

FOGLIO DI ESERCIZI 1: funzioni in più variabili e calcolo differenziale.

Foglio da consegnare in aula durante la lezione di **giovedì 24 Ottobre 2019**.

Non si accetteranno fogli consegnati in altro momento e in altra modalità. **I fogli vanno pinzati.**
Mercoledì 30 Ottobre 2019 saranno riconsegnati in aula i fogli corretti e verrà discussa la correzione in aula dal tutor.

NOME E COGNOME:

1. Della funzione

$$f(x, y) = \log(1 + xy) + 4$$

si determini il dominio, lo si disegni e si traccino alcune curve di livello.

2. Si stabilisca se esistono e in caso affermativo si calcolino

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x+y}{|x|+|y|} \qquad \lim_{\|(x,y)\| \rightarrow \infty} \frac{x+y}{|x|+|y|}$$

3. Si scrivano i polinomi di Mc Laurin arrestati al secondo ordine delle seguenti due funzioni

$$f_1(x, y) = e^{xy} - x \sin y \qquad f_2(x, y) = xy^2 + x^2 + y + y^2.$$

Delle stesse funzioni, si scrivano i polinomi di Taylor con centro in $(2, 1)$ arrestati al secondo ordine.

4. Si scriva l'equazione del piano tangente al grafico della funzione

$$f(x, y, z) = z^2 + xy$$

nel punto $(0, 0, 1, 1)$.

5. Quando esiste, si calcoli al variare di $\alpha > 0$

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,0)} \frac{|x-1+y|^\alpha}{e^{\sqrt{(x-1)^2+y^2}} - 1}.$$

6. Sia

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{|x|^\alpha |y|^\beta}{\sqrt{y^4 + 4x^4}} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Si stabilisca, al variare di α e β positivi,

a. se la funzione f è continua nell'origine;

b. se la funzione f ammette derivate direzionali nell'origine;

c. se la funzione f è differenziabile nell'origine.

7. Sia

$$f(x, y) = \left(x^2 e^{x+y}, \int_{xy}^1 e^{t^6} dt \right).$$

Si calcoli la matrice jacobiana di f nel punto $(2, 0)$.

