Soluzioni – test su due medie var non nota

1 - Risposta

Sistema d'ipotesi: $\begin{cases} H_0 : \mu = 5 \\ H_1 : \mu < 5 \end{cases}$ **test unilaterale**

Dato che la varianza di popolazione non è nota e la numerosità del campione è molto bassa, devo utilizzare un test t e scegliere la regione di accettazione utilizzando la tavola della t di Student.

Il valore soglia sarà $t_{7,0.05} = -1.895$

Statistica test:

$$t = \frac{\bar{x} - 5}{s/\sqrt{n}} = \frac{4.95 - 5}{0.4/\sqrt{8}} = \frac{-0.05}{0.141} = -0.355$$

Il valore della statistica test cade nella zona di accettazione, per cui non c'è evidenza che il livello di O_2 del fiume analizzato sia stato ridotto dall'inquinamento

2 - Risposte

$$\begin{cases} H_0 : \delta = 0 \\ H_1 : \delta \neq 0 \end{cases}$$

ID	F_1	F_2	$d_i = F_2 - F_1$	$(d_i - \bar{d})^2$
1	+0.4	+0.6	+0.2	0.0025
2	+0.3	+0.5	+0.2	0.0025
3	+0.9	+0.7	-0.2	0.2025
4	+0.4	+0.6	+0.2	0.0025
5	+1	+0.9	-0.1	0.1225
6	+1	+1.1	+0.1	0.0225
7	+1	+1.5	+0.5	0.0625
8	+1	+2.1	+1.1	0.7225
			2	1.14

$$\bar{d} = \frac{2}{8} = 0.25$$

$$s_d^2 = \frac{1.14}{7} = 0.163 \Rightarrow s_d = 0.4$$

$$t = \frac{0.25}{0.4/\sqrt{8}} = 1.77$$

Poiché $t_{7;0.05} = 2.365 \Rightarrow |t| < t_0$ e accetto H_0

$$I.C._{95\%} = 0.25 \pm 2.365 \cdot \frac{0.4}{\sqrt{8}} = [-0.08; 0.58]$$

L'IC comprende il valore 0 quindi concorda con il test.
Con confidenza del 95% posso dire che F2 può aumentare di 0.58 le ore di sonno rispetto a F1, ma può anche diminuirle di 0.08.

3-Richiami di teoria

Sistema d'ipotesi: $\begin{cases} H_0 : \mu_T = \mu_A \\ H_1 : \mu_T < \mu_A \end{cases}$

Statistica test:

$$t = \frac{\bar{x}_T - \bar{x}_A}{\sqrt{s^2\left(\frac{1}{n_T} + \frac{1}{n_A}\right)}}$$

dove:

$$s^2 = \frac{(n_T - 1)\cdot s_T^2 + (n_A - 1)\cdot s_A^2}{(n_T - 1) + (n_A - 1)}$$

3-Risposte

Valutiamo se il controllo telefonico produce un peggioramento dello **stato dell'infezione** rispetto al controllo ambulatoriale.
Dobbiamo innanzitutto calcolare la varianza "pooled".

$$s_I^2 = \frac{(36-1)\cdot 4^2 + (36-1)\cdot 7.3^2}{(36-1)+(36-1)} = \frac{35\cdot 16 + 35\cdot 53.29}{70} = \frac{2425.15}{70} = 34.645$$

$$t = \frac{1.7 - 3.0}{\sqrt{34.645\cdot\left(\frac{1}{36} + \frac{1}{36}\right)}} = \frac{-1.3}{\sqrt{34.645\cdot 0.056}} = \frac{-1.3}{\sqrt{1.940}} = -0.933$$

n>30, allora posso utilizzare le tavole della Normale(0,1). La soglia della regione di accettazione sono –1.64, per cui non c'è evidenza che il controllo telefonico determini un effetto peggiore sullo stato dell'infezione

Valutiamo ora se il controllo telefonico presenta un livello di **qualità percepita** peggiore rispetto al controllo ambulatoriale.

Calcoliamo la varianza pouled.

$$s_Q^2 = \frac{(36-1)\cdot 1.5^2 + (36-1)\cdot 1.9^2}{(36-1)+(36-1)} = \frac{35\cdot 2.25 + 35\cdot 3.61}{70} = \frac{205.1}{70} = 2.93$$

$$t = \frac{8.6-8.0}{\sqrt{2.93\cdot\left(\frac{1}{36}+\frac{1}{36}\right)}} = \frac{0.6}{\sqrt{2.93\cdot 0.056}} = \frac{0.6}{\sqrt{0.16408}} = 1.48$$

n>30, allora posso utilizzare le tavole della Normale(0,1). Le soglia della regione de accettazione sono –1.64, per cui non c'è evidenza che il controllo telefonico abbiano un livello di qualità inferiore rispetto a quello ambulatoriale

4- Risposte

$$\begin{cases} H_0 : \mu = 50 \\ H_1 : \mu \neq 50 \end{cases}$$

a. $\bar{x}_1 = 49 \quad sd_1 = 0.2944 \quad t = \dfrac{49-50}{0.2944/\sqrt{4}} = -6.79348 \quad t_{3,0.05} = \pm 3.182$

il test è altamente significativo; i dati sembrano suggerire che il contenuto medio del primo giorno di rilevazione è differente dal valore nominale (50).

$$\begin{cases} H_0 : \mu_1 = \mu_2 \\ H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 \end{cases}$$

b. $\bar{x}_2 = 50.05 \quad sd_2 = 0.2380$

$$s^2 = \frac{(4-1)\cdot 0.2944^2 + (4-1)\cdot 0.2380^2}{(4-1)+(4-1)} = \frac{3\cdot 0.0867 + 3\cdot 0.0566}{6} =$$

$$= \frac{0.4299}{6} = 0.07165$$

$$t = \frac{49-50.05}{\sqrt{0.07165\cdot\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\right)}} = \frac{-1.05}{\sqrt{0.07165\cdot 0.5}} =$$

$$= \frac{-1.05}{\sqrt{0.035825}} = \frac{-1.05}{0.18928} = -5.547 \quad t_{6,0.05} = \pm 2.447$$

il test t indica una differenza tra le medie altamente significativa

5- Risposta

$\bar{x}_A = 20 \quad s_A^2 = 80.9 \quad s_A = 9.0$

$\bar{x}_B = 61 \quad s_B^2 = 64.7 \quad s_B = 8.0$

Procediamo col test t per la prova dell'ipotesi dell'uguaglianza delle medie:

$$\begin{cases} H_0 : \mu_1 = \mu_2 \\ H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 \end{cases}$$

$$s^2 = \frac{80.9\cdot 7 + 64.7\cdot 6}{13} = 73.42 \quad s = 8.6$$

$$t = \frac{50-61}{8.6\sqrt{\frac{1}{8}+\frac{1}{7}}} = \frac{-11}{4.45} = -2.47$$

Poiché $t_{13,0.05}$=2.16 e $t_{13,0.02}$=2.65, essendo $|t| > t_{13,0.05}$, si respinge H_0 al livello α=0.05: le due sottospecie di insetti hanno un peso medio significativamente diverso

6 - Risposta

$$\bar{x}_M = \frac{40 \quad 2+50 \quad 8+60 \quad 14+75 \quad 17}{41} = 63.3$$

$$\bar{x}_F = \frac{40 \quad 1+50 \quad 3+60 \quad 10+75 \quad 23}{37} = 68$$

$$s_M^2 = \frac{(40 \quad 63.3)^2 \quad 2+\ldots+(75 \quad 63.3)^2 \quad 17}{40} = \frac{4980.5}{40} = 124.5 \Rightarrow s_M = 11.2$$

$$s_F^2 = \frac{(40 \quad 68)^2 \quad 1+\ldots+(75 \quad 68)^2 \quad 23}{37} = \frac{3527}{36} = 97.97 \Rightarrow s_F = 9.9$$

$$\begin{cases} H_0 : \mu_M = \mu_F \\ H_1 : \mu_M \neq \mu_F \end{cases}$$

$$s^2 = \frac{4980.5+3523}{76} = 111.9 \quad s = 10.6$$

$$t = \frac{63.3-68}{10.6\sqrt{\frac{1}{41}+\frac{1}{37}}} = \frac{-4.7}{2.4} = -1.96$$

Dato che n è molto elevato posso utilizzare la tavola della normale per definire la zona di accettazione, che sarà [–1.96, 1.96]. In tal caso la statistica test assume un valore borderline e non rifiuto H_0. Se avessi utilizzato le tavole della t-Student, essendo $t_{76;0.05}$=1.99 ⇒ $|t|<t_0$ avrei ancora accettato H_0

7 - Risposte (a)

Sistema d'ipotesi: $\begin{cases} H_0 : \mu_S = \mu_N \\ H_1 : \mu_S \neq \mu_N \end{cases}$ **test bilaterale**

Dato che la varianza delle due popolazioni non è nota e la numerosità del campione è abbastanza alta, devo utilizzare un test t, ma posso scegliere la regione di accettazione utilizzando la tavola della Normale standardizzata.

Il valore soglia sarà z = ±1.96

$$s^2 = \frac{(100-1)\cdot 31.2^2 + (100-1)\cdot 25.6^2}{(100-1)+(100-1)} = \frac{99\cdot 973.44 + 99\cdot 655.36}{198} =$$

$$= \frac{161251.2}{198} = 814.4$$

$$t = \frac{96.7-86.3}{\sqrt{814.4\cdot\left(\frac{1}{100}+\frac{1}{100}\right)}} = \frac{10.4}{\sqrt{814.4\cdot 0.02}} = \frac{10.4}{\sqrt{16.288}} = \frac{10.4}{4.036} = 2.577$$

$t_{oss} > z_{0.05}$ allora rifiuto H_0

7-Risposte (b)

$$IC : (\bar{x}_S - \bar{x}_N) \pm z_{\alpha/2}\sqrt{s_p^2 \cdot \left(\frac{1}{n_S}+\frac{1}{n_N}\right)} =$$

$$= (96.7-86.3) \pm 1.96\sqrt{814.4\cdot\left(\frac{1}{100}+\frac{1}{100}\right)} \Rightarrow [2.49;18.31]$$