

# Matematica

## Esempio esame – Unità 7

Giuseppe Vittucci Marzetti\*

Dipartimento di Sociologia e Ricerca Sociale  
Università degli Studi di Milano-Bicocca  
Corso di Laurea in Scienze dell'Organizzazione

Novembre 2018

1. *Esercizio.* Quante sono le password diverse di 5 caratteri che si possono ottenere utilizzando le 26 lettere dell'alfabeto latino e le 10 cifre del sistema numerico decimale
  - (a) (2 punti) in un sistema non *case sensitive* (non sensibile alle maiuscole)?
  - (b) (2 punti) in un sistema *case sensitive* (sensibile alle maiuscole)?
  - (c) (2 punti) in un sistema non *case sensitive* (non sensibile alle maiuscole) e che contengono al loro interno la parola “lisa”?
2. *Esercizio:* Calcola il numero di possibili anagrammi delle seguenti parole:
  - (a) (1 punto) “posteri”
  - (b) (1 punto) “posteriore”
3. (3 punti) *Esercizio.* Immagina di possedere dischi di 8 gruppi musicali. Per ciascuno di 5 di questi gruppi possiedi 4 album, mentre per i restanti 3 gruppi possiedi 6 album. Calcola in quanti modi puoi disporre i dischi su uno stesso scaffale:
  - (a) (2 punti) in un modo qualsiasi.
  - (b) (3 punti) in modo che gli album di uno stesso gruppo siano vicini e i gruppi siano ordinati in ordine alfabetico.
  - (c) (3 punti) in modo che gli album di uno stesso gruppo siano vicini.
4. (2 punti) *Esercizio.* Calcola il numero di modi in cui è possibile fare 6 canestri lanciando 20 volte la palla (es. 6 canestri nei primi 6 tiri e poi nessuno nei restanti 14; oppure nessun canestro nei primi due tiri, poi 3 canestri consecutivi, un canestro nel decimo tiro, e due canestri negli ultimi due tiri; ecc.).
5. *Esercizio.* Dati due insiemi  $A$  e  $B$  con cardinalità rispettivamente 8 e 10, calcola:
  - (a) (3 punti) il numero delle funzioni che è possibile definire aventi  $A$  come *insieme di definizione* e  $B$  come *codominio*.

---

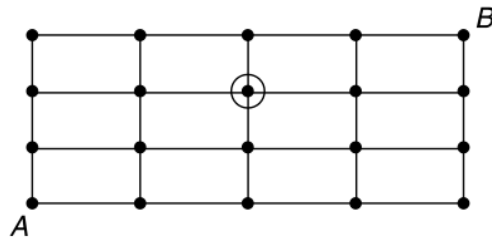
\*Dipartimento di Sociologia e Ricerca Sociale, Università degli Studi di Milano-Bicocca, Via Bicocca degli Arcimboldi 8, Milano, MI 20126, Italy, E-mail: giuseppe.vittucci@unimib.it

- (b) (3 punti) il numero delle funzioni definite al punto (a) che sono *iniettive*.  
 (c) (2 punti) il numero delle funzioni definite al punto (a) che sono *suriettive*.  
 (d) (2 punti) il numero delle funzioni definite al punto (a) che sono *biunivoche*.
6. (3 punti) *Esercizio*. Calcola il numero di soluzioni possibili dell'equazione:

$$n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = 50$$

dove  $n_1, n_2, n_3$  e  $n_4$  sono numeri interi positivi (strettamente maggiori di 0).

7. *Problema*: Considera la seguente griglia di punti.



Supponi che, partendo dal punto  $A$ , puoi muovere per ciascun passo solo a destra o in alto da un punto ad un altro; e continui a muovere fino a quando non è raggiunto il punto  $B$ .

- (a) (3 punti) Quanti percorsi differenti da  $A$  a  $B$  sono possibili?  
 (*Suggerimento*: Per andare da  $A$  a  $B$  devi necessariamente fare 4 passi a destra e 3 passi in alto; di fatto, ciascun possibile ordine di 4 passi a destra e 3 passi in alto identifica un percorso differente.)
- (b) (3 punti) Qual è il numero di percorsi da  $A$  a  $B$  che passano per il punto cerchiato in figura?
- (c) (2 punti) Assumendo che ciascun percorso da  $A$  a  $B$  sia equiprobabile, qual è la probabilità che un percorso da  $A$  a  $B$  passi per il punto cerchiato?
8. *Esercizio*. 5 ragazzi e 10 ragazze sono disposti in riga in modo casuale.
- (a) (2 punti) Calcola il numero di tutti i possibili ordinamenti.  
 (b) (3 punti) Calcola la probabilità che l' $i$ -esima in riga sia una particolare ragazza.  
 (c) (3 punti) Calcola la probabilità che l' $i$ -esima in riga sia una ragazza.
9. *Problema*. Prese 40 persone a caso dalla popolazione (ed escludendo la possibilità che qualcuna di queste persone sia nata il 29 febbraio di un anno bisestile), qual è la probabilità che:
- (a) (3 punti) nessuna di queste sia nata nello stesso giorno dell'anno?  
 (b) (2 punti) almeno due di queste persone siano nate nello stesso giorno dell'anno?
10. *Problema*. Considera un mazzo di carte da poker, in cui si hanno 13 carte – 2, 3, ..., 10, J, Q, K, A (Asso) – per ognuno dei 4 semi ( $\spadesuit, \clubsuit, \heartsuit, \diamond$ ), per un totale di 52 carte.
- (a) (2 punti) Calcola il numero dei possibili “punti del poker”, cioè le combinazioni di carte ottenibili prendendo 5 carte dalle 52 del mazzo.

- (b) (3 punti) Calcola il numero di casi possibili in cui le 5 carte estratte siano dello stesso seme.<sup>1</sup> E poi calcola la probabilità che questo avvenga se le 5 carte sono estratte in modo casuale dal mazzo.
- (c) (3 punti) Calcola la probabilità di pescare 4 assi su 5 carte estratte a caso dal mazzo (*poker d'assi* servito).
- (d) (3 punti) (\*) Calcola il numero dei casi in cui 3 delle 5 carte hanno lo stesso valore (sono cioè tutti assi, o 2, o 3, ecc.). Calcola la probabilità che questo accada pescando 5 carte a caso dal mazzo.<sup>2</sup>

---

<sup>1</sup>Questo è quello che nel gioco del poker si chiama *colore (flush)* servito. Di fatto in questo modo stiamo considerando anche i casi in cui si ha in mano una *scala a colore (straight flush)* o una *scala reale (royal flush)*.

<sup>2</sup>Questo è quello che nel gioco del poker si chiama *tris (three of a kind)* servito. In realtà, di fatto in questo modo stiamo considerando anche i casi in cui si abbia un *full (full house)*, ovvero tris e coppia.