Esercitazione

Il test statistico (2)

Esercizio 1

La seguente tabella riporta il valore medio campionario e la ds (nota) della perdita di peso (g) per sudorazione durante una crisi ipoglicemica indotta da insulina in 12 pazienti trattati con placebo e in 11 pazienti trattati con propanolo.

Definire il sistema d'ipotesi per saggiare l'ipotesi che la perdita media di peso non differisca nei due gruppi (α=0.05) vs un'opportuna alternativa unilaterale e calcolare l'intervallo di confidenza per la differenza tra le due medie.

Gruppo	n	$\bar{x}$	σ (g)
Placebo (1)	12	120	10
Propanolo (2)	11	70	8

Risposte

$$\begin{cases} H_0 : \mu_{PR} = \mu_{PL} \\ H_1 : \mu_{PR} < \mu_{PL} \end{cases}$$

$$z_\alpha = -1.64$$

$$z = \frac{70-120}{\sqrt{\frac{64}{11}+\frac{100}{12}}} = -13.29$$

Rifiuto H_0

$$IC_{95\%} : (70-120) \pm 1.96 \cdot \sqrt{\frac{64}{11}+\frac{100}{12}} =$$

$$= -50 \pm 1.96 \cdot \sqrt{5.82+8.33} = -50 \pm 7.37$$

$$IC_{95\%} = [-57.37; -42.63]$$

$$IC_{90\%} : (70-120) \pm 1.64 \cdot \sqrt{\frac{64}{11}+\frac{100}{12}} = -50 \pm 6.17$$

$$IC_{90\%} = [-56.17; -43.83]$$

Esercizio 2

Il livello medio di acido urico misurato su un campione di 15 soggetti sani è risultato 3.4 mg/100ml, mentre quello registrato su di un campione di 12 individui affetti da sindrome di Down è stato 4.5 mg/100ml. Posto che l'acido urico si distribuisca secondo una gaussiana con varianza pari a 1 nella popolazione dei down e 1.5 in quella dei soggetti sani, si vuole verificare che le medie delle due distribuzioni non differiscano tra loro (α=0.05).

Soluzione

$$\begin{cases} \mathbf{H_0 :} \mu_S = \mu_D \\ \mathbf{H_1 :} \mu_S \neq \mu_D \end{cases}$$

$$\mathbf{z} = \frac{3.4 - 4.5}{\sqrt{\frac{1.5}{15} + \frac{1}{12}}} = \frac{-1.1}{\sqrt{0.1 + 0.083}} = \frac{-1.1}{\sqrt{0.183}} = \frac{-1.1}{0.428} = -2.569$$

Il valore di z osservato è di molto inferiore al valore soglia pari a –1.96, pertanto posso rifiutare H_0

Esercizio 3

Sono stati campionati 25 bambini i cui genitori sono affetti da diabete di tipo II e 25 i cui genitori non sono affetti da diabete. I primi presentavano un livello medio di glicemia a digiuno pari a 86.1 mg/dl, mentre gli altri pari a 82.2 mg/dl. È noto che le ds delle due popolazioni sono pari a 2.09 e 2.49

Verificare se la malattia dei genitori modifica il livello medio di glicemia dei bambini (α=0.05)

Risposta

$$\begin{cases} H_0 : \mu_1 = \mu_2 \\ H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 \end{cases}$$

$$\mathbf{z} = \frac{86.1 - 82.2}{\sqrt{\frac{2.09^2}{25} + \frac{2.49^2}{25}}} = \frac{3.9}{\frac{1}{5}\sqrt{4.3681 + 6.2001}} =$$

$$= \frac{3.9}{\frac{1}{5}\sqrt{10.5682}} = \frac{3.9}{\frac{3.251}{5}} = \frac{3.9}{0.650} = 6$$

Il valore di z osservato è di molto superiore al valore soglia pari a 1.96, pertanto posso rifiutare H_0

Esercizio 4

È stata misurata la pressione arteriosa media in 9 pazienti anestetizzati con alotano e in 16 pazienti anestetizzati con morfina. Ci sono prove sufficienti per affermare che i due anestetici sono associati a differenti valori di pressione?

(calcolare un’adeguata statistica test e l’intervallo di confidenza; utilizzare α=0.05 e α=0.01)

	alotano		morfina	
	media	σ	media	σ
Pressione arteriosa media	76.8	13.8	91.4	19.6

Risposta

$$\begin{cases} H_0: \mu_1 = \mu_2 \\ H_1: \mu_1 \neq \mu_2 \end{cases}$$

$$\mathbf{z} = \frac{\mathbf{76.8 - 91.4}}{\sqrt{\frac{\mathbf{13.8^2}}{\mathbf{9}} + \frac{\mathbf{19.6^2}}{\mathbf{16}}}} = \frac{\mathbf{-14.6}}{\sqrt{\frac{\mathbf{190.44}}{\mathbf{9}} + \frac{\mathbf{384.16}}{\mathbf{16}}}} =$$

$$= \frac{\mathbf{-14.6}}{\sqrt{\mathbf{21.16 + 24.01}}} = \frac{\mathbf{-14.6}}{\sqrt{\mathbf{45.17}}} = \frac{\mathbf{-14.6}}{\mathbf{6.72}} = \mathbf{-2.17}$$

Il valore di z osservato è inferiore al valore soglia pari a -1.96, ma non al valore soglia di –2.58, pertanto non rifiuto H_0 solo quando accetto di commettere un errore di primo tipo al massimo pari a 0.01

$$IC_{95\%}: (76.8 - 91.4) \pm 1.96 \cdot \sqrt{\frac{13.8^2}{9} + \frac{19.6^2}{16}} \Rightarrow IC_{95\%} = [-27.77; -1.43]$$

$$IC_{99\%}: (76.8 - 91.4) \pm 2.58 \cdot \sqrt{\frac{13.8^2}{9} + \frac{19.6^2}{16}} \Rightarrow IC_{99\%} = [-31.94; 2.74]$$

Esercizio 5

Uno studio condotto in oftalmologia intende valutare se la presenza di glaucoma possa indurre delle alterazioni del flusso di sangue nei vasi coroideali.

È noto che il flusso di sangue (cm^3/minuto primo) segue una distribuzione gaussiana sia in nei portatori (g) che nei non portatori di glaucoma (ng) con d.s. uguale a 0.65.

In un campione di 16 soggetti affetti da glaucoma e 16 non affetti, si osservano medie campionarie pari a 1,19 e 2,09

Si vuole verificare il sistema di ipotesi

$H_0 : \mu_g = \mu_{ng}$
$H_1 : \mu_g \neq \mu_{ng}$

ad un livello di significatività $\alpha = 0.05$

1. Trarre le conclusioni sul sistema di ipotesi
2. Con quale potenza il test permetterebbe di rifiutare H_0 se H_1 fosse vera con δ=0.5?

Soluzione

- Calcoliamo la statistica test

$$z = \frac{1.19 - 2.09}{0.65 \cdot \sqrt{\frac{2}{16}}} = \frac{-0.9}{0.230} = -3.19$$

- Possiamo concludere che, essendo la statistica test inferiore al valore soglia della zona di accettazione pari a –1.96, la presenza di glaucoma induce alterazioni nel flusso di sangue nei vasi coroideali.

$$z = \frac{\bar{d} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} = 1.96 \Rightarrow \bar{d} = 1.96 \frac{0.65}{\sqrt{8}} + 0 = 1.96 \cdot 0.23 = 0.45$$

$$z = \frac{\bar{d} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{0.45 - 0.5}{0.65 / \sqrt{8}} = \frac{-0.05}{0.22} = -0.22$$

β = 0.41294
Potenza = 1-β = 0.58706

Esercizio 6

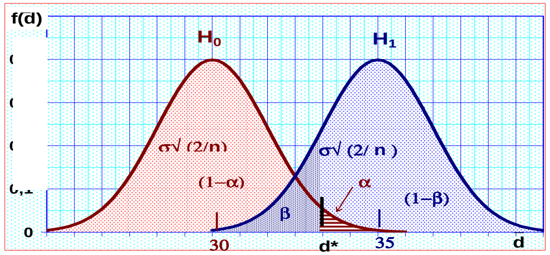
Si sa, da sperimentazioni precedenti, che un farmaco per ridurre il colesterolo totale è tale da produrre, su soggetti con colesterolemia di circa 350 mg/l, una riduzione media di 30 mg/l con σ = 10mg/l. Immettendo una nuova sostanza nel farmaco si pensa che questa ne migliori l'effetto.

1. Definire il sistema d'ipotesi per verificare tale affermazione.

2. Se si somministra il nuovo farmaco a 64 pazienti, α = 0.01, qual è la probabilità di considerare "vera" una riduzione di 30 mg/l, quando in realtà la riduzione dovuta alla nuova sostanza è di 35 mg/l?

Soluzione

1. $\begin{cases} H_0 : \mu_0 = 30 \ mg/l \\ H_1 : \mu_0 > 30 \ mg/l \end{cases}$

2. 

$$z = \frac{\bar{d} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} = 2.33 \Rightarrow \bar{d} = 2.33\frac{\sigma}{\sqrt{n}} + \mu = 2.33\frac{10}{8} + 30 = 32.9$$

$$z = \frac{\bar{d} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{32.9 - 35}{10/8} = \frac{-2.1}{1.25} = -1.68$$ P=0.04648

Se la riduzione vera è di 25 mg/l abbiamo una probabilità di commettere un errore di secondo tipo di circa il 5%