

Esercitazione

Il test diagnostico

Esercizio 1

In una certa popolazione la probabilità di avere una data malattia (M) è 0.85. Il test diagnostico generalmente utilizzato ha una probabilità di 0.8235 di riconoscere tale malattia, e quindi di risultare positivo, se una persona è effettivamente malata. La probabilità che una persona sana risulti positiva al test è $\frac{2}{3}$. da questa popolazione si estrae un campione di 500 persone ed esse vengono sottoposte al test diagnostico. Quante tra le persone risultate negative al test saranno veramente sane?

Risposta

$$P(M+) = 0.85 \Rightarrow P(M-) = 0.15$$

$$P(T+|M+) = 0.8235$$

$$P(T+|M-) = \frac{2}{3}$$

$$n = 500$$

$$\# M-|T- = ?? = 500 * P(T- \cap M-)$$

$$\#(M+) = 500 * 0.85 = 425 \Rightarrow \#(M-) = 500 - 425 = 75$$

$$P(T+ \cap M-) = P(T+|M-) * P(M-) =$$

$$= \frac{2}{3} * 0.15 = 0.10 \Rightarrow P(T- \cap M-) = 0.15 - 0.10 = 0.05$$

$$\text{e } \# M-|T- = ?? = 500 * 0.05 = 25$$

	M+	M-	Totale
T+			
T-		25	
Totale	425	75	500

Esercizio 2

Un test diagnostico per la malattia M ha specificità e sensibilità pari al 95%. Il test viene applicato ad una popolazione di 4000 soggetti nella quale la prevalenza di malattia M è del 6%. Quanti soggetti ci si attende che risultino positivi al test?

Risposta

$$Se = P(T+|M+) = 0.95$$

$$Sp = P(T-|M-) = 0.95$$

$$n = 4000$$

$$P(M+) = 0.06$$

$$\# T+ = ??$$

$$\#(M+) = 4000 * 0.06 = 240 \Rightarrow \#(M-) = 4000 - 240 = 3760$$

Il numero di positivi al test tra i malati sarà:

$$Se * (n^\circ \text{ di malati}) = 0.95 * 240 = 228$$

Il numero di positivi al test tra i sani sarà:

$$(1 - Sp) * (n^\circ \text{ di sani}) = 0.05 * 3760 = 188$$

$$\# T+ = 228 + 188 = 416$$

	M+	M-	Totale
T+	228	188	416
T-			
Totale	240	3760	4000

Esercizio 3

In un test di screening per la diagnosi precoce della malattia M, 110 dei 1000 soggetti sottoposti al test risultano positivi, ma di questi 45 non risultano poi realmente malati. Se la prevalenza della malattia M nella popolazione esaminata è del 10%:

- Quanti sono i falsi negativi?
- Qual è la sensibilità del test?
- Qual è il valore predittivo di un risultato positivo del test?

Risposta

$$P(M+) = 0.10 \Rightarrow \# M+ = 100$$

a) I falsi negativi sono 35

b) La sensibilità del test è:

$$65/100 = 0.65$$

c) VPP = $P(M+|T+) = 65/110 = 0.59$

	M+	M-	Totale
T+	65	45	110
T-	35	855	890
Totale	100	900	1000

Esercizio 4

Un gruppo di ricercatori vuole valutare un certo test di screening per l'Alzheimer. Il test ha previsto due campioni, uno costituito da 450 pz selezionati casualmente affetti dal morbo di Alzheimer ed un altro da 500 pz che non presentavano i sintomi della malattia.

Risultato del test	Alzheimer diagnosticato		
	Si (D+)	No (D-)	Totale
Positivo	436	5	441
Negativo	14	495	509
Totale	450	500	950

- Stimare la sensibilità e la specificità del test
- Se la probabilità di malattia della popolazione è pari a 11.3% qual è il VPP?

Soluzioni

- Sensibilità: $436/450=0.9689$
- Specificità: $495/500=0.99$
- $VPP = \frac{Se \cdot P(D+)}{[Se \cdot P(D+) + (1-Sp) \cdot P(D-)]} = \frac{0.9689 \cdot 0.113}{0.9689 \cdot 0.113 + 0.01 \cdot (1-0.113)} = \frac{0.10949}{0.10949 + 0.00887} = 0.925$

Esercizio 5

Verna et al. Hanno esaminato l'uso dello screening ELISA con eparina-PF4 per testare la trombocitopenia indotta da eparina (HIT) in pazienti critici. Utilizzando le misurazioni di liberazione di C-serotonina (SRA) come mezzo per convalidare l'HIT, gli autori hanno trovato che 31 pazienti sono risultati negativi al SRA, di questi 22 sono risultati negativi all'eparina-PF4 ELISA.

- Calcolare la specificità dell'eparina-PF4 ELISA per l'HIT
- Utilizzando la sensibilità trovata in letteratura de 95% e una probabilità di avere HIT del 3.1%, qual è il VPP?
- Utilizzando le informazioni del punto b), qual è il VPN?

Soluzioni

	HIT		Totale
	SRA+	SRA-	
Eparina-PF4 ELISA+			
Eparina-PF4 ELISA-		22	
Totale		31	

- $Sp = 22/31 = 71\%$
- $Se = 0.95$ $P(HIT) = 3.1\%$
 $VPP = \frac{Se \cdot p}{[Se \cdot p + (1-Sp) \cdot (1-p)]} = \frac{0.95 \cdot 0.031}{0.95 \cdot 0.031 + (1-0.71) \cdot (1-0.031)} = \frac{0.0295}{0.0295 + 0.29 \cdot 0.969} = \frac{0.0295}{0.0295 + 0.2810} = 0.095 = 9.5\%$
- $VPN = \frac{Sp \cdot (1-p)}{[Sp \cdot (1-p) + (1-Se) \cdot p]} = \frac{0.71 \cdot 0.969}{0.71 \cdot 0.969 + 0.05 \cdot 0.031} = \frac{0.68799}{0.68799 + 0.00155} = \frac{0.68799}{0.68954} = 0.998 = 99.8\%$

Esercizio 6

Il primo test usato nello screening per l'infezione da HIV è stato l'esame ELISA. In una popolazione di 5000 individui sottoposti al test, 20 erano infettati dall'HIV ma erano negativi al test, 980 erano infettati ed erano positivi al test, 8 non erano infettati ma erano positivi al test e 3992 non erano infettati ed erano negativi al test.

- Qual era la probabilità di risultare positivi al test tra i sani?
- Qual era la probabilità di risultare negativi al test tra gli infetti?
- Se un individuo scelto a caso da questa popolazione è positivo al test, qual è la probabilità che abbia l'HIV?
- Qual è la probabilità di essere mal classificati dal test?

Soluzioni

Test ELISA	HIV		Totale
	+	-	
T+	980	8	988
T-	20	3992	4012
Totale	1000	4000	5000

- a) $P(T+|HIV-)=8/4000=0.002$
 b) $P(T-|HIV+)=20/1000=0.02$
 c) $P(HIV+|T+)=980/988=0.9919=99.2\%$
 d) $(20+8)/5000=0.0056=0.56\%$

Esercizio 7

Dei 1820 soggetti di uno studio, 30 soffrivano di tubercolosi, 1790 no. Tutti i soggetti furono sottoposti a radiografia del torace; 73 presentarono una radiografia positiva, mentre gli altri 1747 erano negativi.

a) Qual è la probabilità che un soggetto selezionato casualmente dalla popolazione generale sia affetto da tubercolosi dato che la sua radiografia è positiva e che la prevalenza di tubercolosi nella popolazione è del 0.000093 (0.0093%)?

Radiografia	Tubercolosi		Totale
	+	-	
+	22	51	73
-	8	1739	1747
Totale	30	1790	1820

Soluzioni

$$Se=22/30=0.7333$$

$$Sp=1739/1790=0.9715$$

$$VPP=Se \cdot P / [Se \cdot P + (1 - Sp) \cdot (1 - P)] =$$

$$= 0.7333 \cdot 0.000093 / [0.7333 \cdot 0.000093 + 0.0285 \cdot 0.999907] =$$

$$= 0.0000681969 / [0.0000681969 + 0.0284973495] =$$

$$= 0.0000681969 / 0.0285655464 = 0.00239 = 0.239\%$$