

Lo studente indichi il tipo di prova che intende sostenere:

- Statistica (complementi) 6 cfu: lo studente svolga tutto il tema.
- Statistica (complementi) 3+4=7 cfu: lo studente svolga tutto il tema.
- Statistica (complementi) 4 e 4,5 cfu: lo studente svolga le prime due domande di teoria e i primi due esercizi.

NOME _____ COGNOME _____ N° MATR. _____

Attenzione: lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica.

Teoria

1. La verifica dell'ipotesi di uguaglianza fra k aspettative: ipotesi e costruzione del test .
2. Coefficienti di regressione grezzi e parziali.
3. La variabile casuale binomiale: costruzione (dimostrazione), proprietà e impieghi.

Esercizi

- 1) Su 107 unità si è rilevata la seguente matrice delle varianze e covarianze:

	X_1	X_2	X_3
X_1	69	-52	31
X_2	-52	87	-57
X_3	31	-57	134

Inoltre:

$$\bar{X}_1 = +13$$

$$\bar{X}_2 = +11$$

$$\bar{X}_3 = -15.$$

- a) Fra le rette dei minimi quadrati $\hat{X}_1 = a + \alpha_{12}X_2$ e $\hat{X}_1 = a + \alpha_{13}X_3$, si scelga, giustificando la risposta, quella che prevede meglio X_1 e se ne determinino i parametri.
 - b) Si calcolino i coefficienti di correlazione parziale $r_{12.3}$ e $r_{13.2}$ e li si confronti con i rispettivi coefficienti grezzi, commentando adeguatamente i risultati ottenuti.
 - c) Si determinino i parametri del piano dei minimi quadrati $\hat{X}_1 = b + \alpha_{12.3}X_2 + \alpha_{13.2}X_3$, dandone il significato economico e commentandone il valore numerico.
 - d) Si calcoli la devianza residua del piano di cui al punto c).
 - e) Si calcoli l'indice di accostamento A_2 per la retta di cui al punto a) e per il piano di cui al punto c) e si confrontino i valori ottenuti.
 - f) Si misuri il grado di miglioramento passando dalla retta di cui al punto a) al piano di cui al punto c) sia in termini di varianza totale che in termini di varianza residua e s'interpretino i risultati ottenuti.
 - g) Si verifichi l'ipotesi che, per il piano dei minimi quadrati di cui al punto c), i coefficienti di regressione siano congiuntamente significativamente diversi da zero, volendo commettere l'errore di prima specie con probabilità del 5%.
- 2) Si consideri il seguente insieme di dati riferiti al carattere X :

x_i	0	1	2-3	4	5	6
n_i	21	43	39	26	15	5

a) Si dica ($\alpha = 0,05$), giustificando la risposta, se tali dati possano provenire dalla seguente distribuzione (binomiale):

$$P(X = x) = \begin{cases} \binom{6}{x} \cdot \vartheta^x \cdot (1 - \vartheta)^{6-x} & x = 0, 1, \dots, 6 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

[Si stimi ϑ mediante lo stimatore $\hat{\vartheta} = \bar{X}/6$].

b) Si verifichi l'ipotesi che $P(2 \leq X \leq 5)$ sia al più pari a 0.50.

3) Scelti a caso 133 matricole di una facoltà, 87 dichiarano di non avere superato l'esame A.

a) Si determini l'intervallo di confidenza al 96% per la proporzione di matricole che non hanno superato l'esame A.

b) Quante matricole dovrebbero intervistare affinché l'errore assoluto fra la vera proporzione e la sua stima non superi il 9% con probabilità almeno pari al 98%?

Lo studente indichi il tipo di prova che intende sostenere:

- Statistica (complementi) 6 cfu: lo studente svolga tutto il tema.
- Statistica (complementi) 3+4=7 cfu: lo studente svolga tutto il tema.
- Statistica (complementi) 4 e 4,5 cfu: lo studente svolga le prime due domande di teoria e i primi due esercizi.

NOME _____ COGNOME _____ N° MATR. _____

Attenzione: lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica.

Teoria

1. Il test di Pizzetti-Pearson per l'adattamento di una distribuzione: costruzione.
2. Coefficienti di correlazione grezzi e parziali.
3. Disuguaglianza di Cebicev (dimostrazione) e legge dei grandi numeri.

Esercizi

- 1) Su 210 unità si è rilevata la seguente matrice delle varianze e covarianze:

	X_1	X_2	X_3
X_1	58	-31	-13
X_2	-31	165	-117
X_3	-13	-117	128

Inoltre:

$$\bar{X}_1 = -46$$

$$\bar{X}_2 = 26$$

$$\bar{X}_3 = -18.$$

- a) Fra le rette dei minimi quadrati $\hat{X}_1 = a + \alpha_{12}X_2$ e $\hat{X}_1 = a + \alpha_{13}X_3$, si scelga, giustificando la risposta, quella che prevede meglio X_1 e se ne determinino i parametri.
- b) Si calcolino i coefficienti di correlazione parziale $r_{12.3}$ e $r_{13.2}$ e li si confronti con i rispettivi coefficienti grezzi, commentando adeguatamente i risultati ottenuti.
- c) Si determinino i parametri del piano dei minimi quadrati $\hat{X}_1 = b + \alpha_{12.3}X_2 + \alpha_{13.2}X_3$, dandone il significato economico e commentandone il valore numerico.
- d) Si calcoli la devianza spiegata del piano di cui al punto c).
- e) Si calcoli l'indice di accostamento A_2 per la retta di cui al punto a) e per il piano di cui al punto c) e si confrontino i valori ottenuti.
- f) Si misuri il grado di miglioramento passando dalla retta di cui al punto a) al piano di cui al punto c) sia in termini di varianza totale che in termini di varianza residua e s'interpretino i risultati ottenuti.
- g) Si verifichi l'ipotesi che, per il piano dei minimi quadrati di cui al punto c), il coefficiente di regressione $\alpha_{13.2}$ sia significativamente diverso da zero, volendo commettere l'errore di prima specie con probabilità del 10%.

- 2) Per un carattere X si sono rilevate 181 osservazioni, ottenendo i seguenti risultati:

x_i	1	2	3	4	5	6
n_i	16	19	29	39	32	46

a) Si dica se il fenomeno è ben descritto dalla seguente distribuzione ($\alpha = 0,1$):

$$P\{X = x\} = \begin{cases} \frac{x^2 - x + 1}{76} & x = 1, 2, \dots, 6 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

b) Si verifichi l'ipotesi che il carattere X assuma valori inferiori a 4, con probabilità almeno pari al 40%.

3) Ai fini della stima della statura (in cm) X dei diciottenni maschi iscritti ad una catena di circoli di atletica diffusa sul territorio nazionale, si è ottenuto: $\sum_{i=1}^{123} x_i = 21447$ $\sum_{i=1}^{123} x_i^2 = 3742576$.

- a) Si determini l'intervallo di confidenza all'89% per la statura media della popolazione.
b) Si dica quanto dovrebbe essere ampio il campione affinché la varianza della statura media non superi $0,003 \text{ cm}^2$.

NOME _____ COGNOME _____ N° MATR. _____

Attenzione: lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica.

Teoria

1. La variabile casuale ipergeometrica: definizione, proprietà e impieghi.
2. Le verifiche d'ipotesi: definizione del problema, caratteristiche salienti, un esempio.
3. Si DIMOSTRI a cosa è uguale la funzione generatrice dei momenti della trasformazione lineare di una variabile casuale.

Esercizi

1) Si consideri il seguente insieme di valori:

X_1	74	57	321	249	188	283	10	2	4	6
X_2	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
X_3	3	5	4	6	8	9	12	19	20	21

X_1 : spese mensili di manutenzione (in Euro) di una fotocopiatrice – predisposta per max 25000 fotocopie/mese

X_2 : mese di vita della fotocopiatrice

X_3 : migliaia fotocopie/mese

- a) Si determinino i parametri del modello $\hat{X}_1 = \alpha \cdot \beta^{X_2} \cdot \gamma^{X_3}$ e se ne dia il significato statistico.
 - b) Si valuti la bontà d'accostamento del modello e s'interpreti il risultato ottenuto.
 - c) Si svolga l'analisi grafica dei residui, precisando se esista tendenziosità e se vi siano dati anomali.
- 2) Al primo appello dell'esame (scritto) A, consegnano l'elaborato 241 studenti, dei quali 109 superano la prova. Al secondo appello consegnano l'elaborato 153 studenti, dei quali 67 superano la prova.
 - a) Si determini l'intervallo di confidenza al 98% per la frequenza relativa di studenti che superano l'esame A al primo appello.
 - b) Si verifichi l'ipotesi che la frequenza relativa di studenti che superano l'esame A al secondo appello sia minore o uguale al 50%, con alternativa unilaterale.
 - c) Si verifichi l'ipotesi che la frequenza relativa di studenti che superano l'esame A sia la medesima per i due appelli.
 - 3) E' noto che il diametro (in cm) X di certe viti speciali segue la legge normale con varianza $0,02 \text{ cm}^2$.
 - a) Si dica di quante viti è necessario misurare il diametro affinché la stima della sua lunghezza disti (in valore assoluto) al più 0,01 cm con probabilità almeno pari all'89%.
 - b) Un campione casuale da X fornisce il seguente risultato $\sum_{i=1}^{38} x_i = 49,02$. Sia $p = P(X \geq 1,3)$.

Utilizzando una stima dell'aspettativa di X, si dica di quante viti occorre misurare il diametro affinché varianza della stima di p sia al più pari a 0,002.

Lo studente indichi il tipo di prova che intende sostenere:

- Statistica (complementi) 6 cfu: lo studente svolga tutto il tema.
- Statistica (complementi) 3+4=7 cfu: lo studente svolga tutto il tema.
- Statistica (complementi) 4 e 4,5 cfu: lo studente svolga le prime due domande di teoria e i primi due esercizi.

NOME _____ COGNOME _____ N° MATR. _____

Attenzione: lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica.

Teoria

1. Si dimostri come si distribuisce la variabile casuale media campionaria nel campionamento da distribuzione normale.
2. Verifica dell'ipotesi di uguaglianza fra due varianze: ipotesi e costruzione del test.
3. Si elenchino, commentando opportunamente, le proprietà statistiche appetibili per uno stimatore. Si forniscano inoltre, gli stimatori che godono di tali proprietà.

Esercizi

4) Si consideri il seguente insieme di valori:

X_1	129	112	168	212	187	234	100	199
X_2	48	27	31	19	45	10	59	43
X_3	7	12	8	5	6	4	2	1

- h) Fra le rette dei minimi quadrati $\hat{X}_1 = a + \alpha_{12}X_2$ e $\hat{X}_1 = a + \alpha_{13}X_3$, si scelga, giustificando la risposta, quella che prevede meglio X_1 e se ne determinino i parametri.
- i) Si calcolino i coefficienti di correlazione parziale $r_{12.3}$ e $r_{13.2}$ e li si confronti con i rispettivi coefficienti grezzi, commentando adeguatamente i risultati ottenuti.
- j) Si determinino i parametri del piano dei minimi quadrati $\hat{X}_1 = b + \alpha_{12.3}X_2 + \alpha_{13.2}X_3$, e si commentino opportunamente i valori ottenuti.
- k) Si calcoli l'indice di accostamento A_2 per la retta di cui al punto a) e per il piano di cui al punto c) e si confrontino i valori ottenuti.
- l) Si misuri il grado di miglioramento passando dalla retta di cui al punto a) al piano di cui al punto c) sia in termini di varianza totale che in termini di varianza residua e s'interpretino i risultati ottenuti.
- m) Si verifichi l'ipotesi che, per il piano dei minimi quadrati di cui al punto c), i coefficienti di regressione $\alpha_{12.3}$ e $\alpha_{13.2}$ siano congiuntamente significativamente diversi da zero, volendo commettere l'errore di prima specie con probabilità del 5%.
- n) Si verifichi l'ipotesi che, per il piano dei minimi quadrati di cui al punto c), il coefficiente di regressione $\alpha_{12.3}$ sia significativamente diverso da zero, volendo commettere l'errore di prima specie con probabilità del 10%.

5) Per un carattere X si sono rilevate 154 osservazioni, ottenendo i seguenti risultati:

x_i	1-2	3-5	6-9	10	11-12	13-16
n_i	12	10	17	26	35	54

b) Si dica se il fenomeno è ben descritto ($\alpha = 0,1$) dalla distribuzione avente funzione di probabilità:

$$P\{X = x\} = \begin{cases} \frac{1}{16} & x = 1, 2, \dots, 16 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}.$$

c) Si verifichi l'ipotesi che $P\{X \leq 9\} \leq 0,35$.

6) Nell'ambito di una ricerca universitaria si vuole studiare l'ignota proporzione p di studenti di Economia che superano l'esame di statistica al primo anno. Su un campione di 640 studenti del secondo anno della scuola di Economia e Statistica, si è rilevato che 291 di essi hanno superato l'esame di statistica al primo anno.

a) Si determini l'intervallo di confidenza al 98% per l'ignota proporzione p .

b) Si determini, sia tenendo conto dell'informazione campionaria sia non tenendone conto, quante ulteriori osservazioni occorrerebbero affinché lo scarto quadratico medio dello stimatore di p sia inferiore a 0,015.

NOME _____ COGNOME _____ N° MATR. _____

Attenzione: lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica.

Teoria

1. La funzione generatrice dei momenti: definizione, proprietà e impieghi.
2. La variabile casuale chi quadrato. Definizione, proprietà e impieghi.
3. Si deduca (=DIMOSTRARE!!!!) uno stimatore corretto per la varianza di una distribuzione.

Esercizi

1) Dall'osservazione di tre variabili su 107 unità statistiche si sono ricavate le seguenti sintesi:

- valori medi: $\bar{x}_1 = +13$ $\bar{x}_2 = +11$ $\bar{x}_3 = -15$

- matrice di varianze e covarianze:

	X_1	X_2	X_3
X_1	69	-52	31
X_2	-52	87	-57
X_3	31	-57	134

- a) Si calcolino i coefficienti di correlazione $r_{12,3}$ e $r_{13,2}$ e li si confronti con i rispettivi coefficienti grezzi. Si commentino i risultati ottenuti.
- b) Si determinino i parametri del piano dei minimi quadrati $\hat{X}_1 = b + \alpha_{12,3}X_2 + \alpha_{13,2}X_3$.
- c) Si misuri la bontà di adattamento del piano di cui al punto precedente e si commenti.
- d) Si calcoli A_2 e se ne interpreti il valore numerico.

2) Dopo avere rilevato un campione $(x_1, x_2, \dots, x_{31})$ di stature (espresse in cm) dei coscritti alla leva nell'anno 1977, si è ottenuta la seguente tabella di frequenze:

Intervallo valori x_j	Frequenza n_j
≤ 150	3
(150 ; 165]	7
(165 ; 175]	13
(175 ; 190]	6
> 190	2

I valori minimo e massimo delle x_j osservate sono risultati pari, rispettivamente, a 148 e 205.

- a) Si ricavi un intervallo di confidenza a livello del 95% per lo scarto quadratico medio della statura.

b) Supponendo che la varianza campionaria corretta in un campione di 21 coscritti alla leva dell'anno successivo sia stata pari a 412, si verifichi a livello di significatività $\alpha = 0,01$, se la varianza è rimasta immutata nei due anni considerati.

3) La seguente tabella riporta 350 famiglie con lo stesso numero di componenti, classificate secondo il reddito familiare annuo (in migliaia di euro) e la spesa familiare annua per il tempo libero (in migliaia di euro):

Spesa \ Reddito	6— 18	18— 30	30— 60	Totale
1— 2	101	20	-	121
2— 3	-	104	30	134
3— 5	-	25	70	95
Totale	101	149	100	350

- Si dica, giustificando la risposta, se Reddito e Spesa si possano ritenere indipendenti, volendo commettere l'errore di prima specie con probabilità $\alpha = 0,05$.
- Si verifichi l'ipotesi che la spesa media non superi 2500 euro, con alternativa unilaterale, volendo commettere l'errore di prima specie con probabilità $\alpha = 0,2$.
- Si verifichi l'ipotesi che la spesa media sia la medesima nella seconda e nella terza classe di reddito, ponendo $\alpha = 0,01$.
- Si dia un intervallo di confidenza al 98% per la spesa familiare annua per il tempo libero.

Prova di Statistica (Complementi) del 16.09.15

COGNOME _____ NOME _____ N. MATR. _____

Attenzione: lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica.

Teoria

1. Coefficienti di regressione grezzi e parziali. Definizioni, loro relazioni e interpretazione.
2. La variabile casuale ipergeometrica: definizione, proprietà e impieghi.
3. Si dimostri che la media campionaria è stimatore consistente per l'aspettativa di una distribuzione.

Esercizi

- 1) Si consideri il seguente insieme di valori:

X_1	143	109	67	39	7	10	7	13
X_2	0	1	2	3	4	5	6	7
X_3	2	3	15	29	67	99	168	196

- a) Si determinino i parametri della retta dei minimi quadrati $\hat{X}_1 = a + \alpha_{12}X_2$.
 - b) Si determinino i parametri del piano dei minimi quadrati $\hat{X}_1 = b + \alpha_{12.3}X_2 + \alpha_{13.2}X_3$.
 - c) Si misuri il grado di miglioramento passando dalla retta di cui al punto a) al piano di cui al punto b) sia in termini di varianza totale che in termini di varianza residua e s'interpretino i risultati ottenuti.
 - d) Si effettui, mediante grafici e indici, l'analisi dei residui del piano di cui al punto b) e si commentino adeguatamente i risultati ottenuti.
 - e) Considerando i dati in tabella come un campione casuale della variabile X_1 in corrispondenza delle coppie di valori delle altre due variabili, si verifichi l'ipotesi che, per il piano dei minimi quadrati di cui al punto b), $\alpha_{13.2}$ sia significativamente diverso da zero, volendo commettere l'errore di prima specie con probabilità del 10%.
- 2) Al corso di laurea A si sono immatricolati 1548 studenti; al corso di laurea B 1721. Al primo appello dell'esame X, dei 152 studenti del corso A che consegnano lo scritto 91 risultano sufficienti, mentre dei 163 studenti del corso B che consegnano lo scritto 108 risultano sufficienti.
- a) Si determini l'intervallo di confidenza all' 89% per la proporzione di sufficienti del corso B.
 - b) In base ai dati a disposizione, si può ritenere che la proporzione dei sufficienti sia la medesima per i due corsi di laurea?
- 3) Da un campione casuale di 160 osservazioni di un carattere continuo X si è ottenuta la seguente riclassificazione:

Classi	0— 1	1— 4	4— 6	6— 11	11— 14	14— 18
Frequenze	13	29	21	28	27	42

Un ricercatore sostiene che il campione provenga dalla distribuzione avente funzione di densità:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{18} & 0 \leq x \leq 18 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}.$$

- a) Si valuti la correttezza dell'affermazione ($\alpha = 0,1$).
- b) Si verifichi l'ipotesi che $P(X \leq 6) \geq 0,4$.

Prova di Statistica (Complementi) del 08.01.16

COGNOME _____ NOME _____ N. MATR. _____

Attenzione: lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica.

Teoria

1. Coefficienti di correlazione grezzi e parziali. Definizioni, loro relazioni e interpretazione.
2. La variabile casuale binomiale: definizione, proprietà e impieghi.
3. Si dimostri la quinta proprietà della variabile casuale normale.

Esercizi

- 1) Di tre variabili rilevate su 33 unità statistiche sono state calcolate matrice varianze e covarianze e medie aritmetiche:

	X_1	X_2	X_3
X_1	61	-29	19
X_2	-29	25	-13
X_3	19	-13	12

$$\bar{X}_1 = 12 \quad \bar{X}_2 = 38 \quad \bar{X}_3 = 17.$$

- a) Si determinino i parametri del piano dei minimi quadrati $\hat{X}_1 = b + \alpha_{12.3}X_2 + \alpha_{13.2}X_3$.
- b) Si misuri il grado di miglioramento passando dalla "miglior" retta al piano di cui al punto a) sia in termini di varianza totale che in termini di varianza residua e s'interpretino i risultati ottenuti.
- c) Considerando i dati in tabella come un campione casuale della variabile X_1 in corrispondenza delle coppie di valori delle altre due variabili, si verifichi l'ipotesi che, per il piano dei minimi quadrati di cui al punto a), i coefficienti di regressione $\alpha_{12.3}$ e $\alpha_{13.2}$ siano congiuntamente significativamente diversi da zero, volendo commettere l'errore di prima specie con probabilità del 10%.
- d) Considerando i dati in tabella come un campione casuale della variabile X_1 in corrispondenza delle coppie di valori delle altre due variabili, si verifichi l'ipotesi che, per il piano dei minimi quadrati di cui al punto a), il coefficiente di regressione $\alpha_{13.2}$ sia significativamente diverso da zero, volendo commettere l'errore di prima specie con probabilità del 5%.
- e) Si calcoli l'indice A_2 per il piano di cui al punto a).

- 2) Si consideri il seguente insieme di dati riferiti al carattere X:

x_i	0-1	2	3-4	5	6-7	8
n_i	24	44	38	26	14	4

- a) Si dica ($\alpha = 0,1$), giustificando la risposta, se tali dati possano provenire dalla seguente distribuzione (binomiale):

$$P(X = x) = \begin{cases} \binom{8}{x} \cdot \vartheta^x \cdot (1 - \vartheta)^{8-x} & x = 0, 1, \dots, 8 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

[Si stimi ϑ mediante lo stimatore $\hat{\vartheta} = \bar{X}/8$]

- b) Si verifichi l'ipotesi che $P(5 \leq X \leq 7)$ sia al più pari a 0,2.
- 3)** In un'indagine di mercato si vuole stimare la frequenza relativa p di studenti delle scuole superiori che leggono ogni mese almeno un libro diverso da quelli di testo scolastici. Determinare:
- a) La numerosità del campione affinché $P\{|\hat{p} - p| \leq 0,046\} = 0,93$, essendo \hat{p} lo stimatore di p .
- b) L'intervallo di confidenza al 95% per p , facendo riferimento a un campione (con riposizione) di 200 studenti dei quali 65 leggono ogni mese almeno un libro diverso da quelli di scuola.

Prova di Statistica (Complementi) del 08.01.16

COGNOME _____ NOME _____ N. MATR. _____

Attenzione: lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica.

Teoria

1. L'analisi grafica dei residui del piano dei minimi quadrati.
2. Il teorema del limite centrale: enunciato e applicazioni.
3. Si dimostri che il quadrato di una variabile casuale normale standardizzata si distribuisce come...

Esercizi

- 1) Di tre variabili rilevate su 23 unità statistiche sono state calcolate matrice varianze e covarianze e medie aritmetiche:

	X_1	X_2	X_3
X_1	111	-39	19
X_2	-39	25	-12
X_3	19	-12	21

$$\bar{X}_1 = -6 \quad \bar{X}_2 = -22 \quad \bar{X}_3 = 45.$$

- a) Si determinino i parametri del piano dei minimi quadrati $\hat{X}_1 = b + \alpha_{12.3}X_2 + \alpha_{13.2}X_3$.
 - b) Si misuri il grado di miglioramento passando dalla "miglior" retta al piano di cui al punto a) sia in termini di varianza totale che in termini di varianza residua e s'interpretino i risultati ottenuti.
 - c) Considerando i dati in tabella come un campione casuale della variabile X_1 in corrispondenza delle coppie di valori delle altre due variabili, si verifichi l'ipotesi che, per il piano dei minimi quadrati di cui al punto a), i coefficienti di regressione $\alpha_{12.3}$ e $\alpha_{13.2}$ siano congiuntamente significativamente diversi da zero, volendo commettere l'errore di prima specie con probabilità del 10%.
 - d) Considerando i dati in tabella come un campione casuale della variabile X_1 in corrispondenza delle coppie di valori delle altre due variabili, si verifichi l'ipotesi che, per il piano dei minimi quadrati di cui al punto a), il coefficiente di regressione $\alpha_{13.2}$ sia significativamente diverso da zero, volendo commettere l'errore di prima specie con probabilità del 10%.
 - e) Si calcoli l'indice A_2 per il piano di cui al punto a).
- 2) In tabella sono riportati i punteggi (in migliaia di punti) ottenuti da 3 giocatori per un particolare gioco elettronico.

Giocatore A	Giocatore B	Giocatore C
283	185	234
261	243	248
404	360	190
279	281	258
361	276	279
277	304	365
205	290	342
	254	317

- a) Si verifichi l'ipotesi che le varianze dei punteggi dei giocatori A e B siano uguali, volendo commettere l'errore di prima specie con probabilità del 5%.
- b) Si verifichi l'ipotesi che i punteggi medi dei 3 giocatori siano uguali, volendo commettere l'errore di prima specie con probabilità dell'1%.
- 3)** In un ballottaggio sia p la frequenza relativa di votanti il candidato A. Determinare:
- La numerosità del campione affinché $P\{|\hat{p} - p| \leq 0,01\} = 0,99$, essendo \hat{p} lo stimatore di p .
 - L'intervallo di confidenza al 98% per p , facendo riferimento a un campione di 400 votanti dei quali 195 abbiano preferito il candidato A.

Prova di Statistica (Complementi) del 08.01.16

COGNOME _____ NOME _____ N. MATR. _____

Attenzione: lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica.

Teoria

1. Miglioramento nel passaggio dalla retta al piano dei minimi quadrati: costruzione degli indici che lo misurano.
2. La variabile casuale esponenziale: definizione e proprietà.
3. Si deduca (= DIMOSTRARE) uno stimatore corretto della varianza di una distribuzione.

Esercizi

- 1) Di tre variabili rilevate su 28 unità statistiche sono state calcolate matrice varianze e covarianze e medie aritmetiche:

	X_1	X_2	X_3
X_1	81	39	-9
X_2	39	27	-13
X_3	-9	-13	12

$$\bar{X}_1 = 53$$

$$\bar{X}_2 = 48$$

$$\bar{X}_3 = 2.$$

- a) Si determinino i parametri del piano dei minimi quadrati $\hat{X}_1 = b + \alpha_{12,3}X_2 + \alpha_{13,2}X_3$.
 - b) Si misuri il grado di miglioramento passando dalla "miglior" retta al piano di cui al punto a) sia in termini di varianza totale che in termini di varianza residua e s'interpretino i risultati ottenuti.
 - c) Considerando i dati in tabella come un campione casuale della variabile X_1 in corrispondenza delle coppie di valori delle altre due variabili, si verifichi l'ipotesi che, per il piano dei minimi quadrati di cui al punto a), i coefficienti di regressione $\alpha_{12,3}$ e $\alpha_{13,2}$ siano congiuntamente significativamente diversi da zero, volendo commettere l'errore di prima specie con probabilità del 10%.
 - d) Considerando i dati in tabella come un campione casuale della variabile X_1 in corrispondenza delle coppie di valori delle altre due variabili, si verifichi l'ipotesi che, per il piano dei minimi quadrati di cui al punto a), il coefficiente di regressione $\alpha_{13,2}$ sia significativamente diverso da zero, volendo commettere l'errore di prima specie con probabilità del 5%.
 - e) Si calcoli l'indice A_2 per il piano di cui al punto a).
- 2) Si consideri un campione casuale da una v.c. X normale di varianza $\sigma^2 = 16$.
 - a) Si calcoli la numerosità del campione che garantisce $P\left\{\bar{X} - \mu \leq 0,3\right\} = 0,89$.

b) Si determini l'intervallo di confidenza al 92% per μ , supponendo di aver osservato $\sum_{i=1}^{35} x_i = 95$.

3) Il personale docente di statistica in ruolo di una facoltà di tipo A è stato classificato in base al ruolo X e all'anno di corso Y di laurea triennale cui corrisponde la titolarità del corso, secondo quanto riportato in tabella:

$Y X$	Ricercatore	Associato	Ordinario
1° anno	-	30	23
2° anno	41	21	19
3° anno	26	17	-

- a) Considerando tali dati come riferiti ad un campione casuale di docenti di statistica di tutte le facoltà italiane di tipo A, si dica se si può ritenere che i caratteri X e Y siano indipendenti in probabilità, volendo commettere l'errore di prima specie con probabilità del 10%.
- b) Si si verifichi l'ipotesi che i docenti del secondo anno costituiscano il 50% dell'intero corpo docente di laurea triennale.

Prova di Statistica (Complementi) del 29.01.16

COGNOME _____ NOME _____ N. MATR. _____

Attenzione: lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica.

Teoria

1. Coefficienti di regressione grezzi e parziali. Definizioni e loro relazioni.
2. La variabile casuale ipergeometrica: definizione e proprietà.
3. Si DIMOSTRI la disuguaglianza di Cebicev.

Esercizi

- 1) Si consideri il seguente insieme di valori:

X_1	27	20	30	21	131	198	299	412
X_2	197	163	94	76	29	19	6	1
X_3	20	31	56	81	109	147	182	201

- a) Fra le rette dei minimi quadrati $\hat{X}_1 = a + \alpha_{12}X_2$ e $\hat{X}_1 = a + \alpha_{13}X_3$, si scelga, giustificando la risposta, quella che prevede meglio X_1 , e se ne determinino i parametri.
 - b) Si determinino i parametri del piano dei minimi quadrati $\hat{X}_1 = b + \alpha_{12,3}X_2 + \alpha_{13,2}X_3$.
 - c) Si misuri il grado di miglioramento passando dalla retta di cui al punto a) al piano di cui al punto b) sia in termini di varianza totale che in termini di varianza residua e s'interpretino i risultati ottenuti.
 - d) Si effettui l'analisi grafica dei residui, determinando eventuali tendenziosità e dati anomali.
- 2) Fra i professionisti di un settore, se ne sono scelti a caso 350. Essi sono stati classificati in base all'anzianità lavorativa (in anni) A e al reddito Y , secondo quanto riportato in tabella:

Y/A	1-3	4-6	7-10
Basso	32	77	11
Medio	41	95	19
Alto	15	23	37

- a) Si può ritenere che Y e A siano indipendenti in probabilità? ($\alpha = 0,05$)
 - b) Si verifichi l'ipotesi che l'anzianità attesa sia pari a 5 anni.
- 3) Dalla produzione di merendine si estraggono $n = 35$ confezioni delle quali 8 risultano difettose.

- a) Se si vuole che la varianza dello stimatore della proporzione di confezioni difettose sia 0,001, si determini quale deve essere la numerosità campionaria, tenendo conto del suddetto risultato campionario.
- b) Se il peso medio del campione delle 35 merendine è risultato pari a 80 gr ed è noto che lo scarto quadratico medio è pari a 4 gr, si determini l'intervallo di confidenza all'87% per il peso medio μ delle merendine.

Prova di Statistica (Complementi) del 29.01.16

COGNOME _____ NOME _____ N. MATR. _____

Attenzione: lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica.

Teoria

1. Misure della bontà di adattamento e accostamento del piano dei minimi quadrati: definizione e interpretazione statistica.
2. Test di uguaglianza fra due varianze: ipotesi e costruzione del test.
3. Si DIMOSTRI che la media campionaria è stimatore consistente per...

Esercizi

- 1) In corrispondenza di alcuni livelli di reddito e di valore della casa di proprietà, si sono misurati i consumi di alcuni individui, secondo quanto espresso in tabella:

X_1	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
X_2	5	7	8	9	10	11,5	11	14	13,5	15
X_3	95	80	199	85	0	99	0	100	120	105

X_1 : consumo annuo (in migliaia di Euro)

X_2 : reddito annuo (in migliaia di Euro)

X_3 : valore casa di proprietà (in migliaia di Euro).

- a) Fra le rette dei minimi quadrati $\hat{X}_1 = a + \alpha_{12}X_2$ e $\hat{X}_1 = a + \alpha_{13}X_3$, si scelga, giustificando la risposta, quella che prevede meglio X_1 e se ne determinino i parametri.
 - b) Si determinino i parametri del piano dei minimi quadrati $\hat{X}_1 = b + \alpha_{12.3}X_2 + \alpha_{13.2}X_3$, dandone il significato economico e commentandone il valore numerico.
 - c) Si confrontino i residui della retta di cui al punto a) con quelli del piano di cui al punto b) e si commenti.
 - d) Si effettui l'analisi grafica dei residui del piano di cui al punto b).
- 2) Si è rilevato il tempo di produzione (in minuti) X di alcuni manufatti, scelti a caso da quattro linee di produzione.

	n_j	$\sum x_{ji}$	$\sum x_{ji}^2$
A	4	92	3321
B	6	147	3845
C	7	174	4569
D	7	169	4336

- a) Si può ritenere che il tempo medio di produzione sia il medesimo nelle 4 linee ($\alpha = 0,05$)?
- b) Si verifichi l'ipotesi che le varianze del tempo di produzione delle linee A e C siano uguali, volendo commettere l'errore di prima specie con probabilità del 20%.
- 3)** Da un gruppo di neonati (maschi) se ne sono scelti a caso con riposizione 64, dei quali il peso medio è risultato pari a 3,3 kg. Si sa che lo scarto quadratico medio del peso è pari a 0,1 kg.
- a) Si determini l'intervallo di confidenza al 94% del peso medio dei neonati.
- b) Quanti neonati si debbono pesare affinché lo stimatore del peso medio non si discosti in valore assoluto dal vero peso medio per più di 0,01 kg con probabilità del 91%?

Prova di Statistica (Complementi) del 29.01.16

COGNOME _____ NOME _____ N. MATR. _____

Attenzione: lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica.

Teoria

1. Verifica dell'ipotesi di uguaglianza fra due proporzioni: costruzione del test.
2. La funzione generatrice dei momenti: definizione e proprietà e impieghi.
3. Si deduca (= DIMOSTRARE) la funzione di probabilità della variabile casuale binomiale.

Esercizi

- 1) Si consideri il seguente insieme di valori:

X_1	14	13	15	14	30	44	65	90	80
X_2	0	3	9	13	17	20	29	41	31
X_3	196	187	158	99	76	39	16	4	3

- a) Si determinino i coefficienti di correlazione parziale $r_{12,3}$ e $r_{13,2}$ e li si confronti con i rispettivi grezzi.
 - b) Si determinino i parametri del piano dei minimi quadrati $\hat{X}_1 = b + \alpha_{12,3}X_2 + \alpha_{13,2}X_3$.
 - c) Si effettui, mediante grafici e indici, l'analisi dei residui del piano di cui al punto b) e si commentino adeguatamente i risultati ottenuti.
 - d) Considerando i dati in tabella come un campione casuale della variabile X_1 in corrispondenza delle coppie di valori delle altre due variabili, si verifichi l'ipotesi che, per il piano dei minimi quadrati di cui al punto b), i coefficienti di regressione siano congiuntamente significativamente diversi da zero, volendo commettere l'errore di prima specie con probabilità del 5%.
- 2) In una regione italiana ci sono 1000 alberi. Se ne selezionano 100 con riposizione al fine di stimare la proporzione π di alberi che hanno contratto una certa malattia. Di questi 100 risulta che 40 sono ammalati.
- a) Si determini l'intervallo di confidenza all'88% per la proporzione π di alberi del vivaio che hanno contratto la malattia.
 - b) Se si vuole che la varianza dello stimatore della proporzione di alberi ammalati sia pari a 0,001, quale deve essere la numerosità campionaria, tenendo conto del suddetto risultato campionario?

- 3) Si è rilevato il numero X di errori di battitura su 125 pagine scelte a caso in un testo, ottenendo i seguenti risultati:

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
n_i	8	19	26	30	22	10	7	3

- a) Si dica se il fenomeno è ben descritto dalla distribuzione di Poisson ($\alpha = 0,05$).
- b) Si verifichi l'ipotesi che $P\{X \leq 2\} \geq 0,45$.

Prova di Statistica (Complementi) del 23.02.16

COGNOME _____ NOME _____ N. MATR. _____

Attenzione: lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica.

Teoria

1. Campionamenti con riposizione, senza riposizione e in blocco: caratteristiche salienti, differenze e approssimazioni.
2. Test di significatività del coefficiente angolare nel modello lineare con una variabile esplicativa: costruzione.
3. Si DIMOSTRI che la somma di variabili casuali chi-quadrato indipendenti si distribuisce come...

Esercizi

- 1) Si consideri il seguente insieme di valori:

X_1	14	15	20	17	18	19	16	21	19	23
X_2	-10	-15	-19	-14	-20	-23	-16	-31	-28	-29
X_3	185	180	190	95	198	99	151	150	162	207

- a) Si adatti ai dati il modello esplicativo $\hat{X}_1 = b + \alpha_{12,3}X_2 + \alpha_{13,2}X_3$.
- b) Utilizzando tutte le tecniche conosciute (formali e grafiche), il candidato valuti la *performance* del modello proposto al punto a).
- c) Si giustifichi se, dal punto di vista statistico, convenga utilizzare il modello di cui al punto a) oppure eliminare una delle due variabili esplicative (specificando eventualmente quale).

- 2) Un fenomeno dà luogo alle seguenti osservazioni:

x_i	0 —2	2 —5	5 —10	10 e oltre
n_i	47	29	19	5

- a) Sapendo che il massimo valore osservato è pari a 15, si valuti se i dati provengano da una distribuzione esponenziale, volendo commettere l'errore di prima specie con probabilità del 5%.
- b) Si verifichi l'ipotesi che $P\{X \geq 2\} \geq 0,3$.

- 3)** In un'indagine di mercato si vuole stimare la proporzione p di adulti che sono lettori "abituali" del quotidiano Q . Si determini:
- La numerosità del campione tale da garantire che $P\{|\hat{p} - p| < 0,02\} = 0,89$, essendo \hat{p} lo stimatore corretto per p .
 - L'intervallo di confidenza al 92% per p , facendo riferimento a un campione con riposizione di 100 adulti dei quali 31 sono lettori abituali del quotidiano Q .

Prova di Statistica (Complementi) del 14.04.16

COGNOME _____ NOME _____ N. MATR. _____

Attenzione: lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica.

Teoria

La Uno. Si enuncino le proprietà dei residui del piano dei minimi quadrati, e se ne illustri gli impieghi.

La Due. Il test di Pizzetti-Pearson per l'adattamento dei dati ad una distribuzione: costruzione.

La Tre. Si DIMOSTRI che la somma delle probabilità della variabile casuale binomiale è pari a uno.

Esercizi

1) Su 10 imprese di un settore sono state rilevate le seguenti variabili:

X_1	18	21	22	31	34	36	42	44	48	53
X_2	2	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X_3	10	12	8	18	14	13	20	16	19	25

X_1 = "Valore del prodotto in milioni di Euro"

X_2 = "Numero di dipendenti"

X_3 = "Valore del capitale in milioni di Euro".

- Si determinino i parametri del modello $\hat{X}_1 = \alpha \cdot X_2^\beta \cdot X_3^\gamma$ (funzione di produzione Cobb-Douglas).
- Si valuti la bontà d'accostamento del modello e s'interpreti il risultato ottenuto.
- Si svolga l'analisi grafica dei residui, precisando se esista tendenziosità e se vi siano dati anomali.

2) Le temperature x_i a cui avviene una certa reazione chimica naturale sono state rilevate secondo quanto espresso in tabella:

-4— -3	-3— -2	-2— 0	0— 3	3—4	4—5	5—6
--------	--------	-------	------	-----	-----	-----

13	14	18	27	19	13	12
----	----	----	----	----	----	----

- a) Un ricercatore sostiene che il campione provenga dalla distribuzione avente funzione di densità:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{10} & -4 < x \leq 6 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases} .$$

Si valuti la correttezza dell'affermazione ($\alpha = 0,1$).

- b) Si verifichi l'ipotesi che $P(X \leq 0) \geq 0,45$.
- 3)** Si vuole stimare la proporzione p di preferenze favorevoli al candidato A in un ballottaggio. Si determini:
- a) La numerosità del campione tale da garantire che $P\{|\hat{p} - p| < 0,01\} = 0,93$, essendo \hat{p} lo stimatore corretto per p .
- b) L'intervallo di confidenza al 99% per p , facendo riferimento a un campione con riposizione di 1000 preferenze delle quali 531 favorevoli al candidato A.

Prova di Statistica (Complementi) del 28.06.16

COGNOME _____ NOME _____ N. MATR. _____

Attenzione: lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica.

Teoria

1. Coefficienti di correlazione grezzi e parziali: interpretazione e loro legame analitico.
2. La funzione generatrice dei momenti: definizione e impieghi.
3. Si deduca (=DIMOSTRARE!!!) uno stimatore corretto per la varianza di una distribuzione.

Esercizi

- 1) Su 110 unità si è rilevata la seguente matrice delle varianze e covarianze:

	X_1	X_2	X_3
X_1	72	-7	-19
X_2	-7	25	-9
X_3	-19	-9	12

Inoltre:

$$\bar{X}_1 = 27$$

$$\bar{X}_2 = -6$$

$$\bar{X}_3 = 18.$$

- a) Fra le rette dei minimi quadrati $\hat{X}_1 = a + \alpha_{12}X_2$ e $\hat{X}_1 = b + \alpha_{13}X_3$, si scelga, giustificando la risposta, quella che prevede meglio X_1 e se ne determinino i parametri.
- b) Si calcolino i coefficienti di correlazione parziale $r_{12.3}$ e $r_{13.2}$ e li si confronti con i rispettivi coefficienti grezzi, commentando adeguatamente i risultati ottenuti.
- c) Si determinino i parametri del piano dei minimi quadrati $\hat{X}_1 = c + \alpha_{12.3}X_2 + \alpha_{13.2}X_3$, dandone il significato economico e commentandone il valore numerico.
- d) Si calcoli la devianza spiegata del piano di cui al punto c).
- e) Si calcoli l'indice di accostamento A_2 per la retta di cui al punto a) e per il piano di cui al punto c) e si confrontino i valori ottenuti.
- f) Si misuri il grado di miglioramento passando dalla retta di cui al punto a) al piano di cui al punto c) sia in termini di varianza totale che in termini di varianza residua e s'interpretino i risultati ottenuti.
- g) Si verifichi l'ipotesi che, per il piano dei minimi quadrati di cui al punto c), il coefficiente di regressione $\alpha_{13.2}$ sia significativamente diverso da zero, volendo commettere l'errore di prima specie con probabilità del 10%.

- 2) Si è rilevato il numero X di telefonate pervenute ad un centralino in 100 intervalli di 10 minuti, scelti a caso nell'orario di ufficio, ottenendo i seguenti risultati:

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
n_i	7	13	23	22	19	8	5	3

- a) Si dica se il fenomeno è ben descritto dalla distribuzione di Poisson ($\alpha = 0,05$).
- b) Si verifichi l'ipotesi che $P(X \leq 2) \geq 0,45$.

- 3) La statura in cm X dei diciottenni iscritti ad una società sportiva segue la distribuzione normale. Si è rilevato: $\sum_{i=1}^{40} x_i = 7031$ $\sum_{i=1}^{40} x_i^2 = 1237000$.

Si determini:

- a) L'intervallo di confidenza al 93% della statura media.
- b) Si verifichi l'ipotesi che la statura media sia almeno pari 178 cm, volendo commettere l'errore di prima specie con probabilità del 10%.

Prova di Statistica (Complementi) del 14.07.16

COGNOME _____ NOME _____ N. MATR. _____

Attenzione: lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica.

Teoria

1. Coefficienti di regressione grezzi e parziali: interpretazione e loro legame analitico.
2. Intervallo di confidenza per il parametro $\mu(x)$ del modello lineare con una variabile esplicativa: costruzione.
3. Dopo avere specificato le ipotesi, si deduca (=DIMOSTRARE!!!) la distribuzione del quoziente fra le varianze campionarie corrette di due distribuzioni normali.

Esercizi

- 1) Su 133 unità si è rilevata la seguente matrice delle varianze e covarianze:

	X_1	X_2	X_3
X_1	55	-9	16
X_2	-9	35	-11
X_3	16	-11	12

Inoltre:

$$\bar{X}_1 = 14$$

$$\bar{X}_2 = 7$$

$$\bar{X}_3 = -21.$$

- h) Fra le rette dei minimi quadrati $\hat{X}_1 = a + \alpha_{12}X_2$ e $\hat{X}_1 = b + \alpha_{13}X_3$, si scelga, giustificando la risposta, quella che prevede meglio X_1 e se ne determinino i parametri.
- i) Si calcolino i coefficienti di correlazione parziale $r_{12.3}$ e $r_{13.2}$ e li si confronti con i rispettivi coefficienti grezzi, commentando adeguatamente i risultati ottenuti.
- j) Si determinino i parametri del piano dei minimi quadrati $\hat{X}_1 = c + \alpha_{12.3}X_2 + \alpha_{13.2}X_3$, dandone il significato economico e commentandone il valore numerico.
- k) Si calcoli la devianza spiegata del piano di cui al punto c).
- l) Si calcoli l'indice di accostamento A_2 per il piano di cui al punto c).
- m) Si misuri il grado di miglioramento passando dalla retta di cui al punto a) al piano di cui al punto c) sia in termini di varianza totale che in termini di varianza residua e s'interpretino i risultati ottenuti.

- n) Si verifichi l'ipotesi che, per il piano dei minimi quadrati di cui al punto c), il coefficiente di regressione $\alpha_{12,3}$ sia significativamente diverso da zero, volendo commettere l'errore di prima specie con probabilità del 5%.
- 2) Da un campione casuale di 130 osservazioni di un carattere continuo X si è ottenuta la seguente riclassificazione:

Classi	0— 2	2— 4	4— 7	7— 10	10— 12	12— 15
Frequenze	8	24	16	23	22	37

Un ricercatore sostiene che il campione provenga dalla distribuzione avente funzione di densità:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{15} & 0 \leq x \leq 15 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases} .$$

- a) Si valuti la correttezza dell'affermazione ($\alpha = 0,05$).
- b) Si verifichi l'ipotesi che $P(X > 7) \geq 0,7$.
- 3) Dalla produzione di merendine si estraggono $n = 25$ confezioni delle quali 4 risultano difettose.
- a) Se si vuole che la varianza dello stimatore della proporzione di confezioni difettose sia 0,001, si determini quale deve essere la numerosità campionaria, tenendo conto del suddetto risultato campionario.
- b) Se il peso medio del campione delle 25 merendine è risultato pari a 85 gr ed è noto che lo scarto quadratico medio è pari a 5 gr, si determini l'intervallo di confidenza all'87% per il peso medio μ delle merendine, supponendo che il peso delle merendine si distribuisca normalmente.

Prova di Statistica (Complementi) del 15.09.16

COGNOME _____ NOME _____ N. MATR. _____

Attenzione: lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica.

Teoria

1. Coefficienti di regressione grezzi e parziali: interpretazione e loro legame analitico.
2. Intervallo di confidenza per il coefficiente angolare del modello lineare con una variabile esplicativa: costruzione.
3. Si dimostri che le trasformazioni lineari preservano la normalità (*V proprietà* della curva normale).

Esercizi

- 1) Su 133 unità si è rilevata la seguente matrice delle varianze e covarianze:

	X_1	X_2	X_3
X_1	55	-9	16
X_2	-9	35	-11
X_3	16	-11	12

Inoltre:

$$\bar{X}_1 = 14$$

$$\bar{X}_2 = 7$$

$$\bar{X}_3 = -21.$$

- a) Fra le rette dei minimi quadrati $\hat{X}_1 = a + \alpha_{12}X_2$ e $\hat{X}_1 = b + \alpha_{13}X_3$, si scelga, giustificando la risposta, quella che prevede meglio X_1 e se ne determinino i parametri.
 - p) Si calcolino i coefficienti di correlazione parziale $r_{12.3}$ e $r_{13.2}$ e li si confronti con i rispettivi coefficienti grezzi, commentando adeguatamente i risultati ottenuti.
 - q) Si determinino i parametri del piano dei minimi quadrati $\hat{X}_1 = c + \alpha_{12.3}X_2 + \alpha_{13.2}X_3$, dandone il significato economico e commentandone il valore numerico.
 - r) Si calcoli la devianza spiegata del piano di cui al punto c).
 - s) Si calcoli l'indice di accostamento A_2 per il piano di cui al punto c).
 - t) Si misuri il grado di miglioramento passando dalla retta di cui al punto a) al piano di cui al punto c) sia in termini di varianza totale che in termini di varianza residua e s'interpretino i risultati ottenuti.
 - u) Si verifichi l'ipotesi che, per il piano dei minimi quadrati di cui al punto c), il coefficiente di regressione $\alpha_{12.3}$ sia significativamente diverso da zero, volendo commettere l'errore di prima specie con probabilità del 5%.
- 2) Da un campione casuale di 130 osservazioni di un carattere continuo X si è ottenuta la seguente riclassificazione:

Classi	0— 2	2— 4	4— 7	7— 10	10— 12	12— 15
Frequenze	8	24	16	23	22	37

Un ricercatore sostiene che il campione provenga dalla distribuzione avente funzione di densità:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{15} & 0 \leq x \leq 15 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases} .$$

- c) Si valuti la correttezza dell'affermazione ($\alpha = 0,05$).
- d) Si verifichi l'ipotesi che $P(X > 7) \geq 0,7$.
- 3)** Dalla produzione di merendine si estraggono $n = 25$ confezioni delle quali 4 risultano difettose.
- c) Se si vuole che la varianza dello stimatore della proporzione di confezioni difettose sia 0,001, si determini quale deve essere la numerosità campionaria, tenendo conto del suddetto risultato campionario.
- d) Se il peso medio del campione delle 25 merendine è risultato pari a 85 gr ed è noto che lo scarto quadratico medio è pari a 5 gr, si determini l'intervallo di confidenza all'87% per il peso medio μ delle merendine, supponendo che il peso delle merendine si distribuisca normalmente.

Prova di Statistica (Complementi) del 24.01.17

COGNOME _____ NOME _____ N. MATR. _____

Attenzione: lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica.

Teoria

1. La variabile casuale ipergeometrica: costruzione, caratteristiche e impieghi.
2. Si illustrino le caratteristiche formali salienti dei problemi di verifica d'ipotesi.
3. Si dimostri la disuguaglianza di Cebicev.

Esercizi

- 1) Si consideri il data set seguente:

X_1	3	4	6	5	9	8	7	10	13	11
X_2	41	73	112	97	119	123	120	148	132	159
X_3	45	40	60	55	48	59	71	40	52	57

- a) Si calcolino i coefficienti di correlazione parziale $r_{12.3}$ e $r_{13.2}$ e li si confronti con i rispettivi coefficienti grezzi, commentando adeguatamente i risultati ottenuti.
 - b) Fra le rette dei minimi quadrati $\hat{X}_1 = a + \alpha_{12}X_2$ e $\hat{X}_1 = b + \alpha_{13}X_3$, si scelga, giustificando la risposta, quella che prevede meglio X_1 e se ne determinino i parametri.
 - c) Si determinino i parametri del piano dei minimi quadrati $\hat{X}_1 = c + \alpha_{12.3}X_2 + \alpha_{13.2}X_3$, interpretandone il valore numerico.
 - d) Si calcoli la devianza spiegata del piano di cui al punto c).
 - e) Si misuri il grado di miglioramento passando dalla retta di cui al punto b) al piano di cui al punto c) sia in termini di varianza totale che in termini di varianza residua e s'interpretino i risultati ottenuti.
 - f) Si effettui l'analisi dei residui, con indici e grafici, del piano di cui al punto c)
 - g) Si verifichi l'ipotesi che, per il piano dei minimi quadrati di cui al punto c), il coefficiente di regressione $\alpha_{12.3}$ sia significativamente diverso da zero, volendo commettere l'errore di prima specie con probabilità del 5%.
- 2) Dalla produzione di merendine si estraggono $n = 35$ confezioni delle quali 5 risultano difettose.
- a) Se si vuole che la varianza dello stimatore della proporzione di confezioni difettose sia 0,001, si determini quale deve essere la numerosità campionaria, tenendo conto del suddetto risultato campionario.
 - b) Se il peso medio del campione delle 35 merendine è risultato pari a 85 gr ed è noto che lo scarto quadratico medio è pari a 5 gr, si determini l'intervallo di confidenza all'87% per il peso medio μ delle merendine, supponendo che il peso delle merendine si distribuisca normalmente.
 - c) Considerando le assunzioni del precedente punto b), si verifichi l'ipotesi che il peso medio delle merendine sia almeno pari a 80 gr.

Prova di Statistica (Complementi) del 24.01.17

COGNOME _____ NOME _____ N. MATR. _____

Attenzione: lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica.

Teoria

1. La variabile casuale di Poisson: definizione, caratteristiche e impieghi.
2. Il test di Pizzetti-Pearson per l'adattamento di una distribuzione ai dati: costruzione.
3. Si deduca (=DIMOSTRARE!!!) l'espressione di $Var(X \pm Y)$.

Esercizi

- 1) Si consideri il data set seguente:

X_1	85	141	122	165	246	272	467	495	769	890
X_2	-160	-147	-131	-127	-141	-111	-97	-59	-48	-31
X_3	44,8	36,7	33,2	30	27,2	30	24,6	22,3	20,5	14,9

- a) Si calcolino i coefficienti di correlazione parziale $r_{12.3}$ e $r_{13.2}$ e li si confronti con i rispettivi coefficienti grezzi, commentando adeguatamente i risultati ottenuti.
 - b) Fra le rette dei minimi quadrati $\hat{X}_1 = a + \alpha_{12}X_2$ e $\hat{X}_1 = b + \alpha_{13}X_3$, si scelga, giustificando la risposta, quella che prevede meglio X_1 e se ne determinino i parametri.
 - c) Si determinino i parametri del piano dei minimi quadrati $\hat{X}_1 = c + \alpha_{12.3}X_2 + \alpha_{13.2}X_3$, interpretandone il valore numerico.
 - d) Si calcoli la devianza spiegata del piano di cui al punto c).
 - e) Si misuri il grado di miglioramento passando dalla retta di cui al punto b) al piano di cui al punto c) sia in termini di varianza totale che in termini di varianza residua e s'interpretino i risultati ottenuti.
 - f) Si effettui l'analisi dei residui, con indici e grafici, del piano di cui al punto c)
 - g) Si verifichi l'ipotesi che, per il piano dei minimi quadrati di cui al punto c), i coefficienti di regressione siano congiuntamente significativamente diversi da zero, volendo commettere l'errore di prima specie con probabilità del 5%.
- 2) Dalla produzione di merendine si estraggono $n = 45$ confezioni delle quali 5 risultano difettose.
- a) Si determini la numerosità campionaria minima affinché valga $P\{|\hat{p} - p| \leq 0,02\} \geq 0,98$, ove p sia la frequenza relativa di confezioni non difettose.
 - b) Se il peso medio del campione delle 45 merendine è risultato pari a 85 gr ed è noto che lo scarto quadratico medio è pari a 5 gr, si verifichi l'ipotesi che il peso medio delle merendine sia pari a 80 gr, con alternativa bilaterale, supponendo che il peso delle merendine si distribuisca normalmente.
 - c) Considerando le assunzioni del precedente punto b), ma supponendo non noto il valore dello scarto quadratico medio, si determini l'intervallo di confidenza al 90% per lo scarto quadratico medio, sapendo che la somma dei quadrati dei pesi è pari a 326181.

Prova di Statistica (Complementi) del 23.02.17

COGNOME _____ NOME _____ N. MATR. _____

Attenzione: lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica.

Teoria

1. Il modello lineare inferenziale con una (sola) variabile esplicativa: COSTRUZIONE delle verifiche d'ipotesi sui parametri.
2. Coefficienti di regressione grezzi e parziali del piano dei minimi quadrati: loro legame analitico e sua discussione.
3. Si deduca (=DIMOSTRARE!!!) l'espressione di $E(X + Y)$.

Esercizi

- 1) Su 10 imprese di un settore sono state rilevate le seguenti variabili:

X_1	53	39	43	49	65	60	81	90	90	85
X_2	5	4	7	5	7	9	13	15	11	12
X_3	31	23	19	28	34	26	31	33	40	35

X_1 = "Valore del prodotto in milioni di Euro"

X_2 = "Numero di dipendenti"

X_3 = "Valore del capitale in milioni di Euro".

- a) Si determinino i parametri del modello $\hat{X}_1 = \alpha \cdot X_2^\beta \cdot X_3^\gamma$ (funzione di produzione Cobb-Douglas).
 - b) Si valuti la bontà d'accostamento del modello e s'interpreti il risultato ottenuto.
 - c) Si svolga l'analisi grafica dei residui, precisando se esista tendenziosità e se vi siano dati anomali.
- 2) Si è rilevato il numero X di telefonate pervenute ad un centralino in 150 intervalli di 10 minuti, scelti a caso nell'orario di ufficio, ottenendo i seguenti risultati:

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7-8
n_i	12	19	32	33	25	14	10	5

- a) Si dica se il fenomeno è ben descritto dalla distribuzione di Poisson ($\alpha = 0,1$).
- b) Si verifichi l'ipotesi che $P\{X \leq 2\} \geq 0,5$.
- 3) Dalla popolazione delle 1500 matricole di una facoltà, se ne scelgono caso 250, classificandole in base al voto di maturità V (espresso in centesimi) e al sesso S secondo quanto espresso in tabella:

S / V	60-73	74-87	Oltre 87
Maschi	46	38	24
Femmine	66	46	30

- a) Si dica se V e S sono indipendenti in probabilità $\alpha = 0,05$.
- b) Si verifichi l'ipotesi che il voto medio delle femmine non sia inferiore a 75 centesimi.
- c) Si verifichi l'ipotesi che il voto medio dei maschi sia uguale al voto medio delle femmine.
- d) Si verifichi l'ipotesi che la varianza del voto sia la medesima per i due gruppi a livello di significatività del 10%.

Prova di Statistica (Complementi) del 23.02.17

COGNOME _____ NOME _____ N. MATR. _____

Attenzione: lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica.

Teoria

1. Costruzione dell'intervallo di confidenza di $\mu(x) = \beta_0 + \beta_1 x$ nel modello lineare con una (sola) variabile esplicativa.
2. Si enuncino le proprietà dei residui del piano dei minimi quadrati e se ne illustrino *significato e impieghi*.
3. Si dimostri che lo stimatore "media campionaria" è consistente per il parametro...

Esercizi

- 1) Si consideri il seguente insieme di valori:

X_1	2,4	1,9	2,8	2,7	2,8	3	1,9	1,6	1,5	1,2
X_2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X_3	34	28	46	48	53	58	46	45	46	43

X_1 : spese annue di manutenzione di un impianto industriale (in migliaia Euro)

X_2 : anno di vita dell'impianto

X_3 : valore del prodotto annuo dell'impianto (in milioni di euro/anno)

- a) Si determinino i parametri del modello $\hat{X}_1 = \alpha \cdot \beta^{X_2} \cdot \gamma^{X_3}$ e se ne dia il *significato statistico*.
 - b) Si valuti la bontà d'accostamento del modello e s'interpreti il risultato ottenuto.
 - c) Si svolga l'analisi grafica dei residui, precisando se esista tendenziosità e se vi siano dati anomali.
- 2) Per un'indagine di mercato sulla qualità di diverse marche di un bene si intervista un campione di 15 consumatori. Questi ultimi vengono suddivisi in 3 gruppi, a ciascuno dei quali si somministra una diversa marca di quel bene. Si chiede quindi a ciascun consumatore di esprimere, su scala da 0 a 10, il proprio voto (variabile X) per la marca del bene assaggiata. I risultati dell'indagine sono riportati in tabella:

Marca A	6	8,5	7,5	7,5	8	
Marca B	5	7	6,5	7	6	7
Marca C	6,5	8	7,5	7		

Supposto che la variabile X segua una distribuzione normale,

- a) Si valuti se le varianze dei voti espressi per le marche A e B possono ritenersi uguali, al livello di significatività del 5%.
- b) Si verifichi se il voto medio può ritenersi uguale per le tre marche, al livello di significatività del 10% (si precisino prima le ipotesi necessarie).
- c) Si costruisca un intervallo di confidenza per la differenza fra i voti medi relativi alle marche B e C, al livello di confidenza del 98%.
- d) Si verifichi l'ipotesi che il voto medio del bene di marca B sia non superiore 6,8, al livello di significatività del 10%.

3) Da un campione casuale di 160 osservazioni di un carattere continuo X si è ottenuta la seguente riclassificazione:

Classi	0— 1	1— 2	2— 3	3— 4	4— 5	Oltre 5
Frequenze	61	44	26	17	7	5

- a) Sapendo che la somma delle osservazioni della quarta classe è pari a 30, si dica se i dati possano provenire dalla variabile casuale esponenziale ($\alpha = 0,05$).
- b) Si verifichi l'ipotesi che $P\{X > 2\} \leq 0,4$.