

ESERCIZIO 1 Dire se la funzione è continua nell'intervallo dato e, nel caso non lo sia, determinare la natura dei punti di discontinuità:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2}{x^2 - 2x - 3} & \text{se } x < 0 \quad x \neq -1 \quad x \neq -2 \\ 3 & x = 0 \quad x = -1 \quad x = -2 \\ \sqrt{x^2 + 9} & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

ESERCIZIO 2 Calcolare i seguenti limiti:

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (5x - 2x^2)$
2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1 + \sqrt{x})(e^{\frac{2}{x}} - 2)$
3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{x}}{x^2 + 1}$
4. $\lim_{x \rightarrow 0^-} (5 + \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} - \frac{1}{x})$
5. $\lim_{x \rightarrow 1} (2 + x)^{3x}$
6. $\lim_{x \rightarrow 0^+} x(1 - \frac{2}{\log x})$

ESERCIZIO 3 Determinare gli asintoti della funzione:

$$f(x) = \frac{x^2 + x}{x - 3}$$

ESERCIZIO 4 Stabilire se la relazione:

$$a_n = o(b_n) \quad \text{per } n \rightarrow \infty \text{ è vera essendo } a_n = \log(1 + n) \text{ e } b_n = \frac{1}{\sqrt{n}}$$

ESERCIZIO 5 Calcola la derivata prima delle seguenti funzioni:

- a) $f(x) = 6x + 4$
- b) $f(x) = x^3 + x + \sqrt{x}$
- c) $f(x) = \log_3 x + 3^x$
- d) $f(x) = 2x - \sqrt[3]{x}$

e) $f(x) = \sqrt{4x + 1}$

f) $f(x) = e^{3x+1}$

ESERCIZIO 6 Calcola le prime tre derivate delle seguenti funzioni:

a) $f(x) = \log(x^2 + 1)$

b) $f(x) = e^{2x^2}$

ESERCIZIO 7 Calcola i seguenti limiti utilizzando il Teorema di De L' Hopital:

1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x + \log x}{2x + 1}$

2) $\lim_{x \rightarrow 2} (3 - x)^{\frac{1}{2-x}}$

3) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 \ln x$

ESERCIZIO 8 Scrivere lo sviluppo di Taylor arrestato al terzo ordine, con punto iniziale $x = 2$, di $f(x) = 5x^2 + 7x - 2$.