Soluzioni Binomiale

Esercizio 1

Probabilità che 3 ragazze gli diano il proprio numero di telefono

- n = 10 (numero di ragazze a cui chiede il numero di telefono)
- x = 3 (numero di ragazze che gli danno il numero di telefono)
- p = 0.20 (probabilità che una ragazza gli dia il numero di telefono)
- q = 1-p = 0.8

Ai = {Probabilità che i ragazze gli diano il numero di telefono}

$$P(A_3)=\binom{10}{3}\cdot 0.2^3\cdot 0.8^{(10-3)}=$$

$$=\frac{10!}{7!\cdot 3!}0.2^3\cdot 0.8^{(10-3)}=120\cdot 0.008\cdot 0.21=0.20$$

Probabilità che almeno una gli dia il proprio numero di telefono

A_0 = {**Nessuna ragazza gli dà il proprio numero di telefono**}

$$P(A)=1-P(A_0)$$

$$P(A_0)=\binom{10}{0}\cdot 0.2^0\cdot 0.8^{10}=0.11$$

$$P(A)=1-0.11=0.89$$

Probabilità che almeno due ragazze gli diano il proprio numero di telefono

$$P(B)=\left\{\begin{matrix}\text{Probabilità che almeno due ragazze} \\ \text{gli diano il proprio numero di telefono}\end{matrix}\right\}$$

$$P(B)=1-P(\bar{B})$$

$$P(\bar{B})=P(A_0)+P(A_1)$$

$$P(A_1)=\binom{10}{1}\cdot 0.2^1\cdot 0.8^9=0.27$$

$$P(\bar{B})=0.11+0.27=0.38$$

$$P(B)=0.62$$

$$P(\bar{B})=\left\{\begin{matrix}\text{Probabilità che al massimo} \\ \text{1 ragazza gli dia il proprio numero telefonico}\end{matrix}\right\}$$

Esercizio 2

n = 7

x = 3

p = 0.10

q = 0.90

Ri = {Probabilità che piova i giorni}

Probabilità che piova 3 giorni

$\boxed{P(R_3)}$

$$P(R_3)=\binom{7}{3}\cdot 0.1^3\cdot 0.9^4=0.023$$

Probabilità che al massimo piova un giorno solo?

$\boxed{P(R_0\cup R_1)}$

$$P(R_0\cup R_1)=P(R_0)+P(R_1)=\binom{7}{0}\cdot 0.1^0\cdot 0.9^7+$$

$$+\binom{7}{1}\cdot 0.1^1\cdot 0.9^6=0.478+0.372=0.85$$

Esercizio 3

1. P(P) = {Evento di Paolo, 2 palline bianche e 2 rosse}
2. P(J) = {Evento di Jonathan, 4 palline bianche}

Probabilità che Paolo estragga 2 palline bianche e 2 rosse

$\boxed{P(P)}$

$$P(P) = \binom{4}{2}\left(\frac{4}{9}\right)^2\left(\frac{5}{9}\right)^{(4-2)} = \frac{4!}{2!2!}\left(\frac{4}{9}\right)^2\left(\frac{5}{9}\right)^{(4-2)} =$$

$$= \frac{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{2\cdot 1\cdot 2\cdot 1}\cdot\left(\frac{4}{9}\right)^2\left(\frac{5}{9}\right)^{(4-2)} = 0.3658$$

1. P(P) = {Evento di Paolo, 2 palline bianche e 2 rosse}
2. P(J) = {Evento di Jonathan, 4 palline bianche}

Probabilità che Paolo estragga 2 palline bianche e 2 rosse e che Jonathan estragga 4 palline bianche

$\boxed{P(P\cap J)}$

$$P(P\cap J) = P(P)\cdot P(J)$$

$$P(J) = \binom{4}{4}\left(\frac{4}{9}\right)^4\left(\frac{5}{9}\right)^{(4-4)} = \frac{4!}{4!0!}\left(\frac{4}{9}\right)^4\left(\frac{5}{9}\right)^0 =$$

$$= \frac{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1\cdot 1}\cdot\left(\frac{4}{9}\right)^4 = 0.039$$

$$P(P\cap J) = 0.3658\cdot 0.039 = 0.0143$$

Esercizio 4

Probabilità che, tra i primi 4 che si sono presentati alla visita, uno solo abbia il gruppo AB

La probabilità di successo (trovare un paziente di gruppo AB) è costante in ogni prova

$$p = \frac{2}{12} = 0.1667$$

Si vuole calcolare la probabilità di osservare x=1 successi in n prove; n=4 e p=0.1667

$$P(x=1) = \binom{4}{1}\cdot 0.1667^1\cdot 0.83333^3 = 0.385833$$

Risposta – esercizio 5

$$1)\ P(A_0\,|\,5) = \binom{5}{0}\cdot 0.2^0\cdot(1-0.2)^5 = \frac{5!}{0!5!}\cdot 1\cdot 0.8^5 = 0.8^5 = 0.33$$

$$2)\ P(A_1\,|\,5) = \binom{5}{1}\cdot 0.2^1\cdot(1-0.2)^4 = \frac{5!}{1!4!}\cdot 0.2\cdot 0.8^4 =$$

$$= 5\cdot 0.2\cdot 0.8^4 = 1\cdot 0.8^4 = 0.41$$

3) Colpire più di una volta vuol dire centrare il bersaglio 2, 3, 4 o 5 volte. La probabilità di questo evento E può essere calcolata come 1-P($\bar{E}$) = 1-P(0 $\cup$ 1 centro)

P($\bar{E}$) = P(A_0)+P(A_1) = 0.8^5+0.8^4 = 0.74

P(E) = 1- P($\bar{E}$) = 1-0.74 =0.26

Il secondo evento è più probabile degli altri, per cui è D la risposta esatta

Risposte – esercizio 7

La variabile aleatoria X indica il numero di maschi e p è la probabilità di nascita di un maschio

1) n=4 x=0.5 P(X≥1)=P(X=1)+ P(X=2)+ P(X=3)+ P(X=4)

$$P(X=1)=\binom{4}{1}\cdot(0.5)^1\cdot(1-0.5)^{4-1}=\frac{1}{4}$$

$$P(X=2)=\binom{4}{2}\cdot(0.5)^2\cdot(1-0.5)^{4-2}=\frac{3}{8}$$

$$P(X=3)=\binom{4}{3}\cdot(0.5)^3\cdot(1-0.5)^{4-3}=\frac{1}{4}$$

$$P(X=4)=\binom{4}{4}\cdot(0.5)^4\cdot(1-0.5)^{4-4}=\frac{1}{16}$$

$$P(X\geq 1)=\frac{1}{4}+\frac{3}{8}+\frac{1}{4}+\frac{1}{16}=\frac{15}{16}$$

oppure ...

... oppure

P(X≥1)=1-P(X=0)

$$P(X=0)=\binom{4}{0}\cdot(0.5)^0\cdot(1-0.5)^{4-0}=\frac{1}{16} \qquad P(X\geq 1)=1-\frac{1}{16}=\frac{15}{16}$$

b) P(almeno 1 maschio e 1 femmina)=

<u>universo</u>

MMMM

MMMF MMFM MFMM FMMM

MMFF MFFM FFMM FMMF FMFM MFMF

FFFM FFMF FMFF MFFF

FFFF

$$P=\frac{14}{16}=\frac{7}{8}$$

oppure ...

... oppure

P(almeno 1 maschio e 1 femmina)=

=1-[P(nessuno maschio) ∪ P(nessuna femmina)]=

$$=1-\frac{1}{16}-\frac{1}{16}=1-\frac{2}{16}=\frac{14}{16}=\frac{7}{8}$$

c) Ricordando i risultati ottenuti al punto 1:

$$P(X\geq 1)=\frac{15}{16} \qquad P(X=2)=\frac{3}{8}$$

Il numero medio di famiglie con almeno un maschio è:

$$N_1=2000\times\frac{15}{16}=1875$$

Il numero medio di famiglie con due maschi è:

$$N_2=2000\times\frac{3}{8}=750$$