

Decadimenti Gamma

Emissione Gamma

La maggior parte dei processi nucleari e dei decadimenti α e β lasciano il nucleo su uno **stato eccitato che si diseccita** direttamente sullo stato fondamentale o su un altro stato eccitato, che si disecciterà a sua volta (processo a cascata) con conseguente emissione di uno o più raggi γ con energie tipiche di 0,1-10 MeV.



App. 25

Lo studio dei raggi γ è diventata la tecnica standard per la **spettroscopia nucleare** perché:

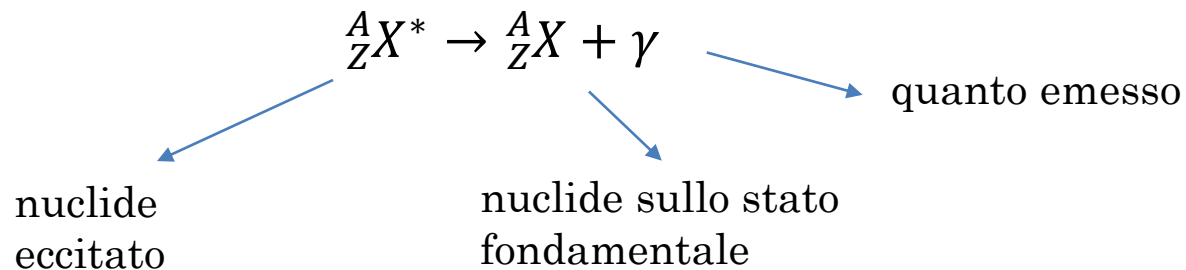
- ci permette di studiare gli stati nucleari eccitati in modo dettagliato
- relativa facilità nel misurare i raggi γ (assorbimento trascurabile nei materiali 'inerti' tra sorgente e rivelatore)
- elevata precisione con cui l'energia dei γ (e quindi dei livelli nucleari) può essere misurata
- lo studio dei decadimenti γ e della conversione interna permettono inoltre di dedurre lo spin e la parità degli stati eccitati

Emissione Gamma

Stati eccitati nucleari si possono ottenere mediante:

- Assorbimento di raggi γ
- Eccitazione coulombiana
 - Bombardamento di particelle cariche ($\alpha - p$) con energie sotto la barriera coulombiana per evitare reazioni nucleari
- Interazione neutroni (scattering neutroni 'veloci', cattura neutronica)
- Decadimento α e β su stati eccitati

La diseccitazione γ è solitamente indicata con:



Emissione Gamma - Cinematica

Consideriamo il decadimento di un nucleo fermo da uno stato iniziale E_i allo stato finale E_f .
La conservazione di energia e momento implicano che:

$$E_i = E_f + E_\gamma + T_R$$

Energia cinetica del rinculo nucleare

$$0 = \mathbf{p}_R + \mathbf{p}_\gamma$$
$$T_R = \frac{p_R^2}{2M}$$

Il nucleo finale non può essere fermo per conservazione momento

Definiamo ΔE la differenza di energia tra stato iniziale e stato finale e considerando la relazione relativistica $E_\gamma = cp_\gamma$

$$\Delta E = E_\gamma + \frac{E_\gamma^2}{2Mc^2}$$

Dato che $\Delta E \sim 1\text{MeV}$ mentre $Mc^2 \sim A \cdot 10^3 \text{MeV}$ possiamo tenere solo i primi 3 termini dell'espansione della radice

$$E_\gamma = Mc^2 \left[-1 \pm \left(1 + 2 \frac{\Delta E}{Mc^2} \right)^{1/2} \right] \cong \Delta E - \frac{(\Delta E)^2}{2Mc^2}$$

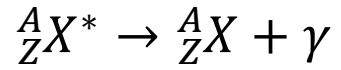
L'energia del γ è quindi inferiore alla differenza di energia tra stato iniziale e stato finale a causa del rinculo nucleare.

La correzione è comunque molto piccola ($\sim 10^{-5}$) e quindi solitamente trascurata (inferiore a precisione sperimentale)

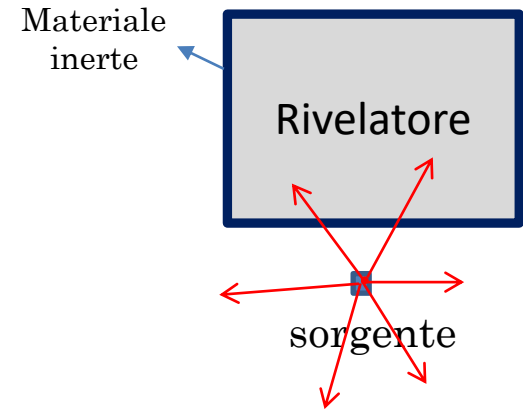
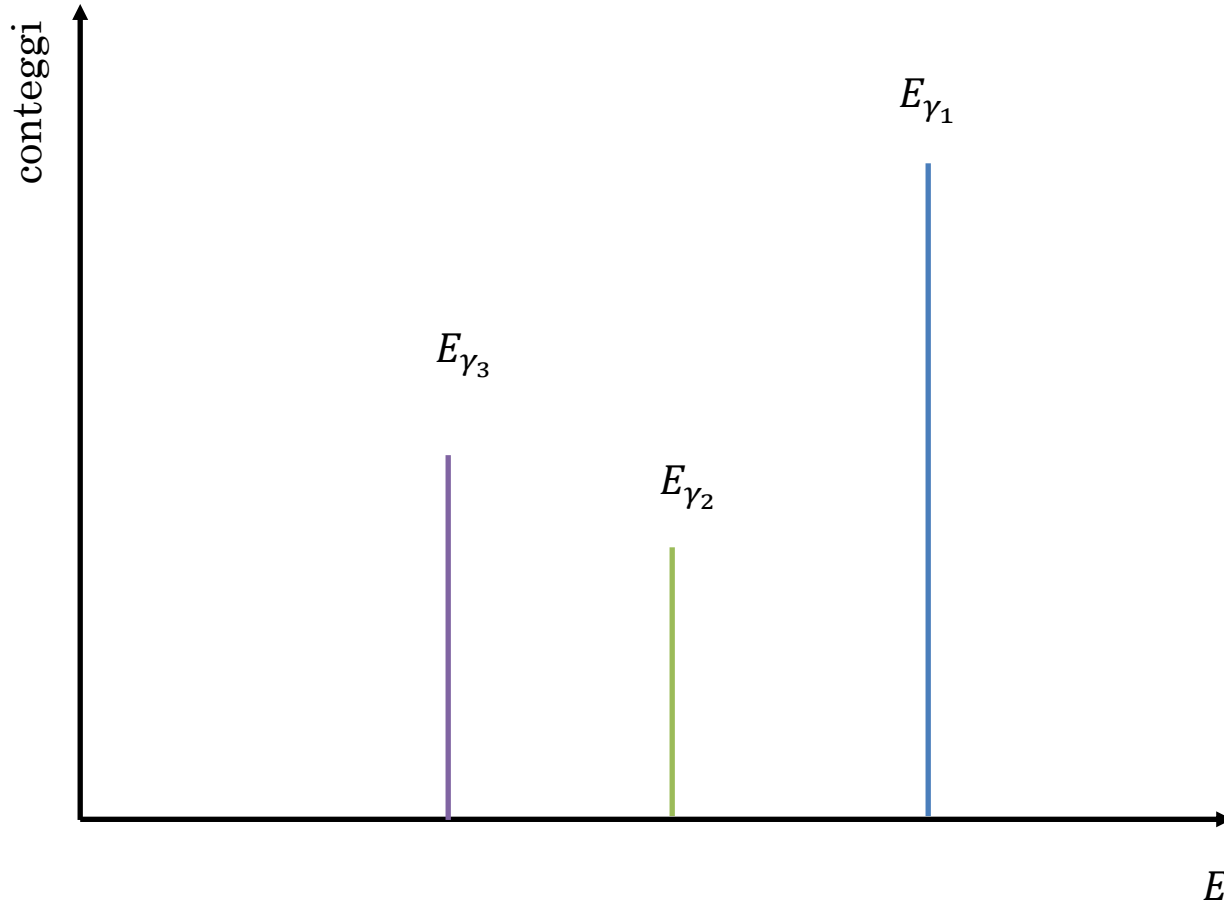
$$E_\gamma = \Delta E$$

Tranne che per effetto Mössbauer

Spettro energetico



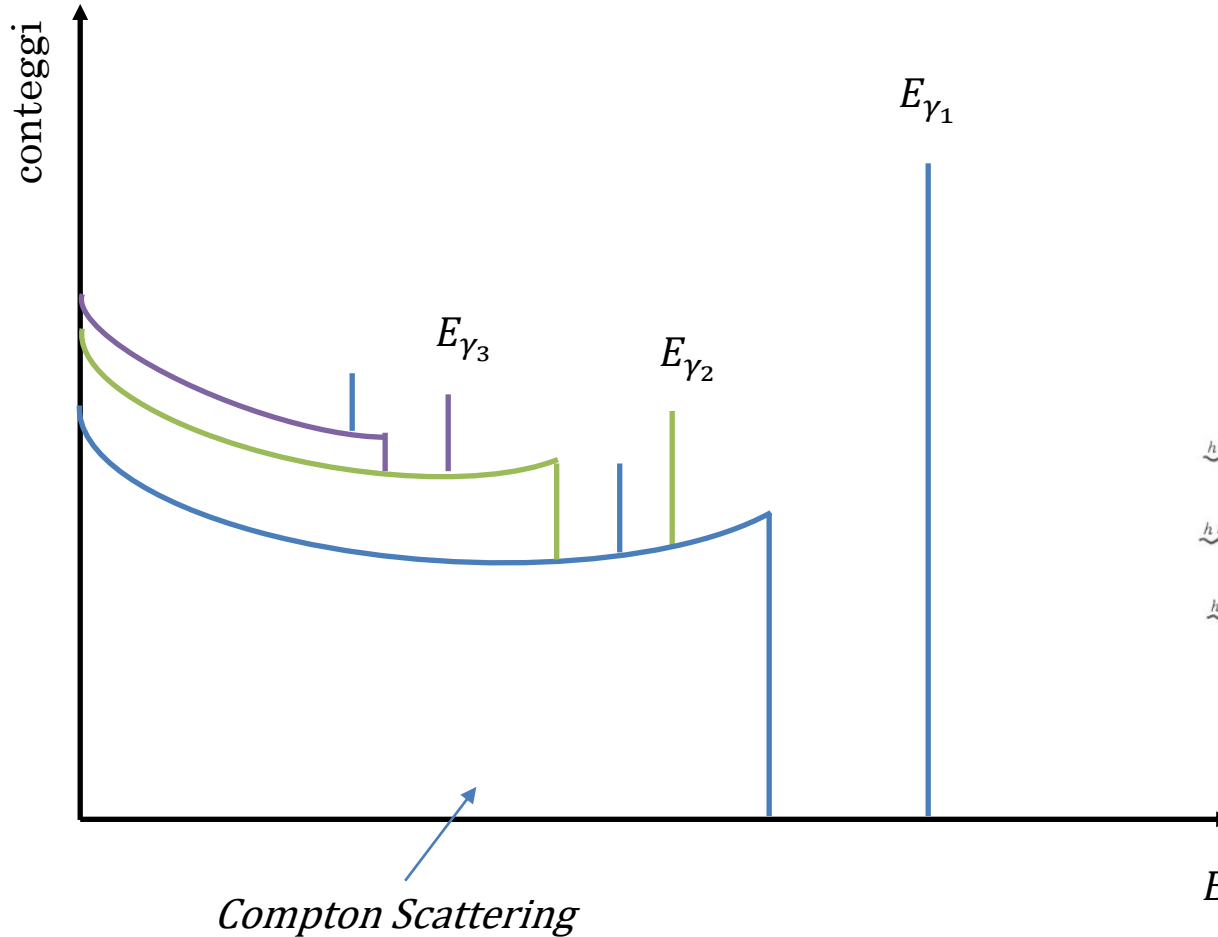
Gamma caratteristici
del nucleo A_ZX



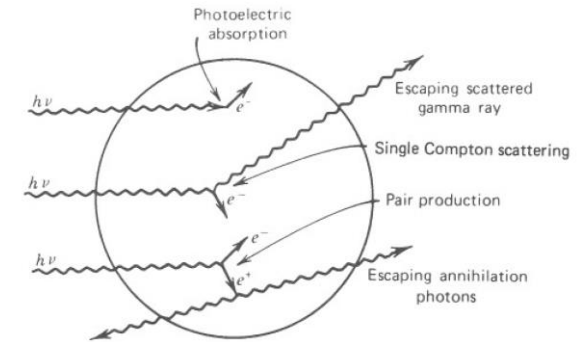
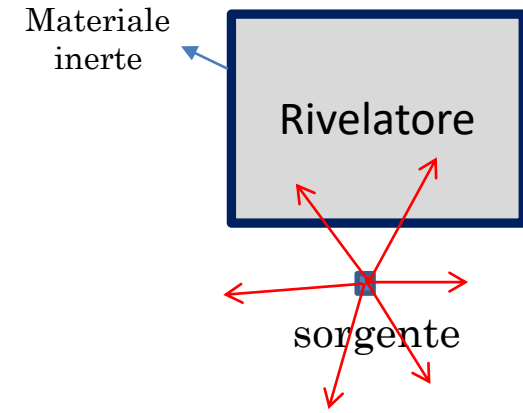
Si utilizza la spettroscopia gamma anche per andare a riconoscere i decadimenti beta dei padri perché molto difficile studiare gli spettri beta (spettro continuo).

Spettro energetico

Caso reale più complesso perché dipende da come interagisce la radiazione con la materia (fotoelettrico, Compton, produzione di coppia) e quindi dalle dimensioni del rivelatore.

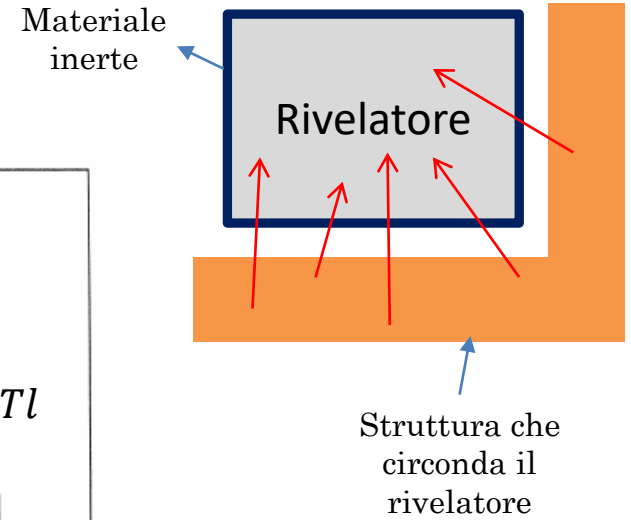
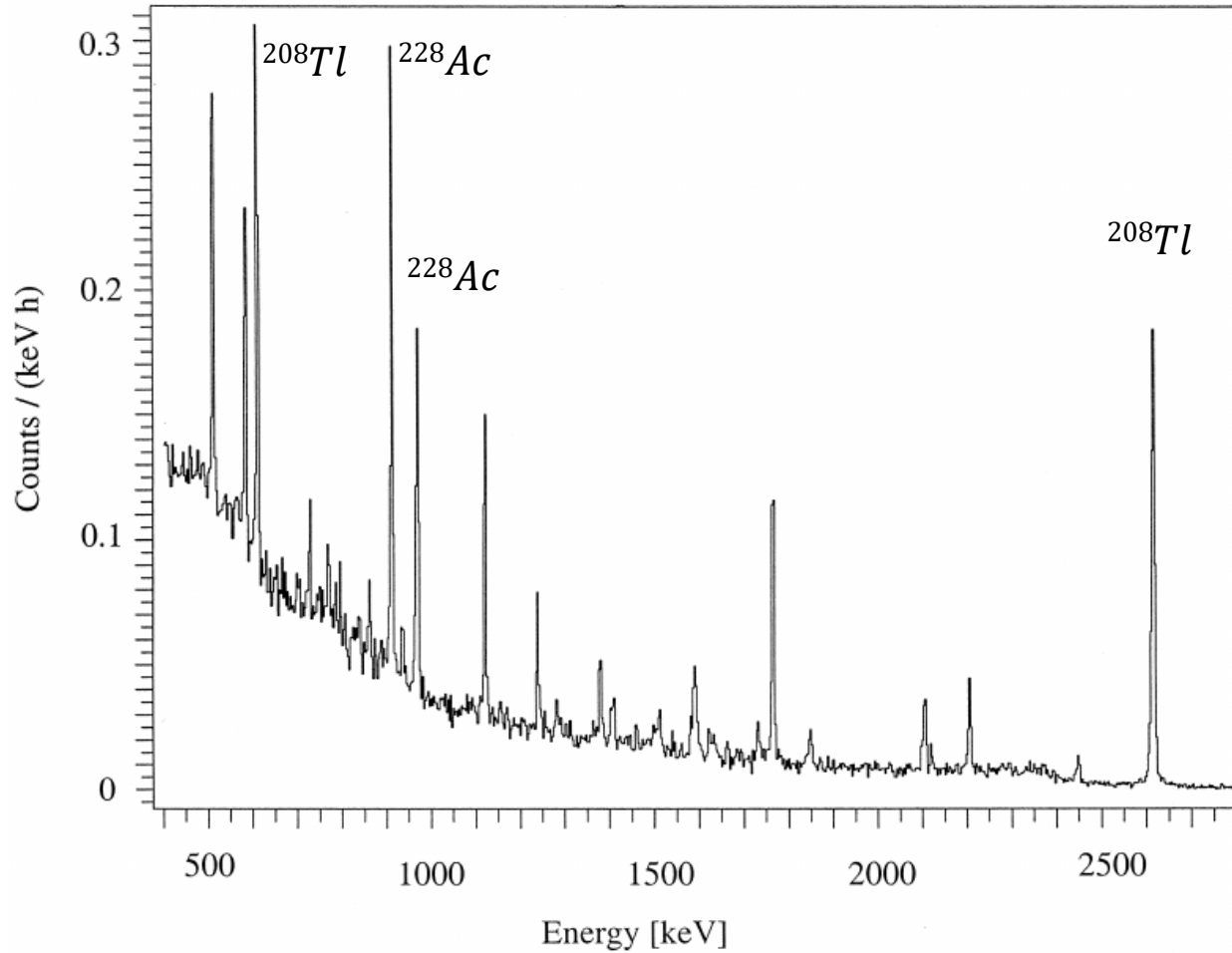


$$E'_{\gamma} = \frac{E_{\gamma}}{1 + (E_{\gamma}/mc^2)(1 - \cos\theta)}$$



Spettro energetico

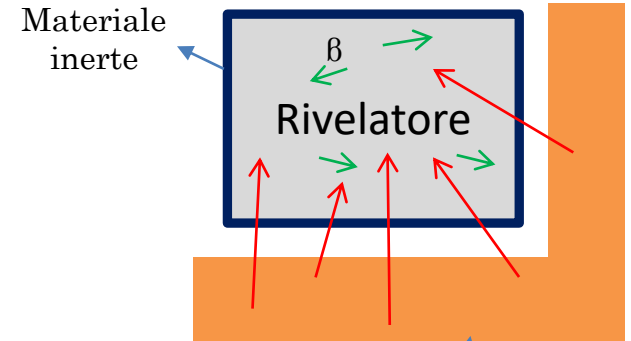
Inoltre presenza di radioattività ambientale....



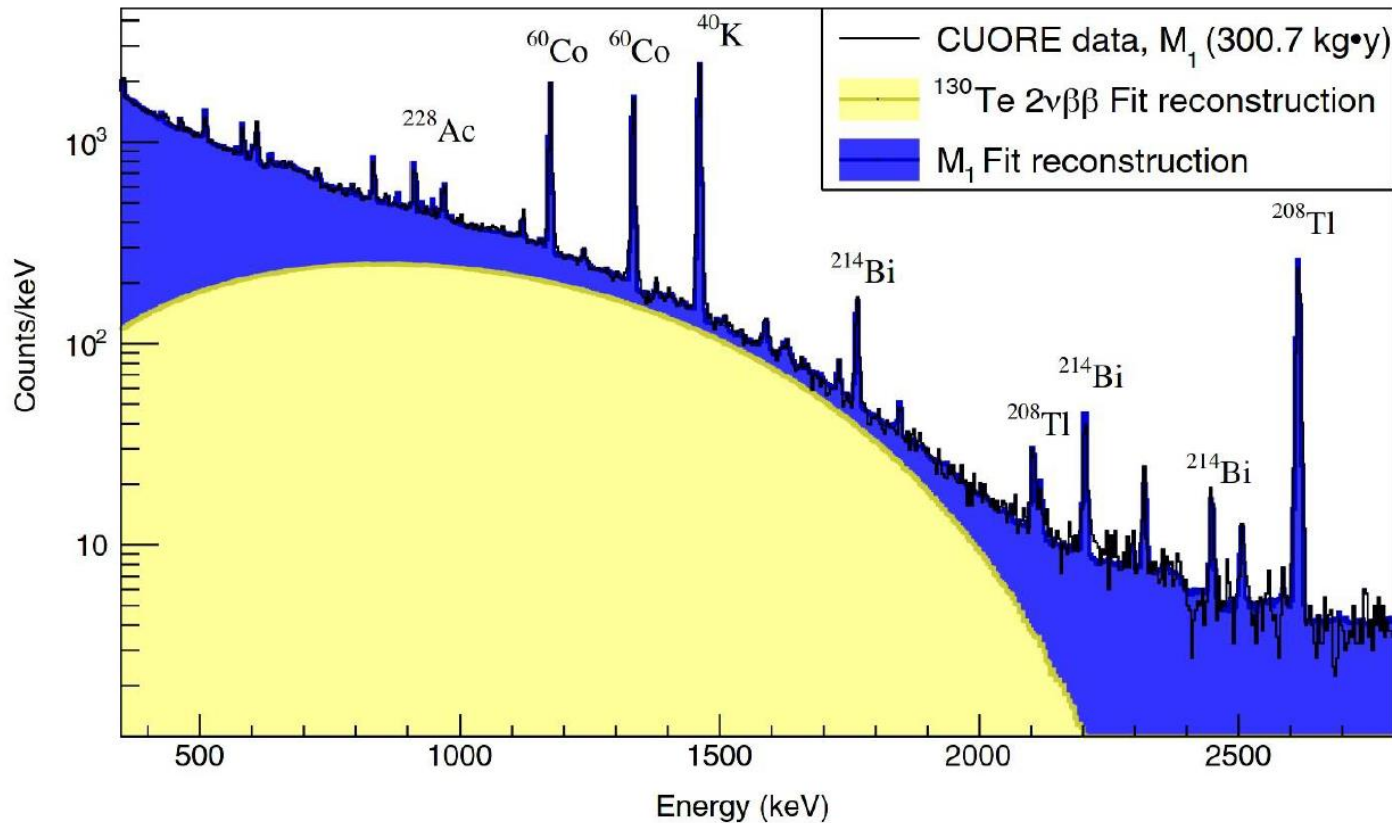
Spettro energetico

Inoltre presenza di radioattività ambientale....

Uno dei motivi per cui è così difficile la ricerca di eventi rari e più in generale studiare piccoli livelli di contaminazioni radioattive nei materiali.....



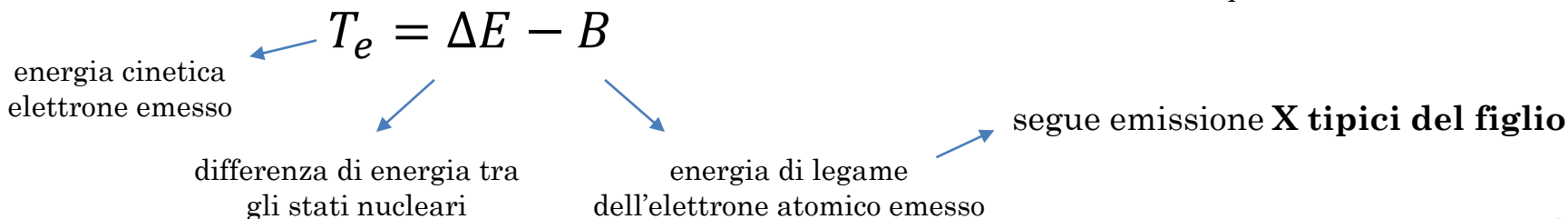
Struttura che circonda il rivelatore



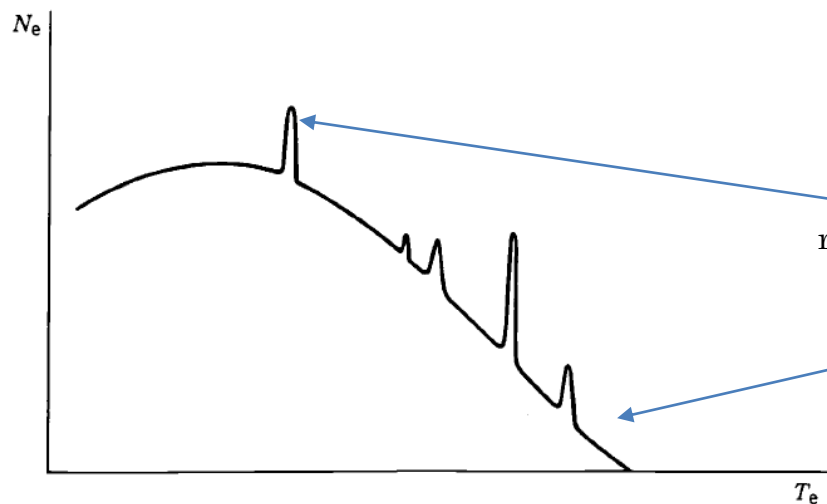
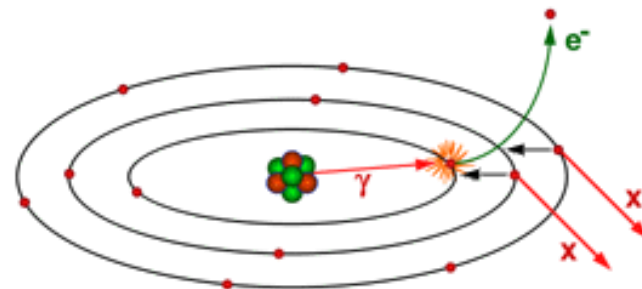
Conversione interna

A volte il nucleo diseccitandosi cede la sua energia ad un **elettrone atomico**.
L'elettrone è emesso con un'energia

quindi, a differenza del decadimento β
in questo caso e^- non viene creato



In realtà **non è un processo con due passaggi** (produzione γ + interazione con elettrone atomico). **E' interazione del campo e.m. del nucleo che interagisce con elettrone atomico.**



Spettro di elettroni tipico emesso da un nucleo
radioattivo. I picchi dovuti a elettroni con energie discrete
emessi per conversione interna sono visibili sul continuo
dovuto al decadimento β

Conversione interna

Gli elettroni emessi per conversione interna sono etichettati in base alla shell dalla quale provengono quindi legati al numero quantico atomico principale. Inoltre, **se rivelatore ad altissima risoluzione**, possiamo persino vedere la **sottostruttura** corrispondente ai singoli elettroni nella shell.

K (n=1), L (n=2), M (n=3), ...

Coefficiente di conversione

$$\alpha = \frac{N_{\text{elettroni}}}{N_{\text{fotoni}}}$$

$$\lambda = \lambda_{\gamma}(1 + \alpha)$$

la costante di decadimento γ deve essere corretta per la probabilità totale che esca e^{-} invece di γ

$$\alpha = \alpha_K + \alpha_L + \dots$$

conversioni relative ai vari gusci

La conversione interna è favorita per nuclei pesanti, piccoli ΔE , grandi ΔI e piccoli numeri quantici principali (descresce circa come $1/n^3$ quindi $\alpha_K / \alpha_L \simeq 8$)

La conversione interna è uno strumento essenziale per l'osservazione delle transizioni $E0$, alle quali è vietato decadere con emissione di radiazione elettromagnetica perché il momento di monopolo nucleare (cioè la sua carica) non irradia.

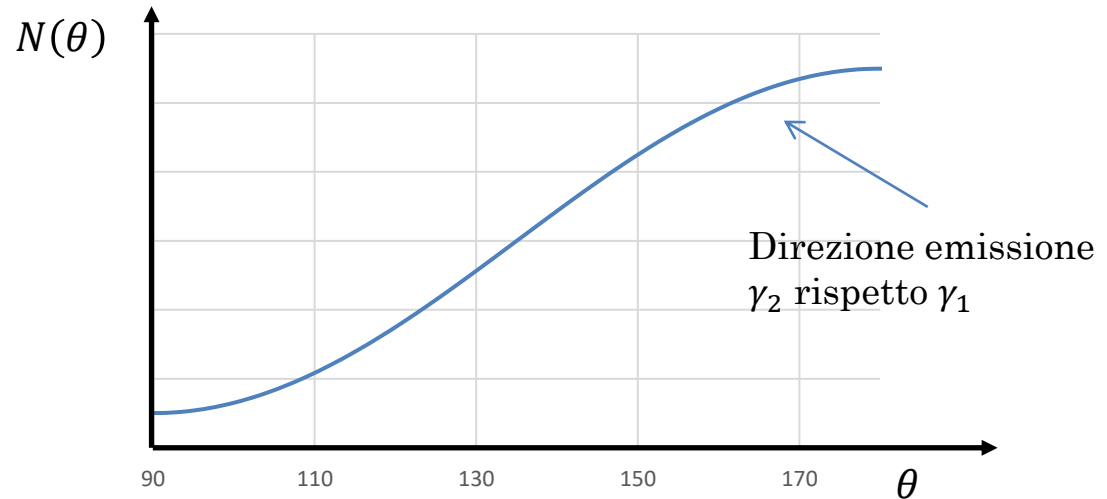
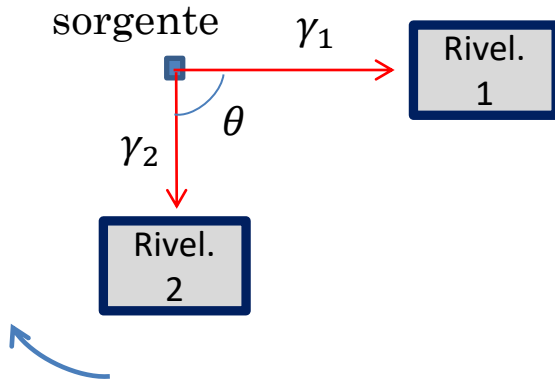
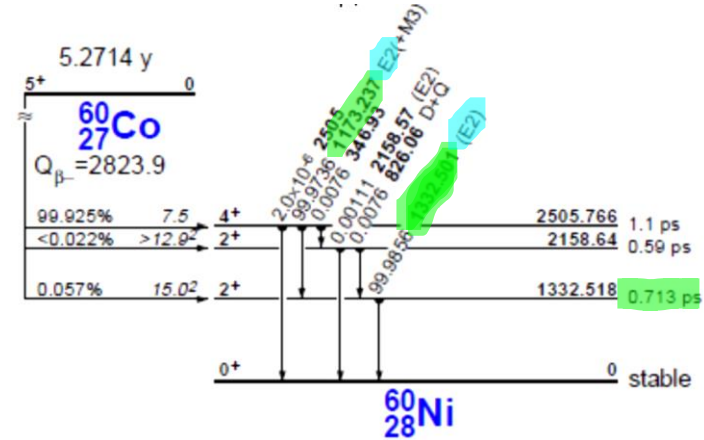
La conversione interna è il solo decadimento possibile per $0^+ \rightarrow 0^+$

Correlazione angolare

Spesso quando due γ sono emessi in **rapida successione (ps)** dallo stesso nucleo, si ha una correlazione angolare tra i 2 fotoni emessi



Il 1° decadimento 'definisce' l'asse rispetto al quale si definisce la direzione del 2° decadimento



Il secondo gamma non viene emesso da un nucleo con una direzione qualsiasi ma con una direzione ben definita



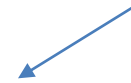
Effetto che può essere spiegato attraverso sviluppo in multipoli

Probabilità di transizione - Sviluppo multipoli

Due stati diversi dello stesso nuclide corrispondono a due diverse distribuzioni di carica elettrica



Interazioni elettromagnetiche possono mediare la transizione tra due stati



Anche in questo caso risulta utile sviluppare in multipoli

Definiamo l'ordine del multipolo



L=1 DIPOLO
L=2 QUADRUPOLO
L=3 OTTUPOLO

mentre con E il campo elettrico e con M il campo magnetico

	E1	DIPOLO ELETTRICO
M1	E2	DIPOLO MAGNETICO – QUADRUPOLO ELETTRICO
M2	E3	QUADRUPOLO MAGNETICO – OTTUPOLO ELETTRICO
...		

E' possibile dimostrare che la **parità del campo di radiazione** è

$$\text{magnetico} \longleftarrow \pi(ML) = (-1)^{L+1}$$

$$\text{elettrico} \longleftarrow \pi(EL) = (-1)^L$$

Probabilità di transizione - Sviluppo multipoli

Possiamo quindi studiare la probabilità di transizione tra lo stato iniziale e lo stato finale analizzando l'elemento di matrice dell'operatore di multipolo:

$$m_{if}(\sigma L) = \int \psi_f^*(x) m(\sigma L) \psi_i(x) dv$$

$\sigma = E \text{ o } M$ stato finale stato iniziale

termine perturbante che induce le transizioni integrale su tutto il volume del nucleo

L'operatore $m(\sigma L)$ cambia lo stato nucleare da ψ_i a ψ_f e contemporaneamente crea un fotone della giusta energia, parità e ordine di multipolo.

Se conoscessi le autofunzioni nucleari, potrei calcolare nel dettaglio m_{if} e quindi fare delle previsioni sulla **vita media**.

In realtà ciò può essere fatto solo in alcuni casi:

- Modello a particella singola (modello a strati/shell)
Sono facilmente trattabili i casi con A dispari in cui gli stati eccitati del nucleo corrispondono agli stati eccitati del nucleone spaiato
- **In generale, τ cresce al crescere di ΔI e al calare di ΔE**

Previsioni vita media

- I multipoli permessi più bassi dominano
- I multipoli elettrici sono più probabili dei rispettivi multipoli magnetici di un fattore circa 100

$$\frac{\lambda(E, L)}{\lambda(M, L)} \approx 10^2$$

- L'emissione dai multipoli $L+1$ è circa 10^5 volte meno probabile della emissione del multipolo L

$$\frac{\lambda(E, L + 1)}{\lambda(E, L)} \approx 10^{-5}$$

$$\frac{\lambda(M, L + 1)}{\lambda(M, L)} \approx 10^{-5}$$

- Combinando queste due regole abbiamo che

$$\frac{\lambda(E, L + 1)}{\lambda(M, L)} \approx 10^{-3}$$

~~$$\frac{\lambda(M, L + 1)}{\lambda(E, L)} \approx 10^{-7}$$~~

Questo termine si può trascurare

- Quindi E2 compete con M1, E3 con M2, ...

Momento angolare e Regole di selezione

Per la conservazione del momento angolare avremo quindi che:

$$\mathbf{I}_i = \mathbf{L} + \mathbf{I}_f \quad \Rightarrow \quad |I_i - I_f| \leq L \leq |I_i + I_f|$$

Ad esempio, se $I_i = 3/2$ e $I_f = 5/2$ i possibili valori di L sono 1, 2, 3 e 4. In questo caso la radiazione consiste in una miscela di stati di dipolo, quadrupolo, ottupolo e esadecapolo.

Per determinare se la radiazione emessa è elettrica o magnetica è necessario considerare la **parità** dello stato iniziale e di quello finale

$$\pi(ML) = (-1)^{L+1}$$

$$\pi(EL) = (-1)^L$$

↓
← **Le multipolarità coesistono!!**

Regole di selezione

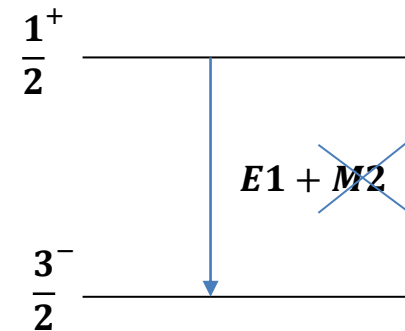
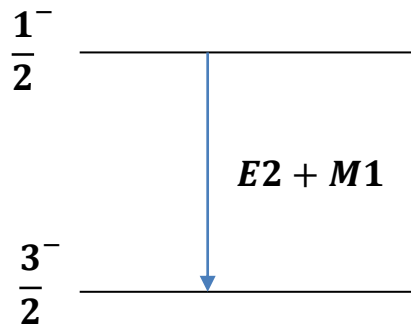
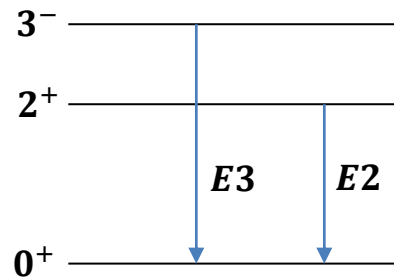
$$|I_i - I_f| \leq L \leq I_i + I_f \quad (\text{no } L = 0)$$

ΔI		1	2	3	4
Variazione di parità	SI	E1	M2	E3	M4
	NO	M1	E2	M3	E4

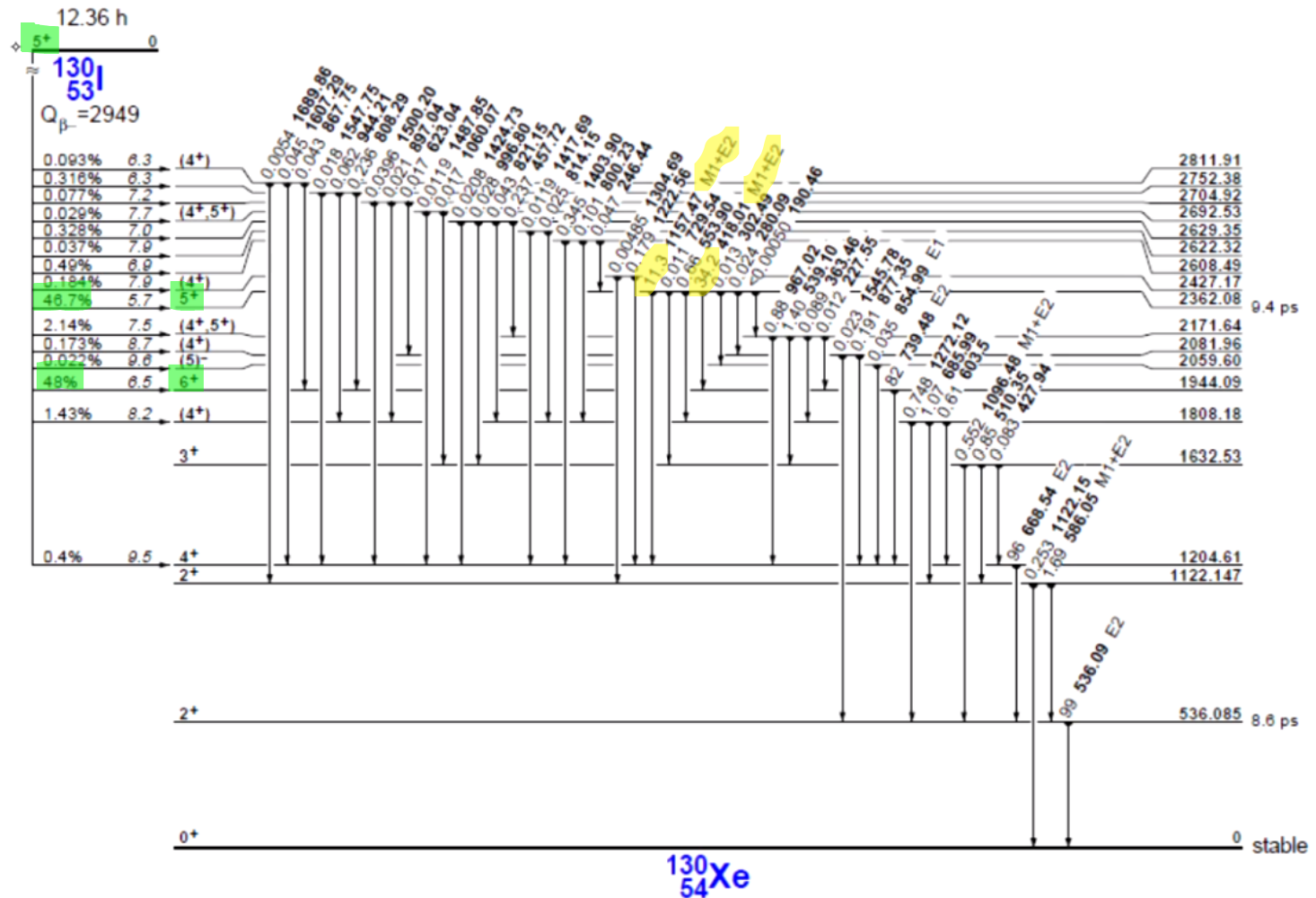
Momento angolare e Regole di selezione

Alcuni esempi....

		$ I_i - I_f \leq L \leq I_i + I_f$				(no $L = 0$)				
Variazione di spin			1	2	3	4				
Variazione di parità		SI	E1	M2	E3	M4				
		NO	M1	E2	M3	E4				



Momento angolare e Regole di selezione



N.B: Solitamente si dice che la sorgente è di ^{130}I ma in realtà i gamma sono emessi dallo ^{130}Xe .



Questo perché quello che vive più a lungo è il padre. **Gli stati eccitati vivono tipicamente molto poco.**

Previsioni vita media

Tipiche vite medie:

$$10^{-16} \text{ s} < \tau < 10^8 \text{ s}$$

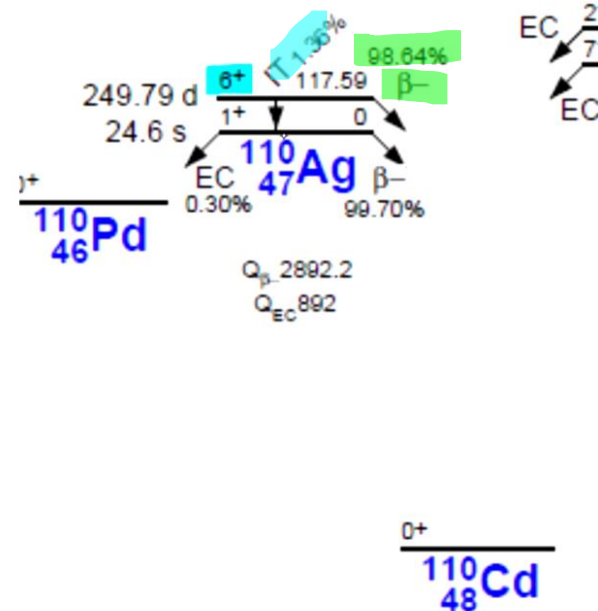
Gli isomeri metastabili di un particolare atomo sono in genere indicati con una "m" ($^{58\text{m}}\text{Co}$)

Si parla di **isomero** o **stato metastabile** quando un nuclide su uno stato eccitato ha una vita media molto lunga ($\tau > 0,1 \text{ s}$)

- ΔI grande ($\Delta I > 3$), ΔE piccola

Tipico esempio di stato metastabile

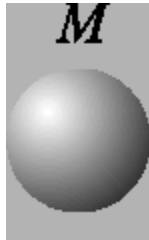
$^{110\text{m}}\text{Ag}$ ($\tau \simeq 1 \text{ y}$)



La fluorescenza di risonanza nucleare

Può un nucleo riassorbire il γ emesso da un nucleo identico?

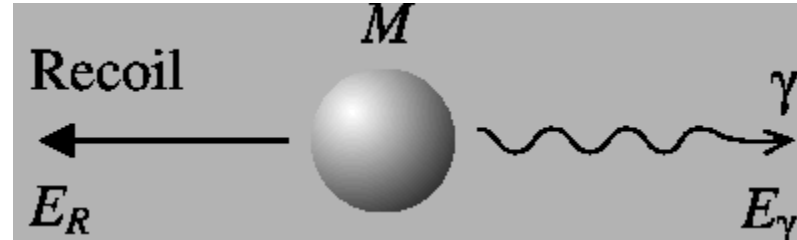
Emissione \rightarrow Assorbimento \rightarrow Riemissione



PRIMA

$$E = E_i$$

$$p = 0$$



DOPO

$$E = E_f + E_\gamma + \frac{p_R^2}{2M}$$

$$p = p_R + p_\gamma$$

energia rinculo

$$\left\{ \begin{array}{l} E_i = E_f + E_\gamma + \frac{p_R^2}{2M} \\ p_R = \frac{E_\gamma}{c} \end{array} \right. \rightarrow \Delta E = E_i - E_f = E_\gamma + \frac{E_\gamma^2}{2Mc^2} \rightarrow \text{emissione } \gamma$$

$$\Delta E = E_\gamma - \frac{E_\gamma^2}{2Mc^2} \rightarrow \text{assorbimento } \gamma$$

Se gli stati stazionari avessero energie esatte i sistemi non potrebbero assorbire la radiazione che emettono!

La fluorescenza di risonanza nucleare

Analizziamo più in dettaglio l'assorbimento.

Poiché l'energia dello stato eccitato non è 'esatta', l'assorbimento avverrà anche quando l'energia differisce leggermente dal valore di risonanza.

Ogni stato con vita media τ ha una larghezza pari a $\Gamma = \hbar/\tau$

Per stati nucleari con vite medie dai ns a ps si hanno Γ tra 10^{-6} e 10^{-3} eV

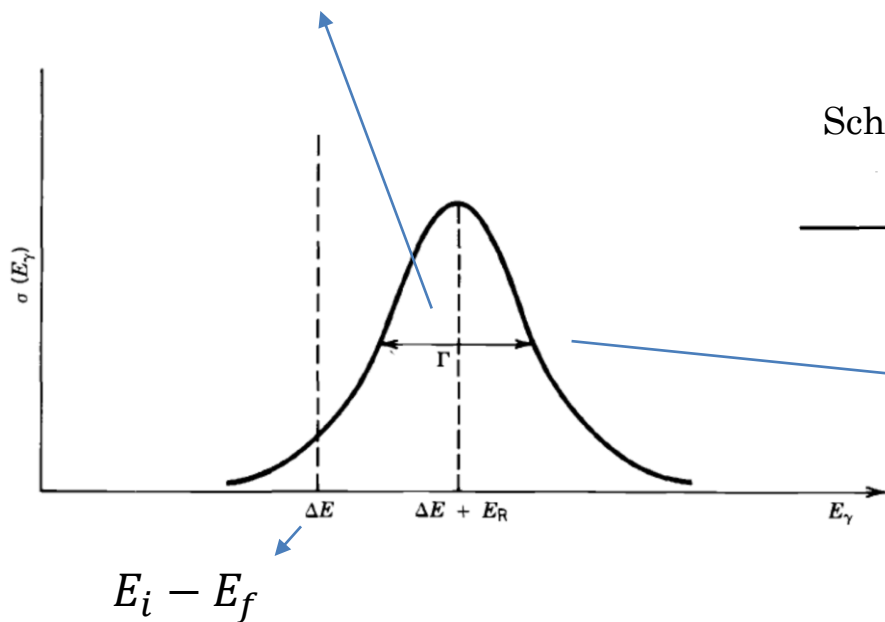
sezione d'urto per assorbimento risonante che dipende dal coefficiente di conversione interna e dagli spin dello stato fondamentale e di quello eccitato

Breit-Wigner distribution

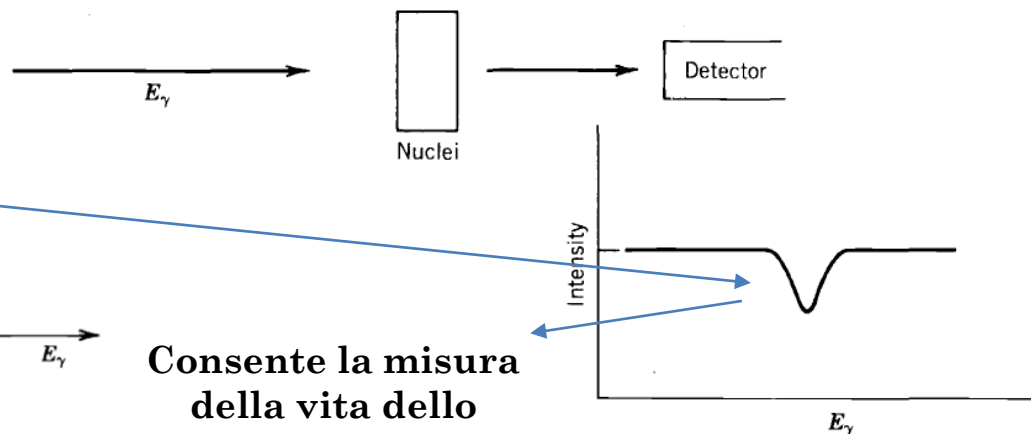
$$\sigma(E_\gamma) = \sigma_0 \frac{(\Gamma/2)^2}{[E_\gamma - (\Delta E + E_R)]^2 + (\Gamma/2)^2}$$

Energia del rinculo

$$E_R = \frac{E_\gamma^2}{2Mc^2}$$



Schema per osservare l'assorbimento risonante dei nuclei



Consente la misura della vita dello stato eccitato

La fluorescenza di risonanza nucleare

In pratica però è difficile osservare la larghezza della riga Γ a causa di diversi effetti, primo tra tutti l'**allargamento Doppler** Δ dovuto al fatto che i nuclei non sono fermi (agitazione termica).

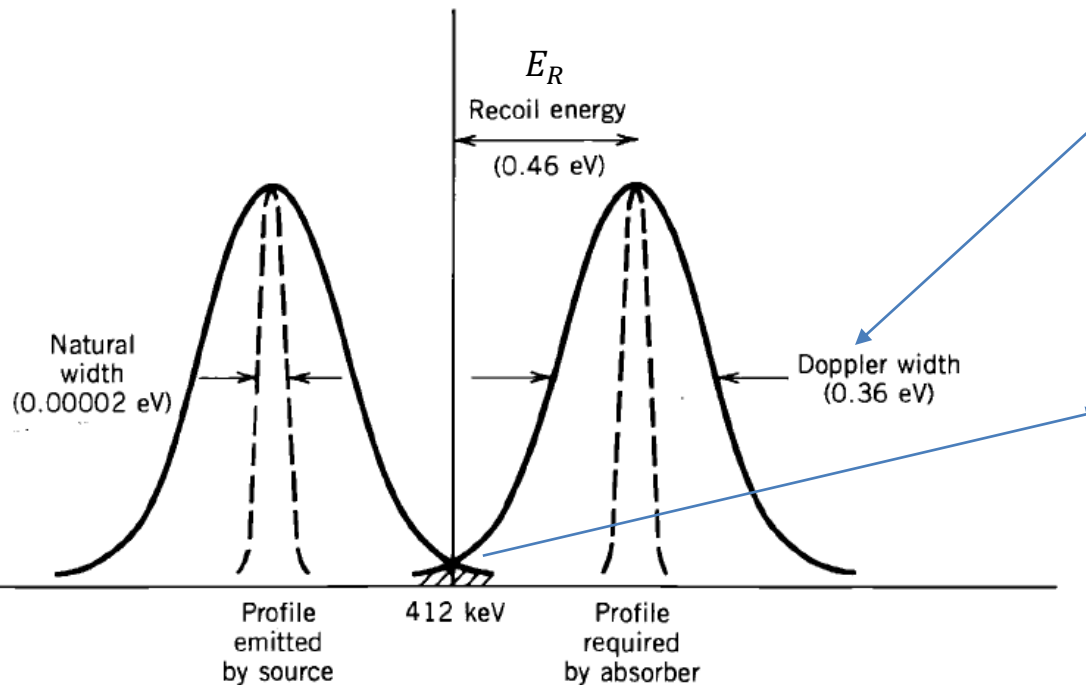
L'energia dei fotoni emessi/assorbiti cambia per effetto Doppler

$$E'_\gamma = E_\gamma \left(1 \pm \frac{v}{c} \right)$$

$$\Delta = 2\sqrt{\ln 2} E_\gamma \sqrt{\frac{2kT}{Mc^2}}$$

Per un nucleo medio per una transizione a 100 keV

$$\begin{aligned} \Delta &= 0,1 \text{ eV a } 300\text{K} \\ \Delta &= 0,01 \text{ eV a } 4\text{K} \end{aligned}$$



L'allargamento Doppler dovuto all'agitazione termica domina la larghezza della riga!

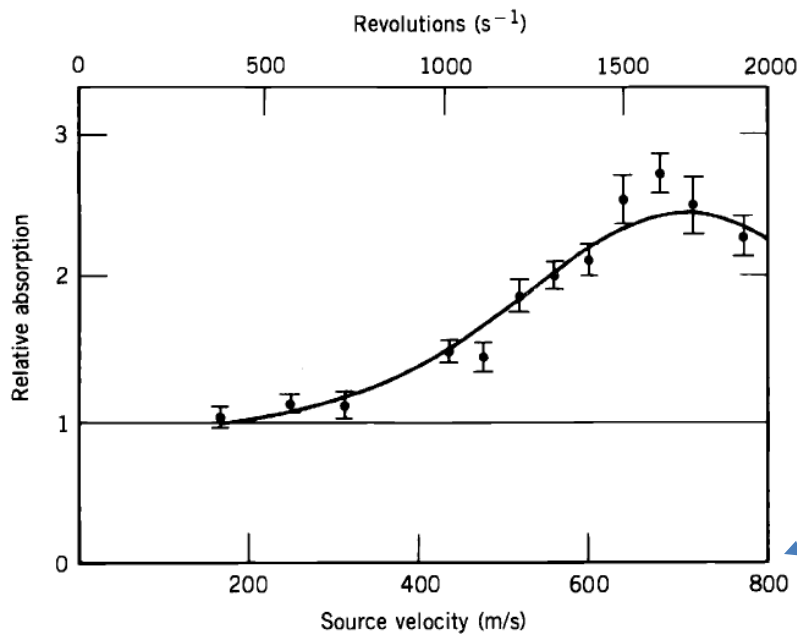
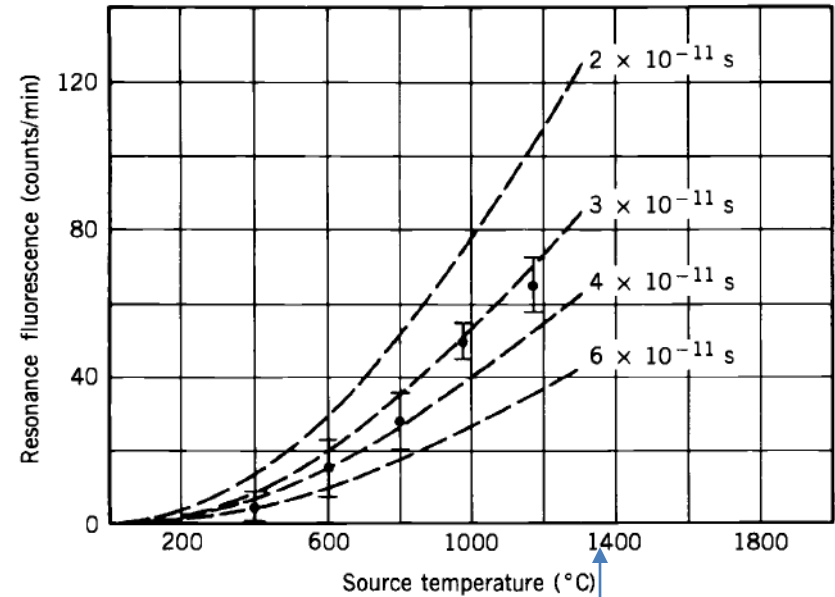
Piccola sovrapposizione della riga di assorbimento e di quella di emissione

Piccola probabilità di eccitazione risonante

La fluorescenza di risonanza nucleare

Esistono alcune tecniche per **superare** la differenza di energia ($2 E_R$) dovuta al rinculo nucleare e quindi permettere l'eccitazione risonante:

- Aumento della temperatura per aumentare l'allargamento Doppler
- Muovere la sorgente ad alta velocità (sorgente su disco rotante)



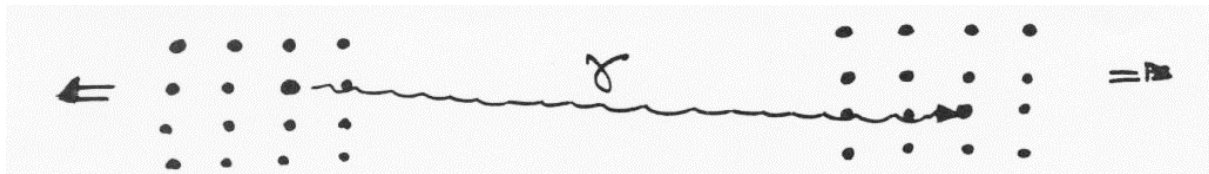
Entrambe queste tecniche sono estremamente complicate



L'effetto Mössbauer permette di semplificare notevolmente le misure!!

Effetto Mössbauer

Supponiamo che il nucleo emettitore e quello assorbitore siano legati in un reticolo cristallino

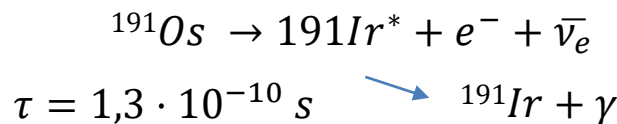


Il moto del nucleo nel reticolo è assimilabile al moto di un oscillatore. Se l'energia di rinculo non è sufficiente a far passare l'oscillatore dallo stato fondamentale al primo stato eccitato, il cristallo rincula nel suo insieme

$$\frac{\Delta E^2}{2Mc^2} \sim 0$$

→ massa del cristallo!!!

Mössbauer (1958) dimostrò l'assorbimento di risonanza con ^{191}Ir



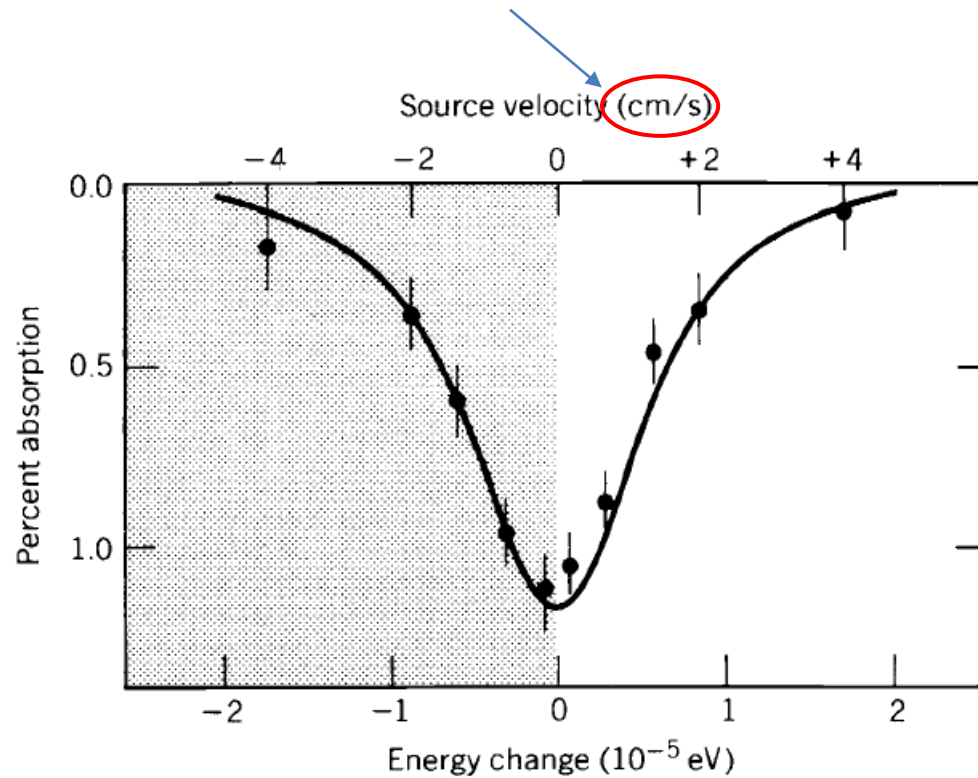
$$E_\gamma = 128 \text{ keV}; E_R = 0,047 \text{ eV}$$

↓
Dato che le energie di legame in un reticolo sono tipicamente 1-10 eV il rinculo rimane nella sua posizione nel reticolo.

L'effetto Mössbauer è un processo in cui un nucleo emette o assorbe raggi gamma senza perdita di energia per un rinculo nucleare

Effetto Mössbauer

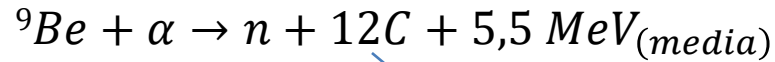
Anche in questo caso la sorgente e l'assorbitore di devono muovere uno rispetto all'altro ma in questo caso le velocità sono notevolmente ridotte!!!



Grazie all'effetto Mössbauer è possibile misurare variazioni dell'ordine di 10^{-5} eV per γ con energie di 10^5 eV!!!

Dalla larghezza della linea è possibile determinare il tempo di vita dello stato eccitato

Effetto Doppler e spettroscopia γ



$$E'_\gamma = E_\gamma \left(1 + \frac{v}{c}\right)$$

nel 60% dei casi il decadimento lascia il ${}^{12}\text{C}$ su uno stato eccitato che decade in 61 fs emettendo un γ da $4,4 \text{ MeV}$

