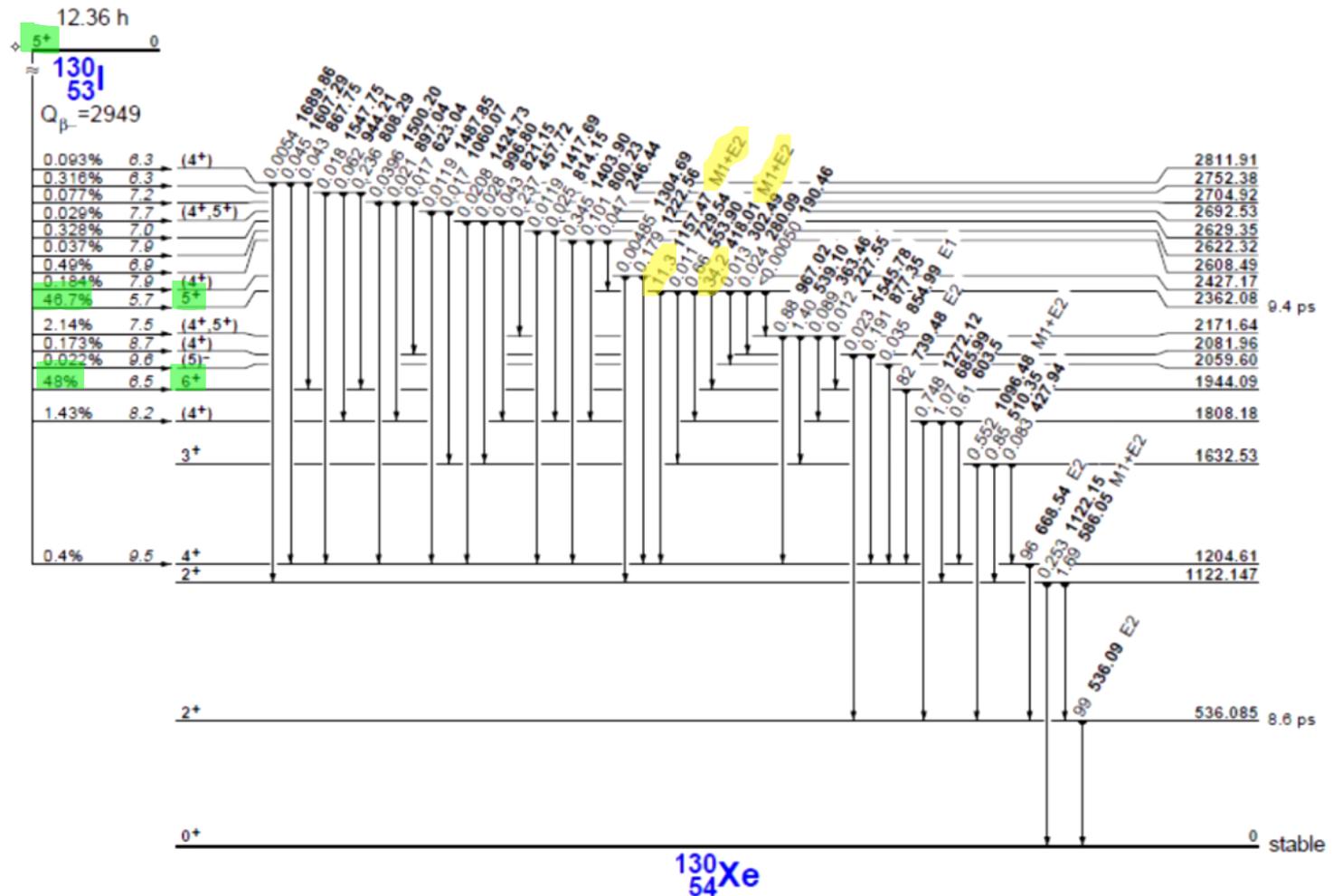
# Momento angolare e Regole di selezione

Alcuni esempi....

		$ I_i - I_f  \leq L \leq I_i + I_f$				<b>(no <math>L = 0</math>)</b>				
Variazione di spin			1	2	3	4				
Variazione di parità		SI	E1	M2	E3	M4				
		NO	M1	E2	M3	E4				



# Momento angolare e Regole di selezione



N.B: Solitamente si dice che la sorgente è di  $^{130}\text{I}$  ma in realtà i gamma sono emessi dallo  $^{130}\text{Xe}$ .



Questo perché quello che vive più a lungo è il padre. **Gli stati eccitati vivono tipicamente molto poco.**

# Previsioni vita media

Tipiche vite medie:

$$10^{-16} \text{ s} < \tau < 10^8 \text{ s}$$

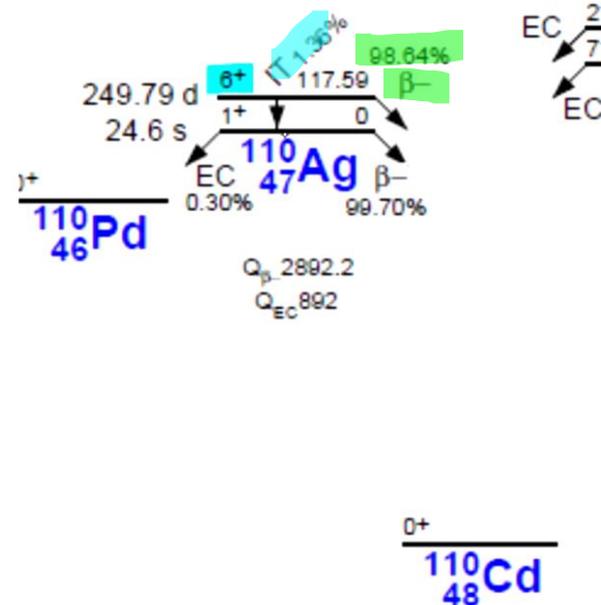
Gli isomeri metastabili di un particolare atomo sono in genere indicati con una "m" ( $^{58\text{m}}\text{Co}$ )

Si parla di **isomero** o **stato metastabile** quando un nuclide su uno stato eccitato ha una vita media molto lunga ( $\tau > 0,1 \text{ s}$ )

- $\Delta I$  grande ( $\Delta I > 3$ ),  $\Delta E$  piccola

Tipico esempio di stato metastabile

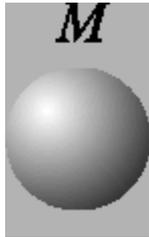
$^{110\text{m}}\text{Ag}$  ( $\tau \simeq 1 \text{ y}$ )



# La fluorescenza di risonanza nucleare

Può un nucleo riassorbire il  $\gamma$  emesso da un nucleo identico?

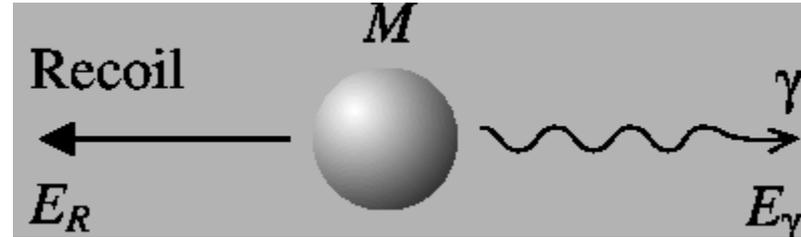
Emissione  $\rightarrow$  Assorbimento  $\rightarrow$  Riemissione



PRIMA

$$E = E_i$$

$$p = 0$$



DOPO

$$E = E_f + E_\gamma + \frac{p_R^2}{2M}$$

$$p = p_R + p_\gamma$$

energia rinculo

$$\begin{cases} E_i = E_f + E_\gamma + \frac{p_R^2}{2M} \\ p_R = \frac{E_\gamma}{c} \end{cases}$$

$$\rightarrow \Delta E = E_i - E_f = E_\gamma + \frac{E_\gamma^2}{2Mc^2} \rightarrow \text{emissione } \gamma$$

$$\Delta E = E_\gamma - \frac{E_\gamma^2}{2Mc^2} \rightarrow \text{assorbimento } \gamma$$

Se gli stati stazionari avessero energie esatte i sistemi non potrebbero assorbire la radiazione che emettono!

# La fluorescenza di risonanza nucleare

Analizziamo più in dettaglio l'assorbimento.

**Poiché l'energia dello stato eccitato non è 'esatta', l'assorbimento avverrà anche quando l'energia differisce leggermente dal valore di risonanza.**

Ogni stato con vita media  $\tau$  ha una larghezza pari a  $\Gamma = \hbar/\tau$

Per stati nucleari con vite medie dai ns a ps si hanno  $\Gamma$  tra  $10^{-6}$  e  $10^{-3}$  eV

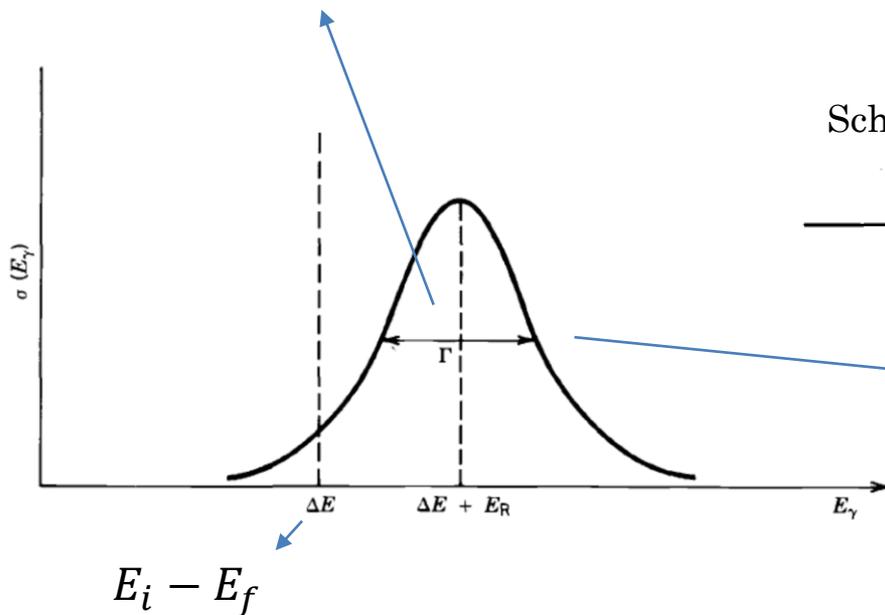
sezione d'urto per assorbimento risonante che dipende dal coefficiente di conversione interna e dagli spin dello stato fondamentale e di quello eccitato

Breit-Wigner distribution

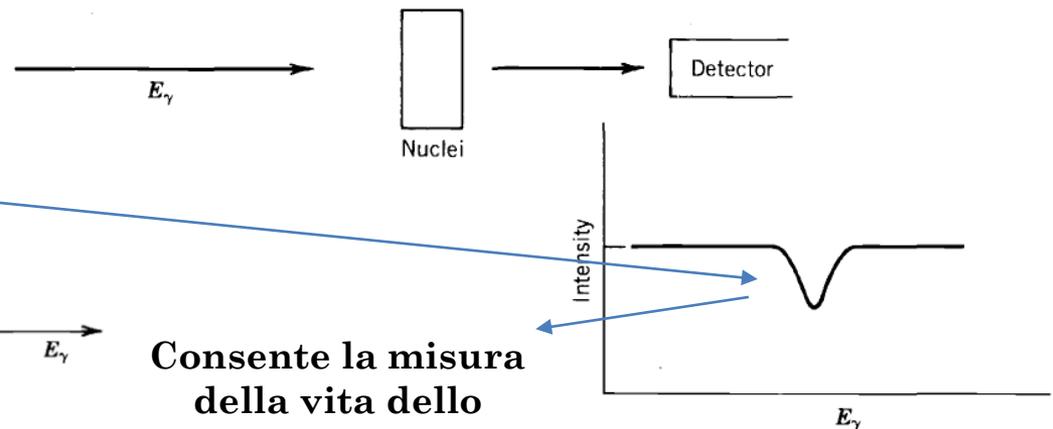
$$\sigma(E_\gamma) = \sigma_0 \frac{(\Gamma/2)^2}{[E_\gamma - (\Delta E + E_R)]^2 + (\Gamma/2)^2}$$

Energia del rinculo

$$E_R = \frac{E_\gamma^2}{2Mc^2}$$



Schema per osservare l'assorbimento risonante dei nuclei



Consente la misura della vita dello stato eccitato

# La fluorescenza di risonanza nucleare

In pratica però è difficile osservare la larghezza della riga  $\Gamma$  a causa di diversi effetti, primo tra tutti l'**allargamento Doppler**  $\Delta$  dovuto al fatto che i nuclei non sono fermi (agitazione termica).

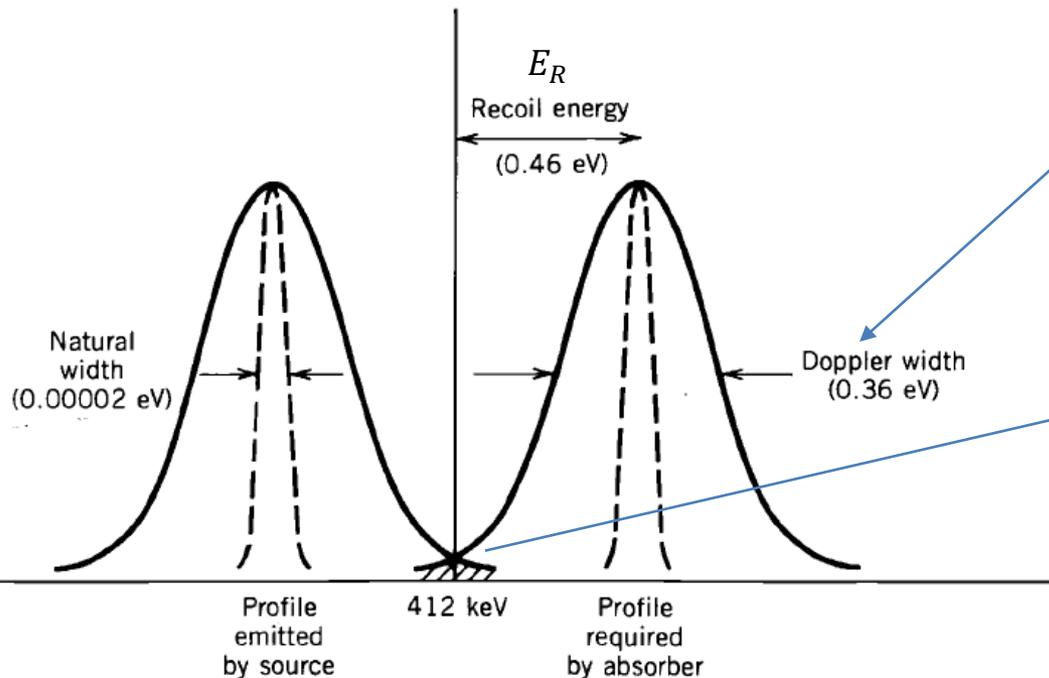
L'energia dei fotoni emessi/assorbiti cambia per effetto Doppler

$$E'_\gamma = E_\gamma \left( 1 \pm \frac{v}{c} \right)$$

$$\Delta = 2\sqrt{\ln 2} E_\gamma \sqrt{\frac{2kT}{Mc^2}}$$

Per un nucleo medio per una transizione a 100 keV

$$\begin{aligned} \Delta &= 0,1 \text{ eV a } 300\text{K} \\ \Delta &= 0,01 \text{ eV a } 4\text{K} \end{aligned}$$



L'allargamento Doppler dovuto all'agitazione termica domina la larghezza della riga!

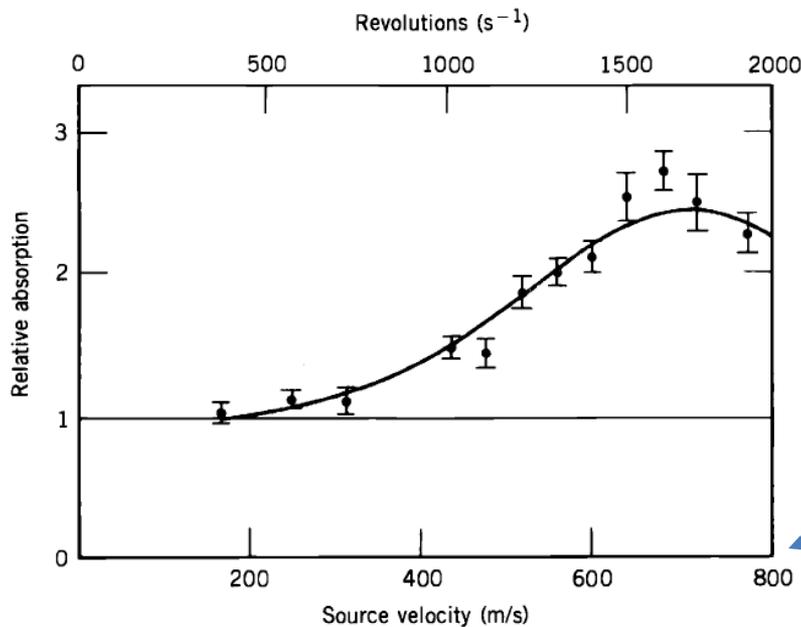
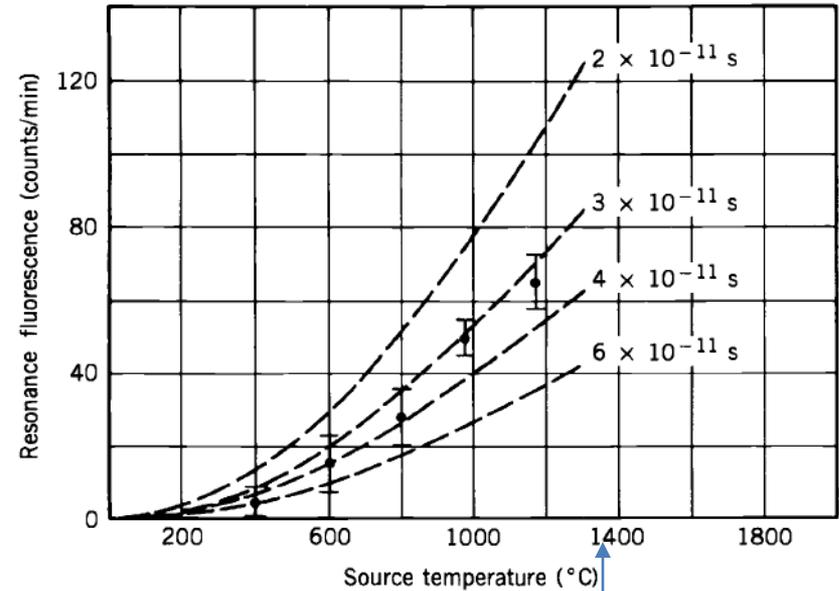
Piccola sovrapposizione della riga di assorbimento e di quella di emissione

Piccola probabilità di eccitazione risonante

# La fluorescenza di risonanza nucleare

Esistono alcune tecniche per **superare** la differenza di energia ( $2 E_R$ ) dovuta al rinculo nucleare e quindi permettere l'eccitazione risonante:

- Aumento della temperatura per aumentare l'allargamento Doppler
- Muovere la sorgente ad alta velocità (sorgente su disco rotante)



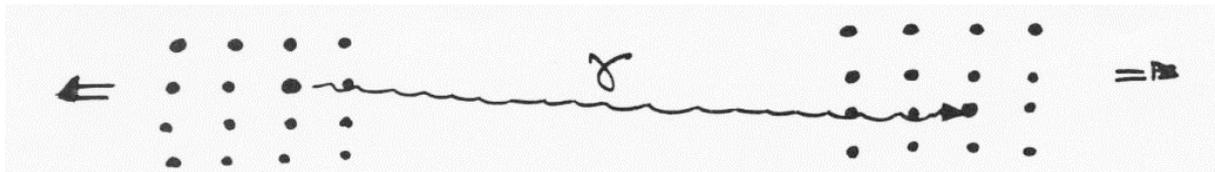
Entrambe queste tecniche sono estremamente complicate



L'effetto Mössbauer permette di semplificare notevolmente le misure!!

# Effetto Mössbauer

Supponiamo che il nucleo emettitore e quello assorbitore siano legati in un reticolo cristallino

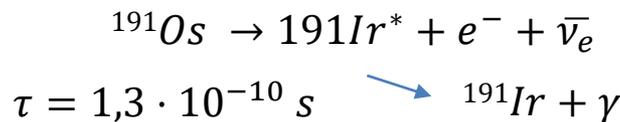


Il moto del nucleo nel reticolo è assimilabile al moto di un oscillatore. Se l'energia di rinculo non è sufficiente a far passare l'oscillatore dallo stato fondamentale al primo stato eccitato, il cristallo rincula nel suo insieme

$$\frac{\Delta E^2}{2Mc^2} \sim 0$$

→ massa del cristallo!!!

Mössbauer (1958) dimostrò l'assorbimento di risonanza con  $^{191}\text{Ir}$



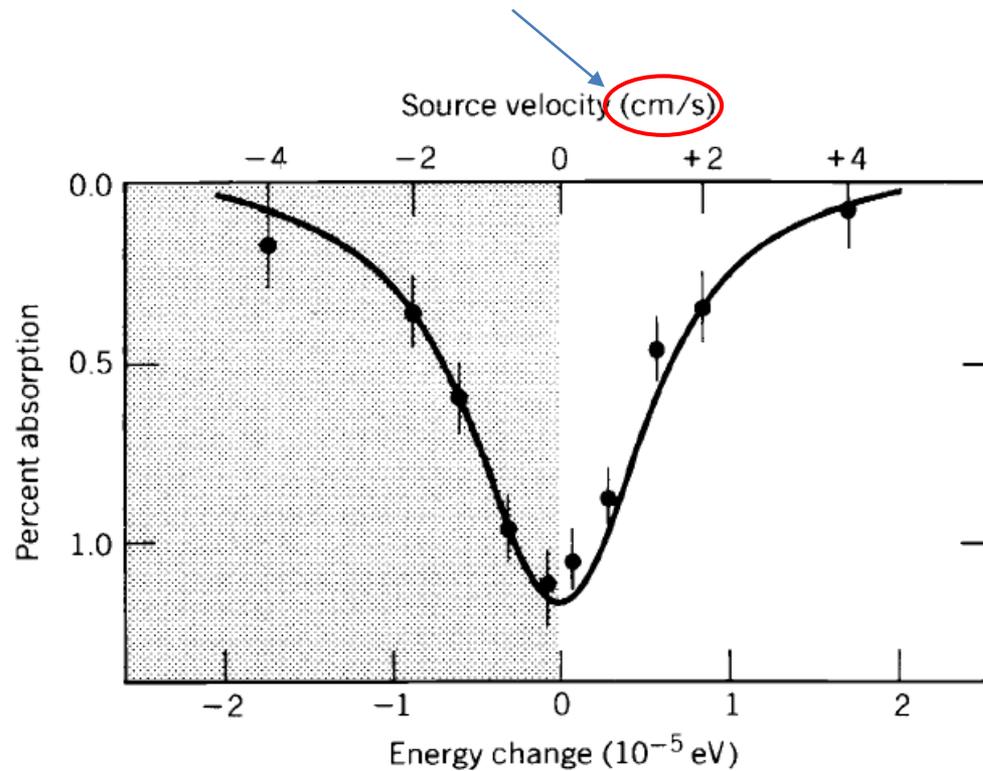
$$E_\gamma = 128 \text{ keV}; E_R = 0,047 \text{ eV}$$

↓  
Dato che le energie di legame in un reticolo sono tipicamente 1-10 eV il rinculo rimane nella sua posizione nel reticolo.

**L'effetto Mössbauer è un processo in cui un nucleo emette o assorbe raggi gamma senza perdita di energia per un rinculo nucleare**

# Effetto Mössbauer

Anche in questo caso la sorgente e l'assorbitore di devono muovere uno rispetto all'altro ma in questo caso le velocità sono notevolmente ridotte!!!



Grazie all'effetto Mössbauer è possibile misurare variazioni dell'ordine di  $10^{-5}$  eV per  $\gamma$  con energie di  $10^5$  eV!!!

Dalla larghezza della linea è possibile determinare il tempo di vita dello stato eccitato

# Effetto Doppler e spettroscopia $\gamma$



$$E'_\gamma = E_\gamma \left(1 + \frac{v}{c}\right)$$

nel 60% dei casi il decadimento lascia il  ${}^{12}\text{C}$  su uno stato eccitato che decade in  $61 \text{ fs}$  emettendo un  $\gamma$  da  $4,4 \text{ MeV}$

