

Distribuzione della media campionaria

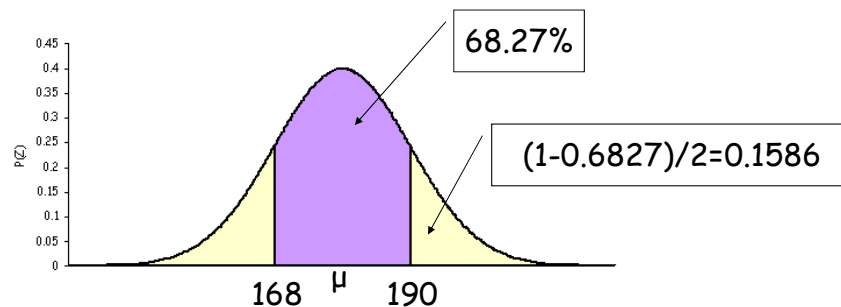
Esercizio 1

Per una popolazione di individui maschi si suppone che le altezze abbiano una distribuzione gaussiana.

i) Sapendo che il 68.27% dei valori delle altezze è compreso nell'intervallo di estremi $h_1 = 168$ cm e $h_2 = 190$ cm, simmetrico rispetto alla media, qual è la probabilità che, selezionato un campione di 100 soggetti, la loro altezza media sia maggiore di 180 cm?

ii) Su un campione di 200 individui, quanti di questi vi aspettate che abbiano un'altezza superiore a 180 cm?

Soluzione



Lo z la cui probabilità è più prossima a 0.1586 è pari a 1, per cui $z_1=-1$ e $z_2=1$

$$\frac{168-\mu}{\sigma} = -1 \rightarrow 168+\sigma = \mu \quad \dots \quad \mu = 168+11 = 179$$
$$\frac{190-\mu}{\sigma} = 1 \rightarrow 190-168-\sigma = \sigma \rightarrow 2\sigma = 22 \rightarrow \sigma = 11$$

Soluzione

$$1) \Pr[\bar{x} > 180] =$$
$$\Pr[z > (180-179)/(11/\sqrt{100})] =$$
$$\Pr[z > 1/1.1] = \Pr[z > 0.91] = 0.18406$$

$$2) \Pr[x > 180] =$$
$$\Pr[z > (180-179)/11] =$$
$$\Pr[z > 1/11] = \Pr[z > 0.09] = 0.46414$$
$$n = 0.46414 \cdot 200 \approx 93$$

Esercizio 2

Si sa che l'altezza dei maschi italiani si distribuisce approssimativamente in modo gaussiano con altezza media pari a 174.4 cm e $\sigma = 5.2$ cm.

- 1) Dire quanti individui di un campione di 2000 soggetti dovrebbero avere un'altezza superiore a 190 cm.
- 2) Dire qual è la probabilità che l'altezza media di questo campione stia nell'intervallo 174-174.8 cm

Soluzione

1. Per calcolare il numero di soggetti con altezza superiore a 190 cm bisogna prima calcolare la proporzione di tali soggetti.

$$\Pr[x > 190] = \Pr[z > (190-174.4)/5.2] =$$

$$\Pr[z > 15.6/5.2] = \Pr[z > 3] = 0.00135$$

Pertanto il n° di soggetti più alti di 190 cm sarà dato da $0.00135 \cdot 2000 = 2.7$

$$2. \Pr[174 < \bar{x} < 174.8] =$$

$$\Pr[(174-174.4)/(5.2/\sqrt{2000}) < z < (174.8-174.4)/(5.2/\sqrt{2000})] =$$

$$\Pr[-0.4/0.1163 < z < 0.4/0.1163] = \Pr[-3.44 < z < 3.44] =$$

$$1 - 2 \cdot 0.00034 = 0.99932$$

Esercizio 3

Un cardiologo ha scoperto che, sottoponendo ad una terapia con un nuovo farmaco pazienti affetti da ipercolesterolemia, si ottiene, dopo un periodo di 30 giorni, una riduzione nel livello di colesterolo. Tale riduzione si distribuisce in modo normale con media pari a 33.5 e deviazione standard pari a 5.2.

Determinare la probabilità che sottoponendo a tale terapia un campione di 100 pazienti presenti una riduzione media del livello di colesterolo almeno pari a $\mu + \sigma$.

Soluzione

$$\mu = 33.5$$

$$\sigma = 5.2$$

$$n = 100$$

$$\Pr[\bar{x} > \mu + \sigma] =$$

$$= \Pr[z > ((33.5 + 5.2) - 33.5) / (5.2 / \sqrt{100})] =$$

$$= \Pr[z > 10] < 0.0001$$