ESERCITAZIONE VIII

ESERCIZIO 1 Delle seguenti funzioni:

a) $f(x) = 4x^3 - x^2 - 14x$
b) $f(x) = \frac{x^2-4}{x+1}$

i. Determinare l'insieme di esistenza;
ii. Determinare le intersezioni con gli assi e il segno della funzione: $f(x) \geq 0$;
iii. Calcolare gli asintoti;
iv. Calcolare la derivata prima e determinare gli intervalli in cui la funzione è crescente/decrescente studiando il segno della derivata: $f'(x) \geq 0$;
v. Calcolare la derivata seconda e determinare gli intervalli in cui la funzione è concava/convessa e gli eventuali punti di flesso;
vi. Calcolare massimi, minimi ed estremi superiori e inferiori della funzione $f(x)$;
vii. Disegnare il grafico qualitativo della funzione $f(x)$.

ESERCIZIO 2 Dopo aver verificato la convergenza, calcolare la somma delle seguenti serie:

1) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2(n-1)!}{(n+1)!}$
2) $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{3^{2n-1}}$

ESERCIZIO 3 Verificare (utilizzando la condizione necessaria per la convergenza) che le seguenti serie non convergano:

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[n]{n}}$
2) $\sum_{n=1}^{\infty} n^{\frac{3}{n^2}}$

ESERCIZIO 4 Utilizzando i criteri del rapporto, della radice, del confronto e dell'ordine di infinitesimo dire se le seguenti serie (a termini positivi) convergono:

1) $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{\log n}{n}$
2) $\sum_{n=8}^{\infty} \frac{1}{n-2\sqrt[3]{n}}$
3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{2n+n^{\pi}}$
4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n * n!}{n^n}$
5) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1-\frac{1}{n}\right)^{n^2}$

ESERCIZIO 5 Utilizzando il criterio delle serie a segno alterno, discutere la convergenza semplice e assoluta delle seguenti serie:

1) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\sqrt{n}+2}$
2) $\sum_{n=3}^{\infty} (-1)^{n} \frac{1}{\log n}$
3) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n^2}$