Il test statistico (4)

Esercizio 1

Un centro studi che si occupa di indagini di tipo socio-economico aveva trovato, nel 2000, che il 40% di coloro che utilizzano Internet riceve più di 10 messaggi di posta elettronica al giorno. Nel 2002 ha ripetuto uno studio simile con lo scopo di verificare se l'uso della posta elettronica era aumentato.

a) Formulare il sistema di ipotesi (nulla e alternativa) più appropriato per questo tipo di problema.

b) In un campione di 420 utilizzatori di Internet si è trovato che 188 ricevono più di 10 messaggi di posta elettronica al giorno. Qual è il valore della statistica test?

c) A quali conclusioni si giunge, fissato un livello α=0.05

d) Si calcoli il *p*-value

e) Si calcoli l'intervallo di confidenza al 90%

Esercizio 2

Vogliamo verificare se l'alotano e la morfina sono associati allo stesso tasso di mortalità, quando vengono usati come anestetici nella chirurgia a cuore aperto. Sappiamo che in un campione di 61 pazienti anestetizzati con alotano 8 sono morti, mentre in un campione di 67 anestetizzati con morfina i decessi osservati sono stati 10. L'uso di alotano riduce la mortalità?

a) Formulare il sistema d'ipotesi

b) A quali conclusioni si giunge, fissato un livello α=0.05

c) Si calcoli il *p*-value

d) Si calcoli l'intervallo di confidenza al 90%

Esercizio 3

Ci si chiese se nei pazienti dializzati cronici era possibile ridurre il rischio di trombosi somministrando una piccola dose giornaliera di aspirina. Per tal motivo si condusse una sperimentazione clinica che arruolò 44 pazienti di cui 19 vennero trattati, mentre ai rimanenti 25 venne somministrato un placebo. Dei 19 trattati 6 svilupparono dei trombi, mentre tra i non tratti i casi furono 18. Si può affermare che l'aspirina è risultata un trattamento efficace nella riduzione dei trombi?

Esercizio 5

Si vuole valutare l'efficacia di un trattamento per combattere la ritenzione idrica in donne che fanno uso di contraccettivi orali.

E' stato considerato un campione di 100 di donne che usano anticoncezionali orali da minimo 6 mesi e massimo un anno. Ciascuna donna e' stata casualmente associata ad un braccio di trattamento (trattamento in studio o placebo). n_t=52 donne sono state allocate al trattamento in studio, n_c=48 al placebo. Dopo un mese di trattamento, 21 delle 48 donne allocate al placebo e 13 delle 52 donne allocate al trattamento in studio presentavano ritenzione idrica.

Definire il sistema d'ipotesi per saggiare l'ipotesi che l'effetto del trattamento non differisca dall'effetto del placebo, verso un'opportuna alternativa. Calcolare la statistica test con α=0.05 e un opportuno intervallo di confidenza

Esercizio 6

In uno studio sulla diffusione della talessemia major si vuole valutare se negli individui residenti nei comuni appartenenti al delta del Po vi sia una maggiore frazione di portatori della malattia rispetto alla frazione osservata entro i confini cittadini delle città di Rovigo e Ferrara.

Da una vasta indagine svolta nelle città di Ferrara e Rovigo si evince una probabilità di essere talessemico pari a 0.08. In un campione n=200 di individui residenti nei comuni appartenenti al delta del Po sono stati osservati 25 portatori della malattia

Verificare l'ipotesi nulla di uguaglianza della probabilità di essere portatori di talassemia major verso l'opportuna alternativa, mediante un test ad un livello di significatività α=0.05. Calcolare un opportuno intervallo di confidenza.

Esercizio 7

Una ditta farmaceutica asserisce che un suo farmaco è efficace nel 90% dei casi. In un campione di 200 persone che lo hanno usato, il farmaco si è rivelato efficace in 160 casi. Stabilire se l'affermazione della ditta farmaceutica è legittima con un livello di significatività pari ad α=0.01.

$$\begin{cases} H_0 : \pi = 0.90 \\ H_1 : \pi < 0.90 \end{cases}$$

n=200 $\quad$ p_t=160/200=0.80

$$z = \frac{p - \pi_0}{\sqrt{\pi_0 (1-\pi_0)/n}} = \frac{0.80 - 0.90}{\sqrt{0.90 \cdot 0.10/200}} = \frac{-0.10}{\sqrt{0.09/200}} =$$

$$= \frac{-0.10}{\sqrt{0.00045}} = \frac{-0.10}{0.021} = -4.76$$

Con α=0.01 la soglia sarà z=-2.33. Il valore della statistica test è inferiore alla soglia definita, pertanto rifiuto H_0.

Esercizio 8

Due gruppi di 100 persone, tutte sofferenti della stessa malattia, partecipano ad uno studio per la sperimentazione di un nuovo farmaco. Al gruppo A viene somministrato il farmaco, al gruppo B un placebo. Si osserva che nei due gruppi guariscono rispettivamente 78 e 65 persone. Verificare l'ipotesi nulla di uguaglianza delle probabilità di guarigione verso l'opportuna alternativa, mediante un test ad un livello di significatività α=0.05 e =0.01. Cosa si conclude?

p_A= 78/100 = 0.78 $\quad$ p_B= 65/100 = 0.65

p= (78+65)/200 = 0.715

$$\begin{cases} H_0 : \pi_A = \pi_B \\ H_1 : \pi_A > \pi_B \end{cases}$$

$$z = \frac{p_A - p_B}{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})(1/n_A + 1/n_B)}} = \frac{0.78 - 0.65}{\sqrt{0.715(1-0.715)\left(\frac{1}{100} + \frac{1}{100}\right)}} =$$

$$= \frac{0.13}{\sqrt{0.203775 \cdot 0.02}} = \frac{0.13}{\sqrt{0.0040755}} = \frac{0.13}{0.0638} = 2.04$$

Esercizio 8bis

Risolvere il problema precedente nel caso in cui ogni gruppo è composto da 200 persone e ne guariscono rispettivamente 156 e 130.

p_A= 156/200 = 0.78 $\quad$ p_B= 130/200 = 0.65

p= (156+130)/400 = 0.715

$$\begin{cases} H_0 : \pi_A = \pi_B \\ H_1 : \pi_A > \pi_B \end{cases}$$

$$z = \frac{p_A - p_B}{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})(1/n_A + 1/n_B)}} = \frac{0.78 - 0.65}{\sqrt{0.715(1-0.715)\left(\frac{1}{200} + \frac{1}{200}\right)}} =$$

$$= \frac{0.13}{\sqrt{0.203775 \cdot 0.01}} = \frac{0.13}{\sqrt{0.00203775}} = \frac{0.13}{0.04514} = 2.88$$

Aumentando l'ampiezza dei campioni, possiamo aumentare l'affidabilità della decisione