

Matematica

Esempio esame – Unità 1-6

Giuseppe Vittucci Marzetti*

Dipartimento di Sociologia e Ricerca Sociale
Università degli Studi di Milano-Bicocca
Corso di Laurea in Scienze dell'Organizzazione

Novembre 2018

1. *Esercizio.* Considera tre insiemi, A , B e C , non *disgiunti* e tali che $A \cap B \cap C \neq \emptyset$. Utilizzando i *diagrammi di Venn* mostra:

- (a) (1 punto) $B \cap C$
- (b) (1 punto) $A \setminus (B \cap C)$
- (c) (1 punto) $A \setminus B$
- (d) (1 punto) $(A \setminus B) \cup (A \setminus C)$

2. (3 punti) *Esercizio.* Stabilire se la funzione reale di variabile reale:

$$f(x) = \sqrt{x+2}$$

è *iniettiva* nel suo insieme di definizione e, in caso affermativo, determinarne l'inversa e disegnare il grafico delle due funzioni.

3. (2 punti) *Esercizio.* Data la funzione $f : A \subseteq \mathcal{R} \mapsto \mathcal{R}$:

$$f(x) = x^2$$

determinare, se possibile, la funzione composta $f[f(x)]$.

4. *Esercizio.*

- (a) (3 punti) Determina l'equazione della *parabola* (con asse di simmetria parallelo all'asse y) passante per il punto di coordinate $(x_1, y_1) = (1, 0)$ ed avente *vertice* nel punto di coordinate $(x_2, y_2) = (4, -9)$ e disegna il grafico della funzione.
- (b) (2 punti) Calcola le *radici* reali (o *zeri*) dell'*equazione di secondo grado* individuata al punto (a).
- (c) (3 punti) Sia $f(x)$ la funzione reale di variabile reale identificata dall'equazione della parabola individuata al punto (a). Definisci la funzione $|f(x)|$ e disegnane il grafico.

*Dipartimento di Sociologia e Ricerca Sociale, Università degli Studi di Milano-Bicocca, Via Bicocca degli Arcimboldi 8, Milano, MI 20126, Italy, E-mail: giuseppe.vittucci@unimib.it

- (d) (3 punti) Considerando la funzione definita al punto precedente, risolvi la seguente *disequazione con valore assoluto*:

$$|f(x)| < 5$$

e mostra le soluzioni nel grafico precedente.

5. *Esercizio*. Sia data la seguente funzione reale di variabile reale ($f : \mathcal{R} \mapsto \mathcal{R}$).

$$f(x) = \frac{x+1}{x-2}$$

- (a) (2 punti) Determina l'*insieme di definizione* (o *campo di esistenza*) della funzione.
(b) (3 punti) Disegna il grafico della funzione.
(c) (3 punti) Calcola i valori di x per cui i valori restituiti da $f(x)$ siano maggiori o uguali a 2, ovvero:

$$\frac{x+1}{x-2} \geq 2$$

e individua l'insieme delle soluzioni nel grafico al punto precedente.

6. *Esercizio*.

- (a) (2 punti) Disegna su uno stesso piano cartesiano i grafici delle funzioni:

$$\begin{aligned}y &= x \\ y &= \sqrt{x+1}\end{aligned}$$

- (b) (3 punti) Risolvi la seguente *disequazione irrazionale*:

$$x < \sqrt{x+1}$$

7. (3 punti) *Esercizio*. Risolvi la seguente *equazione logaritmica*:

$$\log_2(2-x) = \log_{\frac{1}{2}}(1+x)$$

8. (3 punti) *Problema*. Supponi che i ricavi della tua società siano aumentati del 50% in 11 anni. Calcola il tasso di crescita annuale (g) sotto l'ipotesi che questo sia rimasto costante nel corso di questi anni (i ricavi sono cresciuti di una percentuale costante ogni anno).
9. *Problema*. Supponi che i costi che la tua società affronta per produrre un determinato prodotto abbiano una componente fissa (che non dipende dalla produzione), pari a 1000 euro al mese, e una componente variabile, pari a 2 euro per ogni unità prodotta.

Inoltre, assumi che il prezzo a cui riesci a vendere i tuoi prodotti (p) sia una funzione decrescente della quantità. In particolare, assumi che il prezzo decresca linearmente con la quantità venduta mensilmente (x) secondo questa relazione:

$$p(x) = 530 - 16x$$

- (a) (3 punti) Rappresenta graficamente sullo stesso piano il costo per unità – il costo medio, c – in funzione delle unità prodotte (x) e il prezzo di vendita (p) sempre in funzione delle unità prodotte.

- (b) (3 punti) Calcola il numero di unità che l'impresa deve produrre per non andare in perdita.
10. *Problema.* Supponi che in un piccolo paese risiedano 15 mila persone. Qual è il tempo necessario perché la popolazione si dimezzi se ogni anno il numero di residenti nel paese diminuisce:
- (a) (3 punti) di 150 persone?
- (b) (3 punti) del 2%?
11. (3 punti) *Problema.* Assumi che le tue entrate siano attualmente il doppio delle tue uscite. Se si assume che ogni anno le entrate diminuiscono del 3%, mentre le uscite aumentano del 1%, dopo quanti anni le uscite supereranno le entrate?
12. (3 punti) *Problema.* Prima della partita Gianni aveva il triplo delle figurine di Lisa. Durante la partita, Gianni ha perso $\frac{2}{3}$ delle sue figurine a favore di Lisa, e alla fine il numero delle figurine di Lisa supera di 12 il numero delle figurine di Gianni. Calcola il numero di figurine a disposizione di Gianni e Lisa prima della partita.