Esercitazione 12 Dicembre 2019

- Media e deviazione standard
- Probabilità
- Test diagnostico
- Gaussiana
- Distribuzione media campionaria
- Intervallo di confidenza
- Test

Esercizio 1

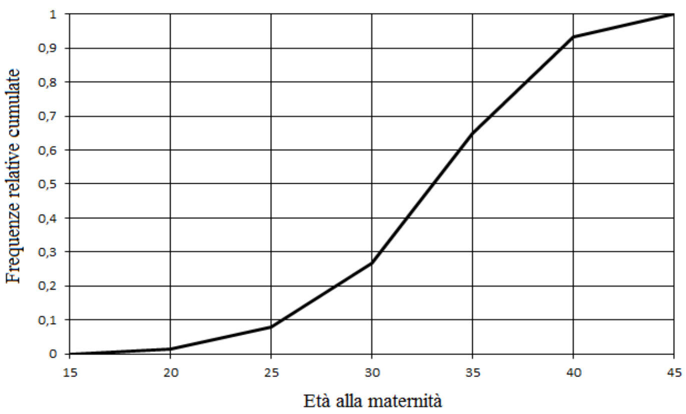
La tabella seguente riporta la distribuzione della variabile X = 'età al parto delle donne che hanno partorito nel 2005 nel comune di Roma' (fonte: Istituto Superiore di Sanità).

Età al parto	f(x)	p(x)
[15, 20)	354	0.014
[20, 25)	1727	0.066
[25, 30)	4849	0.186
[30, 35)	9979	0.383
[35, 40)	7391	0.284
[40, 45)	1759	0.068
Totale	26059	1

a) Calcolare la media campionaria dell'età al parto
b) Calcolare la deviazione standard dell'età al parto

Esercizio 1

c) Utilizzando il grafico individuare, approssimativamente, il valore del I, II e III quartile



Soluzioni

a)
Media =
(354*17.5+1727*22.5+4849*27.5+9979*32.5+7391*37.5+1759*42.5) / 26059
= 32.79625

b)
Varianza = (354*(17.5-32.8)^2+1727*(22.5-32.8)^2+4849*(27.5-32.8)^2+9979*(32.5-32.8)^2+7391*(37.5-32.8)^2+1759*(42.5-32.8)^2) / 26058 = 731963.3/26058
= 28.08977
Deviazione standard = √(28.08977) = 5.299978

c)
I quartile ~ 29
II quartile ~ 33
III quartile ~ 37

Esercizio 2

La seguente tabella mostra il numero di uomini rimasti vivi dopo ogni decade a partire da un gruppo di 1000 nati (tabella di sopravvivenza)

età	n. sopravissuti
0	1000
10	959
20	952
30	938
40	920
50	876
60	758
70	524
80	211
90	22
100	0

1) Qual è la probabilità che un individuo scelto a caso sopravviva fino a 10 anni?

2) Qual è invece la probabilità che un individuo muoia prima dei 10 anni?

3) Qual è la probabilità che un individuo di 60 anni sopravviva fino a 70?

4) Qual è la probabilità che due individui di 60 anni sopravvivano fino a 70?

5) Se abbiamo 100 individui di 60 anni, quanti di essi ci aspettiamo che raggiungano i 70 anni?

Soluzioni

1)	959/1000=	0.959	
2)	1-0.959=	0.041	(evento complementare)
3)	524/758=	0.691	
4)	0.691*0.691=	0.478	(eventi indipendenti)
5)	100*0.691=	69	

Esercizio 3

Media e deviazione standard della pressione arteriosa sistolica per gruppi di età (valori espressi in mmHg)

Età (yr)	Media	SD	Livello limite
1-14	105,0	5,0	115,0
15-44	125,0	10,0	140,0

Ammettiamo cha la PAS abbia una distribuzione normale e che le persone con valori di PAS superiori al limite dichiarato per gruppo di età siano definite ipertese.

a) Qual è la proporzione degli ipertesi nel gruppo di età tra 1 e 14 anni ? Quale nel gruppo di età tra 15 e 44 anni ?

b) Supponendo che i soggetti tra 1 e 14 anni siano il 20% della popolazione, che proporzione di ipertesi mi aspetto di trovare?

c) Estraendo a caso 100 soggetti di età 15-44 qual è la probabilità che la media di PAS sia tra 123 e 127?

Soluzioni

a) Standardizzando, per x=115 ottengo

$$z = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{115,0-105,0}{5,0} = 2,00$$

Pr(*z*>2,00)=0,0228

Il **2,3%** dei bambini tra 1 e 14 anni è iperteso

Per x=140 ottengo

$$z = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{140,0-125,0}{10,0} = 1,50$$

Pr(*z*>1,50)=0,0668

Il **6,7%** dei soggetti tra 15 e 44 anni è iperteso

Soluzioni

b) P(1-14)*P(iperteso|1-14)+P(15-44)P(iperteso|15-44)=
=0,2*0,0228+0,8*0,0668=0,058

Il **5,8%** dei soggetti (1-44 anni) è iperteso

c) $z1=(123-125)/(10/\sqrt{100})=-2$
$z2=(127-125)/(10/\sqrt{100})=2$

$P(-2<Z>2)=1-0,02275-0,02275=0,9545$

In un campione di 100 soggetti tra i 15-44 anni la media di PAS sarà compresa tra 123 e 127 mmHg il 95% delle volte

Esercizio 4

Si considerino 100000 individui asintomatici, di cui 10000 affetti da malattia (M+).

Per diagnosticare la malattia utilizziamo un test che ha **Se=Sp=90%**

1. Calcolare il numero di **veri positivi** e **falsi positivi**.

   Qual è la probabilità che un individuo sia malato in presenza di un test positivo?

2. Qual è la **prevalenza** della malattia?
3. Qual è la **prevalenza** di malattia **misurata** dal test?

Risposte

	M+	M-	
T+	a	b	a+b
T-	c	d	c+d
	a+c	b+d	n

1) I veri positivi sono 9000, i falsi positivi sono 9000 e il VPP=0.5
2) La prevalenza di malattia è 0.10
3) La prevalenza di malattia misurata dal test è 0.18

	M+	M-	
T+	9000	9000	18000
T-	1000	81000	82000
	10000	90000	100000

Esercizio 5

Un marcatore X ha distribuzione Gaussiana. Per la popolazione dei soggetti *affetti* da una patologia P, la distribuzione di X ha $\mu=20$ e $\sigma=2$. Il marcatore X è utilizzato per diagnosticare la patologia P (valori alti indicano presenza di malattia).

a)Quale soglia per X è necessario utilizzare per avere una sensibilità pari a 0.8?

b)La distribuzione di X per la popolazione dei soggetti *sani* ha una media inferiore a quella dei soggetti malati, ed ha la stessa deviazione standard. Utilizzando la soglia ricavata al punto a) si ottiene una specificità pari a 0.75. Qual è la media della popolazione dei soggetti *sani*?

c)Il test diagnostico è utilizzato su un campione di 800 soggetti estratti da una popolazione in cui la prevalenza della patologia P è pari al 40%. Quanti soggetti falsi positivi ci si attende di trovare nel campione?

Risposte

- SENSIBILITÀ: 0.8 = P (test positivo | malato) = P[Z>(x*-20)/2] → per X è necessario utilizzare la soglia (x*-20)/2 = - 0.84 → x* = 18.32.

- SPECIFICITÀ: P (test negativo | sano) = (18.32-media)/2 = 0.67 → media=(18.32-0.67*2)= 16.98.

- → : ci si attende di trovare 120 soggetti falsi positivi.

FP=n*P(T+∩M-)=n*P(M-)P(T+|M-)=800*0.6*0.25=120

Esercizio 6

Il peso medio alla nascita (in ettogrammi) di 15 neonati è risultato di 30.9 hg. La deviazione standard (nota) è di 2.9 hg.

Calcolare l'intervallo di confidenza al 95% della media del peso alla nascita.

$$30.9 \pm 1.96\frac{2.9}{\sqrt{15}}$$

$$30.9 \pm 1.47$$

$$IC95\% = [29.43; 32.37]$$

Siamo confidenti al 95% nel dire che entro i limiti 29.43 e 32.27 hg è compreso il vero valore del peso medio alla nascita.

Esercizio 7

Per valutare l'effetto di un colluttorio a base di fluoro per ridurre l'ipersensibilità dentale Yates et al (2004) hanno misurato il grado di dolore in risposta ad uno stimolo con acqua fredda tramite una scala VAS (scala visiva analogica) su 45 soggetti. La misurazione è stata fatta al reclutamento e dopo 1 mese di assunzione del colluttorio (2v/die). La media della differenza (post-pre) di punteggio VAS tra le due misurazioni è risultata -5.84 con una deviazione standard di 18.2.

a) Verificare se il colluttorio ha ridotto la sensibilità dentale con un opportuno test (α=0.05).
b) Successivamente, hanno effettuato lo stesso esperimento su altri 45 soggetti a cui hanno dato un colluttorio di aspetto e colore identico al precedente ma senza fluoro (placebo), trovando una differenza media di -5.58 con una deviazione standard di 20.1.

Verificare con un opportuno test se i due colluttori hanno un diverso effetto sulla sensibilità dentale. Commentare

Risposte

$$\begin{cases} H_0 : \delta_F = 0 \\ H_1 : \delta_F < 0 \end{cases} \qquad t = \frac{-5.84}{18.2/\sqrt{45}} = -2.15$$

Poiché il -2.15<-1.64, c'è evidenza che il colluttorio al fluoro riduca l'ipersensibilità dentale.

$$\begin{cases} H_0 : \delta_F = \delta_P \\ H_1 : \delta_F \neq \delta_P \end{cases} \qquad s_p^2 = \frac{(45-1)\cdot 18.2^2 + (45-1)\cdot 20.1^2}{45+45-2} = 367.63$$

$$\Rightarrow s_p = \sqrt{367.63} = 19.2$$

$$t = \frac{-5.84-(-5.58)}{19.2*\sqrt{\left(\frac{1}{45}+\frac{1}{45}\right)}} = \frac{0.26}{3.36} = -0.077$$

Poiché il -0.077 cade nella zona di accettazione di H0 (-1.96;+1.96) non c'è evidenza di differenza tra l'effetto del colluttorio con il fluoro e senza nel ridurre l'ipersensibilità dentale