

Analisi avanzate della regressione: la mediazione (Cap. 7 e 5)

Marcello Gallucci

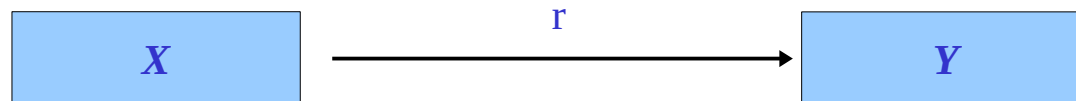
marcello.gallucci@unimib.it

AMD

Struttura delle relazioni

- ◆ La relazione più semplice che conosciamo è la correlazione fra due variabili

Modello 1

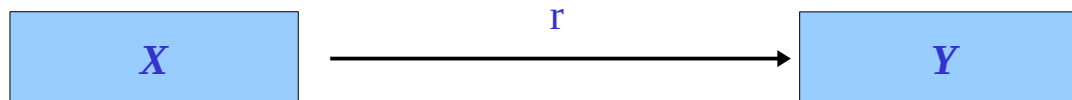


- ◆ Le due variabili si muovono insieme: al cambiare dei valori di X cambiano (in media) i valori di Y
- ◆ X è un predittore di Y: sapendo i valori di X possiamo stimare i valori di Y
- ◆ X ha un effetto su Y: modificando i valori di X possiamo modificare i valori di Y

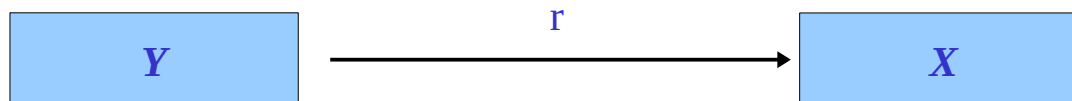
Struttura causale delle relazioni

- X ha un effetto su Y: modificando i valori di X possiamo modificare i valori di Y (*)

Modello 1



Modello 1b



- Una relazione statistica non prova mai una relazione causale: l'ipotesi causale va giustificata con:

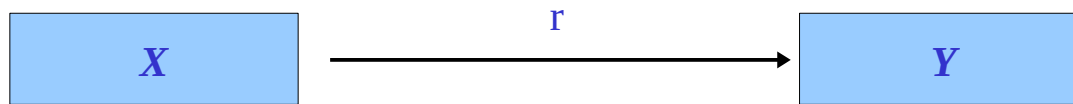
- Metodo sperimentale
- Metodi temporali (longitudinali)
- Teoria

Relazione Funzionale vs. Causa-effetto

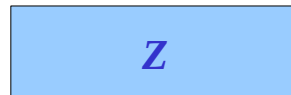
- ◆ Quando diciamo che una variabile ne “spiega” un’altra, intendiamo dire che stiamo cercando di stabilire una relazione **funzionale**
- ◆ Una relazione funzionale non e’ necessariamente una relazione di causa-effetto. La variabile “spiegata” varia in **funzione** della variabile che spiega ma **non** necessariamente quest’ultima e’ anche la *causa*
- ◆ Una relazione statistica non e’ necessariamente una relazione causale

Struttura delle relazioni

- ◆ Le relazioni possibili diventano più interessanti strutturalmente quando siamo in presenza di tre o più variabili

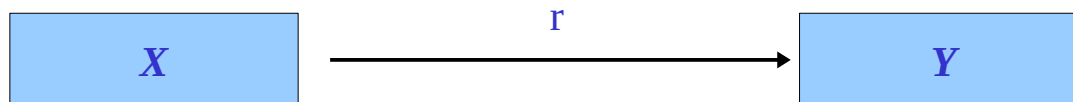


- ◆ Una terza variabile può **intervenire** in vari modi nella relazione tra una variabile indipendente (IV) ed una dipendente (DV)



Mediazione e Moderazione

- ◆ L'analisi della **mediazione** e l'analisi della **moderazione** servono a comprendere come una (o più) terze variabili intervengono nella relazione tra due (o più) variabili.

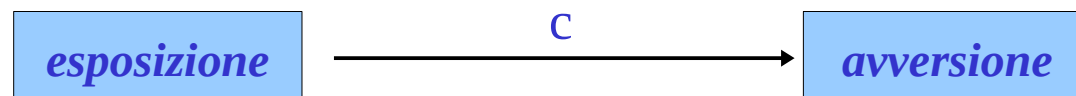


- ◆ Attengono cioè allo studio della **struttura delle relazioni**: come le relazioni tra X e Y sono influenzate da Z



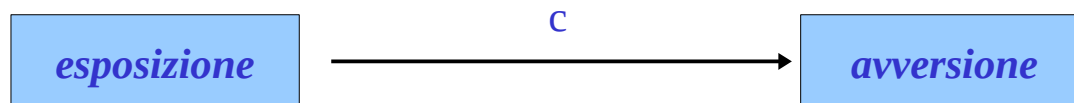
Esempio

- ◆ Supponiamo di voler testare se una campagna pubblicitaria abbia avuto effetto in quanto rende salienti i rischi associati al fumo.
- ◆ Abbiamo misurato *l'esposizione* alla campagna mediante un test di ricordo delle immagini e spot della campagna, *l'avversione* al fumo mediante questionario, la percezione del *rischio* associata al fumo, ed il *genere* dei partecipanti.
- ◆ Ipotesi iniziale: una maggiore esposizione alla campagna incrementa l'avversione al fumo



Capire meglio gli effetti

- ◆ Supponiamo di aver trovato una relazione tra *esposizione* e *avversione* .



- ◆ L'analisi (logica per ora) della **mediazione** e della **moderazione** ci aiutano a capire meglio questa relazione grazie all'intervento di altre variabili, cioè *rischio* (percezione dei rischi) e *genere* (sesso)

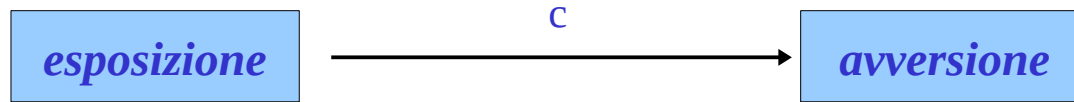
rischio



genere

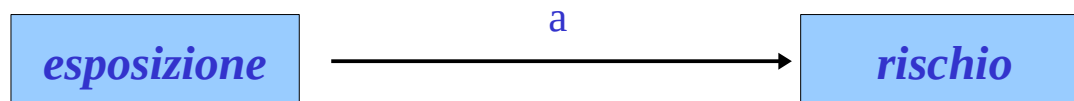
Esempio 1

- ◆ Supponiamo di aver trovato una relazione tra *esposizione* e *avversione*.



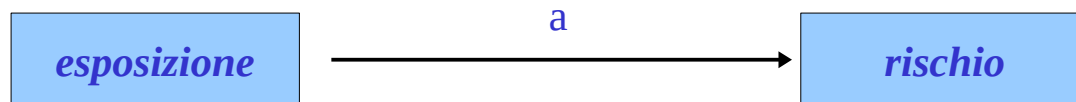
- ◆ Possiamo domandarci **perché** esposizione abbia un effetto su avversione

- ◆ Possiamo ipotizzare che coloro che sono stati maggiormente esposti sviluppino una maggiore percezione del rischio del fumo

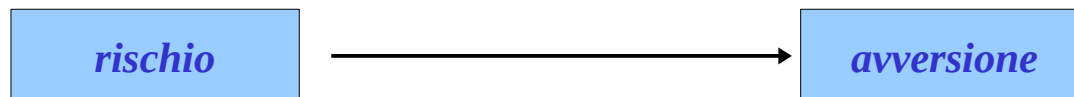


Quesito sul perchè

- ◆ Possiamo domandarci **perché** esposizione abbia un effetto su avversione
 - ◆ Possiamo ipotizzare che coloro che sono più esposti alla campagna sviluppino una percezione del rischio più alta

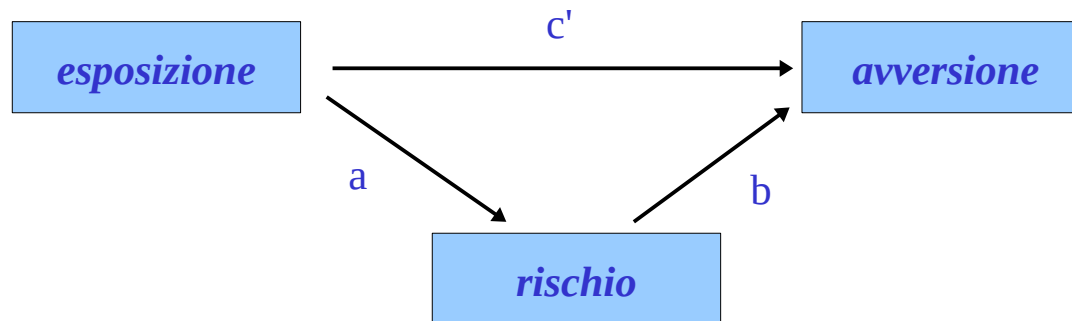


- ◆ E che avere una percezione maggiore implichi maggiore avversione al fumo



Esempio

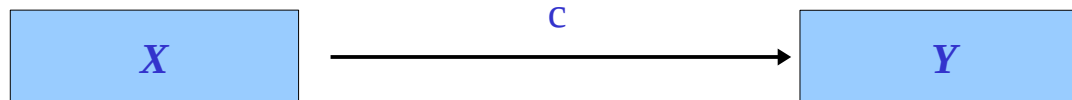
- ◆ E dunque, uno dei motivi per cui esposizione ha un effetto sull'avversione, è che esposizione aumenta la percezione del rischio (rischio), e la percezione del rischio aumenta l'avversione



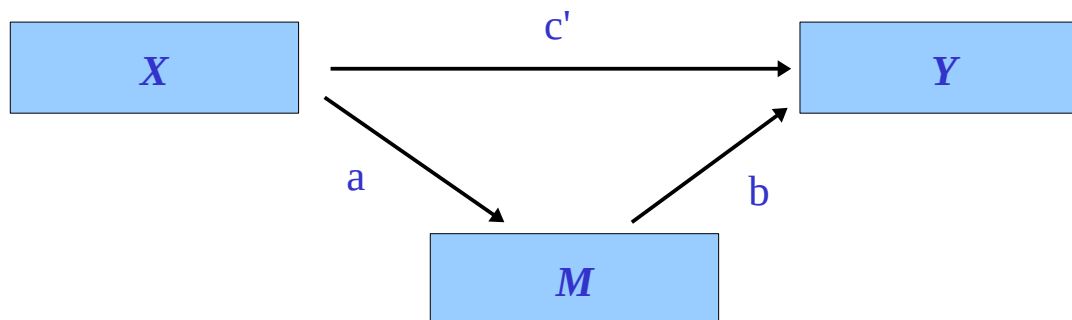
In generale

- ◆ In presenza di una relazione tra una IV (X) e una VD (Y), possiamo domandarci se uno dei motivi per cui osserviamo un effetto è l'intervento di una terza variabile M , che è responsabile (in parte o del tutto) dell'effetto originale

Modello 1



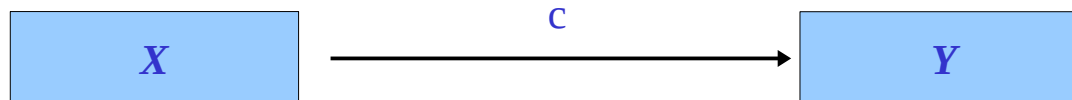
Modello 2



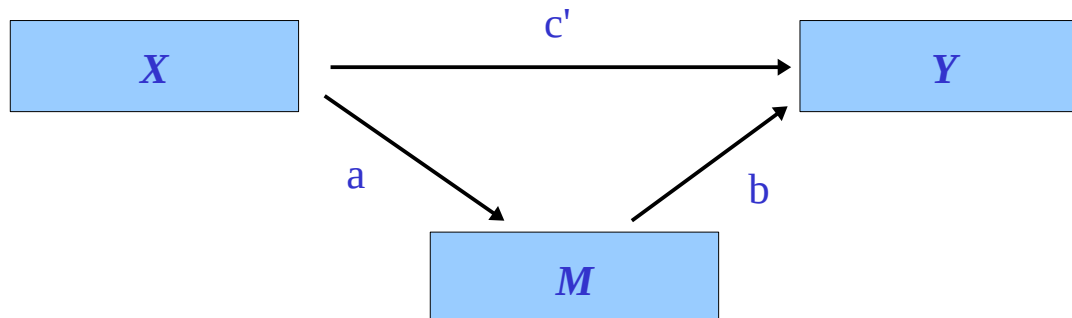
Modello di mediazione

- ◆ Il modello di mediazione (semplice) prevede che il **processo** per cui una variabile X ha un effetto su Y sia descrivibile come segue: X ha un effetto su M , M ha un effetto su Y , e perciò X ha un effetto su Y per via dell'intervento di M .

Modello 1



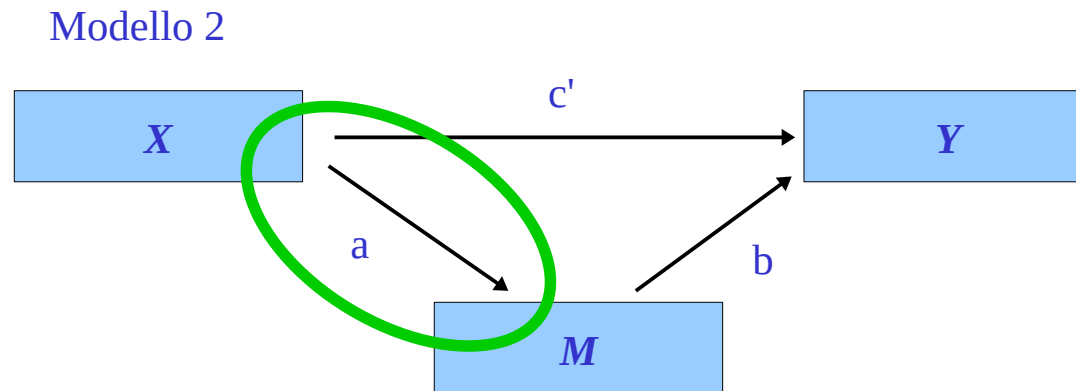
Modello 2



Caratteristiche del mediatore

◆ Il modello (logico) di mediazione regge se la variabile mediatore possiede alcune caratteristiche:

- ◆ **M deve poter essere causata (o almeno dipendere logicamente) da X**
La percezione del rischio deve poter essere influenzata dall'esposizione



Caratteristiche del mediatore

◆ Il modello (logico) di mediazione regge se la variabile mediatore possiede alcune caratteristiche:

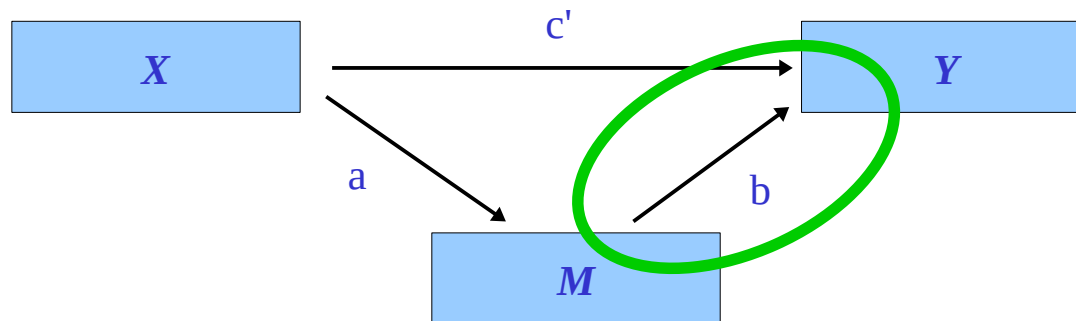
◆ **M deve poter causare (o almeno modificare logicamente) Y**

La percezione rischio deve poter far cambiare l'avversione

◆ **M deve poter causare Y indipendentemente da X**

La percezione rischio deve poter far cambiare l'avversione al netto dell'esposizione

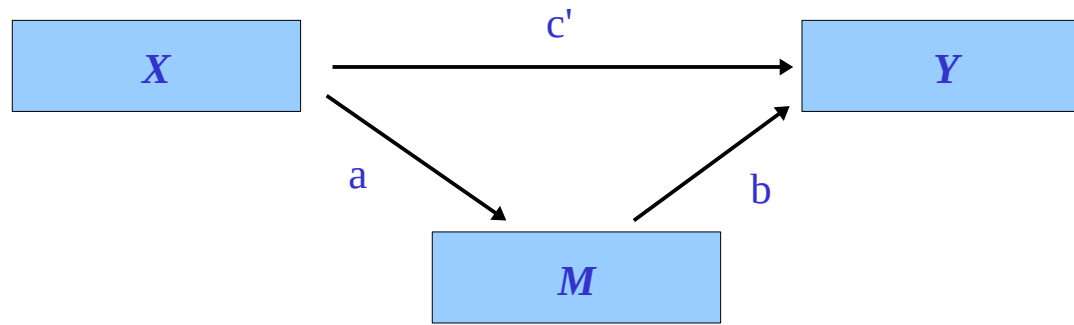
Modello 2



Mediazione

- ◆ Se queste caratteristiche sono rispettate (per ora solo logicamente), siamo in presenza di una variabile mediatore, e dunque di un valido modello di mediazione

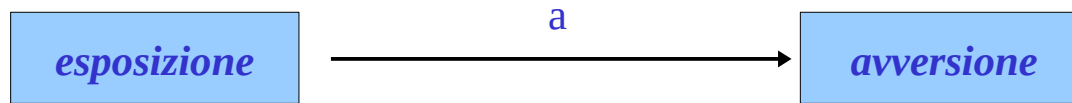
Modello 2



- ◆ L'effetto di mediazione sarà quella parte dell'effetto di X su Y che passa per M, cioè che è portato da X ad Y attraverso M

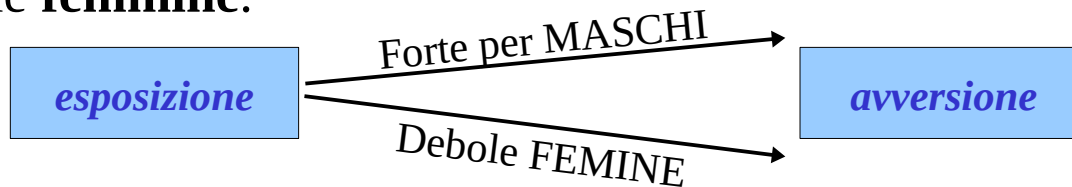
Quesito sul “chi”

- ◆ Possiamo anche domandarci **per chi, o in quali condizioni**, esposizione abbia un effetto su avversione



- ◆ Possiamo ipotizzare che l'effetto di esposizione non sia uguale per tutti, ma che sia più o meno forte a seconda del genere

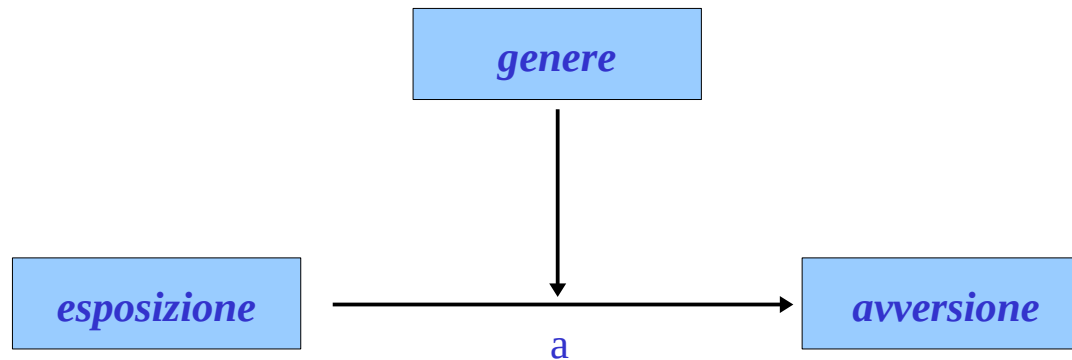
- ◆ Ad esempio che l'effetto di esposizione sia più forte per i **maschi**, e più debole per le **femmine**.



Moderazione

- ◆ Cioè ipotizziamo che l'effetto di esposizione su rischio **non sia uguale per tutti**, ma la sua intensità cambi (e.g. cresce) al variare di *genere*
- ◆ Ipotizziamo che l'effetto di X su Y varia per diversi livelli di M

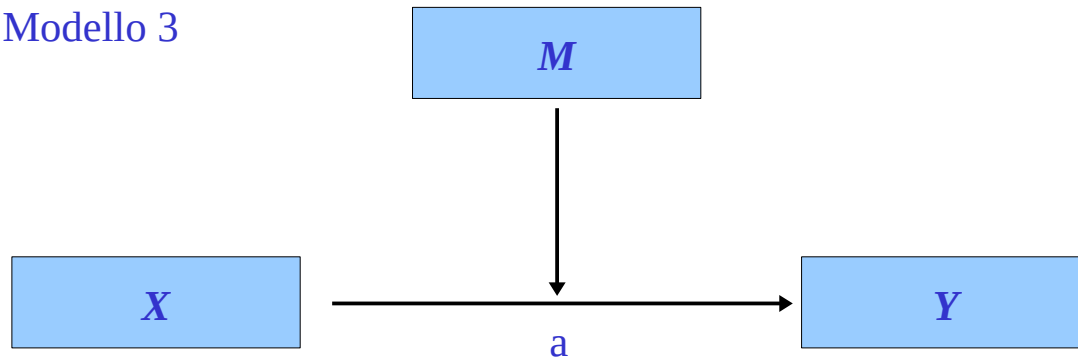
Modello 3



Moderazione

- ◆ Se l'intensità dell'effetto di X su Y cambia al variare dei livelli (valori) di un variabile M , diremo che M è un **moderatore** dell'effetto di X su Y , e che l'effetto di X su Y è **condizionale** ai valori di M

Modello 3

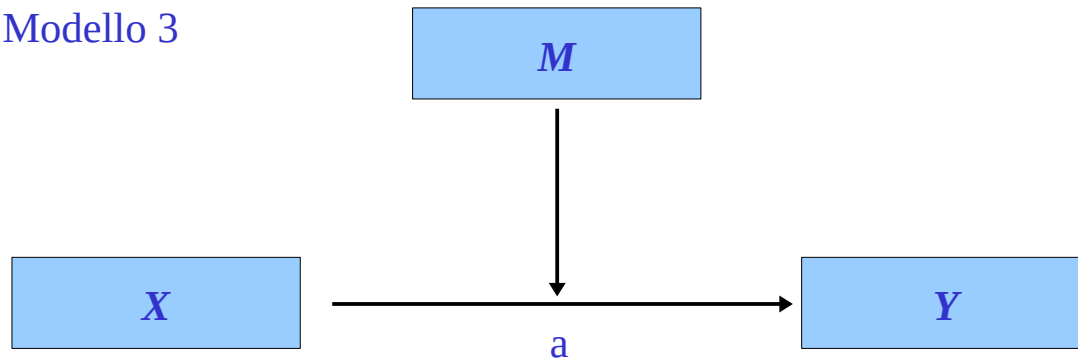


Caratteristiche del moderatore

◆ Il modello (logico) di moderazione regge se la variabile moderatore possiede alcune caratteristiche:

- ◆ **M deve poter cambiare l'intensità dell'effetto tra X e Y**
genere descrive persone differenti che possono essere più o meno sensibili al esposizione
- ◆ **M non è generalmente causato da X**
genere e non dipende dal esposizione

Modello 3



Mediazione vs Moderazione

- ◆ I due modelli teorici sono **molto differenti** ed (quasi sempre) mutualmente escludentesi

Mediatore

- * Risponde alla domanda: “perchè”
- * Deve essere causato da X
- * Non modifica l'effetto, lo assorbe

Moderatore

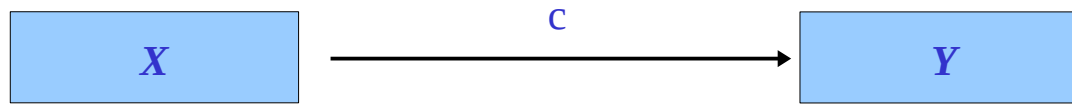
- * Risponde alla domanda: “chi”, “in quali condizioni”
- * Può essere indipendente da X
- * Modifica l'effetto

Analisi della mediazione statistica

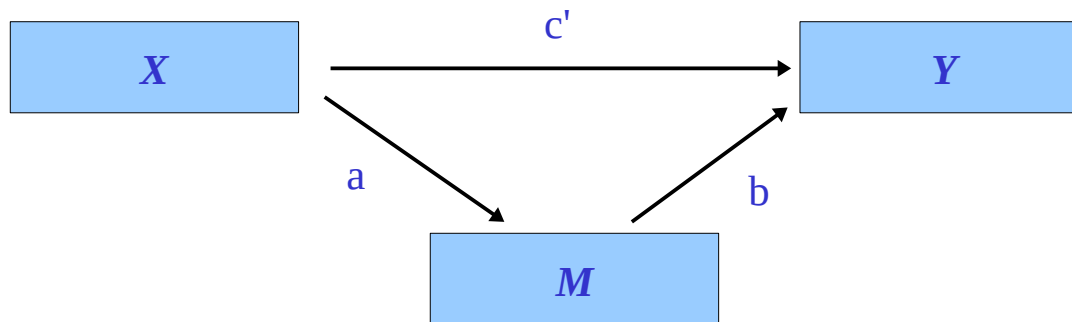
La mediazione

- ◆ In presenza di una relazione tra una IV (X) e una VD (Y), possiamo domandarci se uno dei motivi per cui osserviamo un effetto è l'intervento di una terza variabile M , che è responsabile (in parte o del tutto) dell'effetto originale

Modello 1



Modello 2



Esempio: SPSS

- ◆ Supponiamo di voler testare se una campagna pubblicitaria abbia avuto effetto in quanto rende salienti i rischi associati al fumo.
- ◆ Ipotesi: una maggiore esposizione alla campagna incrementa l'avversione al fumo in quanto rende salienti i rischi del fumo, e la salienza dei rischi aumenta l'avversione al fumo.

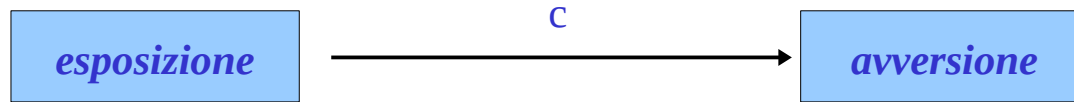
Descriptive Statistics

	N	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation
esposizione	100	.000	5.000	3.08531	.907278
rischio	100	10.000	100.000	50.15100	20.204487
avversione	100	-100.000	100.000	4.70400	33.899519
Valid N (listwise)	100				

Quesito sul perchè

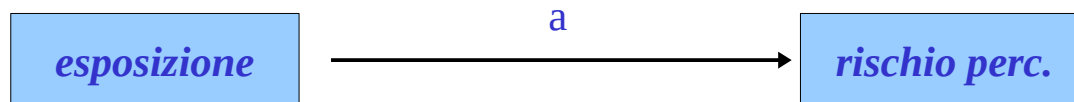
- ◆ Supponiamo di aver trovato una relazione tra *esposizione* e *avversione*.

Modello 1



- ◆ Per spiegare il **perché** *esposizione* abbia un effetto su *avversione*

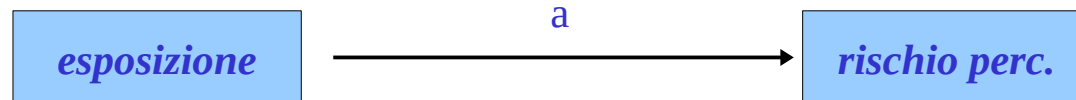
1) Possiamo ipotizzare che coloro che sono stati più esposti alla campagna (alti punteggi di *esposizione*), abbiano una maggiore consapevolezza dei rischi (alta *rischio perc.*)



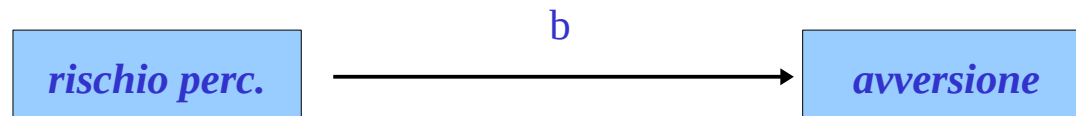
Quesito sul perchè

◆ Per spiegare il *perché* *esposizione* abbia un effetto su *avversione*:

2) Possiamo ipotizzare che coloro che sono stati più esposti alla campagna (alti punteggi di *esposizione*), abbiano una maggiore consapevolezza dei rischi (alta *rischio perc.*)

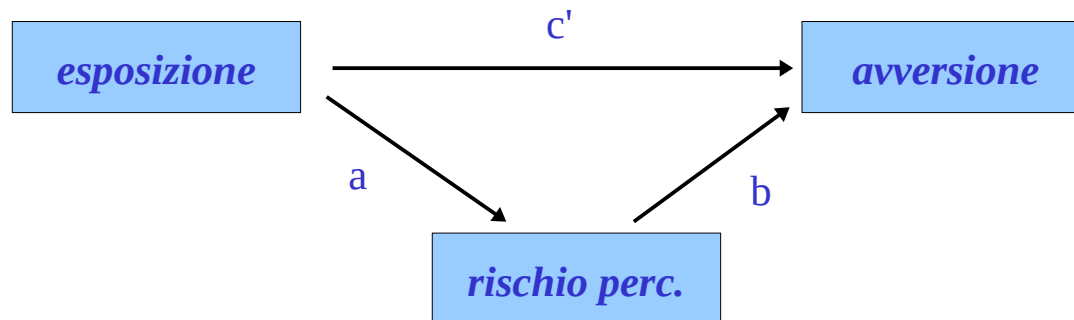


3) E che avere maggiore consapevolezza dei rischi porti a maggiore avversione



Esempio

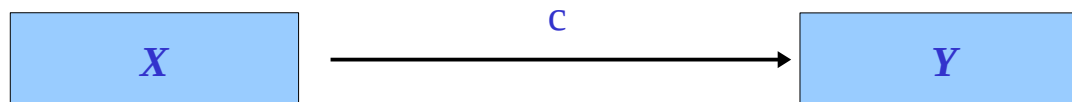
- ◆ E dunque, uno dei motivi per cui *esposizione* ha un effetto su *avversione*, è che *esposizione* influenza *rischio percepito*, e rischio percepito aumenta l'*avversione*



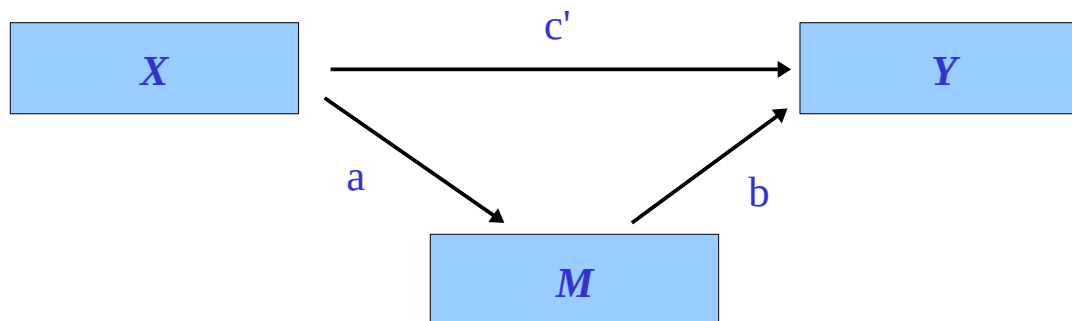
Modello di mediazione

- ◆ Il modello di mediazione (semplice) prevede che il **processo** per cui una variabile X ha un effetto su Y è descrivibile come segue: X ha un effetto su M , M ha un effetto su Y , e perciò X ha un effetto su Y per via dell'intervento di M .

Modello 1



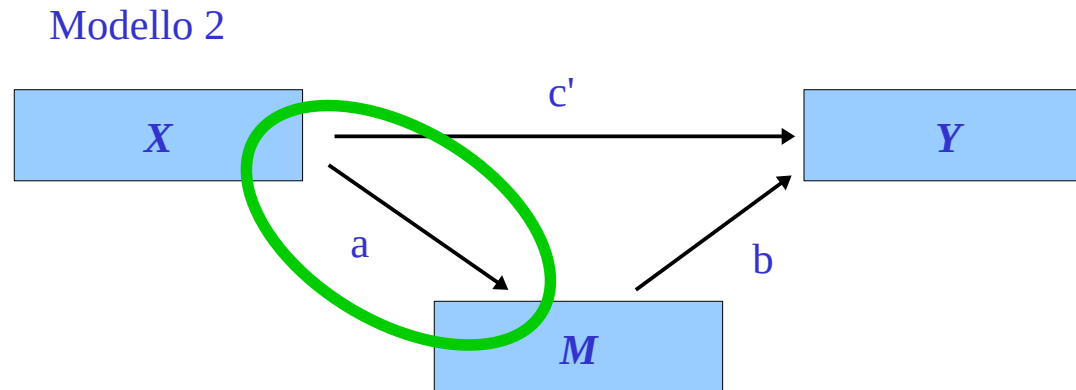
Modello 2



Caratteristiche del mediatore

● Il modello (logico) di mediazione regge se la variabile mediatore possiede alcune caratteristiche:

- **M deve poter essere causata (o almeno dipendere logicamente) da X**

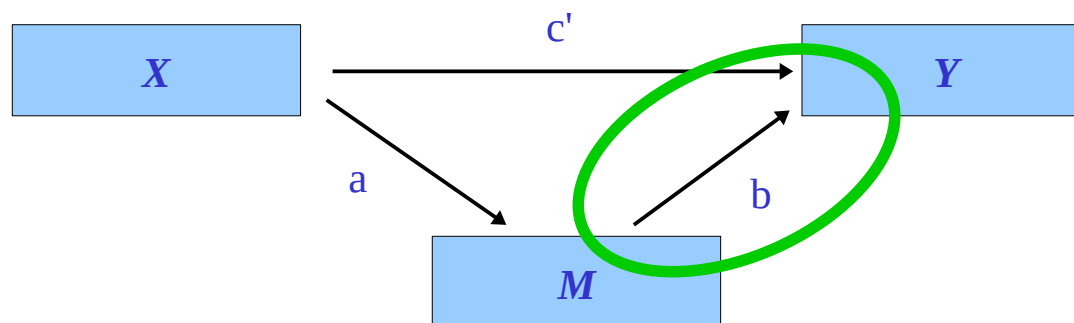


Caratteristiche del mediatore

● Il modello (logico) di mediazione regge se la variabile mediatore possiede alcune caratteristiche:

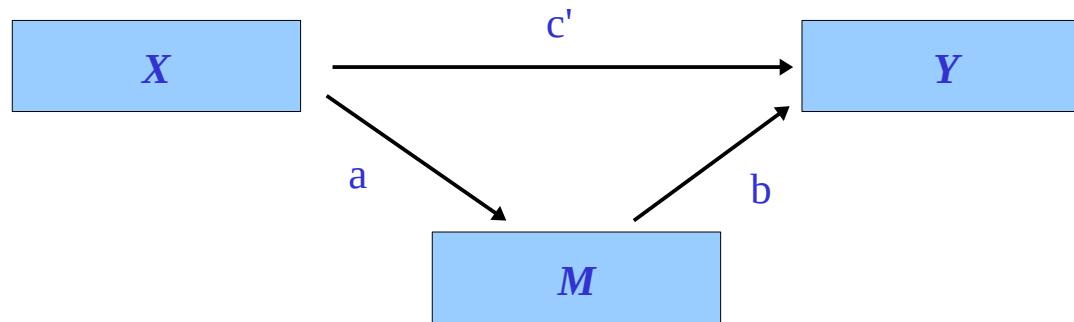
- **M deve poter causare (o almeno modificare logicamente) Y**
- **M deve poter causare Y indipendentemente da X**

Modello 2



Mediazione Statistica

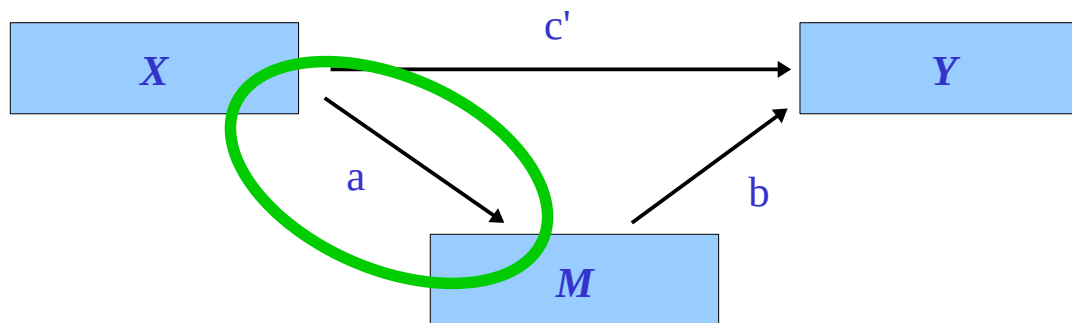
- Se queste caratteristiche sono logicamente, possiamo stimare gli effetti mediante una serie di regressioni e **quantificare** il modello



- La mediazione statistica stima e quantifica un modello di mediazione, ovviamente non è in grado di giustificarne la logica

Condizioni statistiche

- Il modello (statistico) di mediazione regge se si verificano le seguenti condizioni:
 - **X esercita un effetto non nullo sulla variabile mediatore M**
 - L'effetto si ottiene con un regressione semplice con X come IV e Y come DV
 - Il coefficiente che si ottiene deve essere non nullo



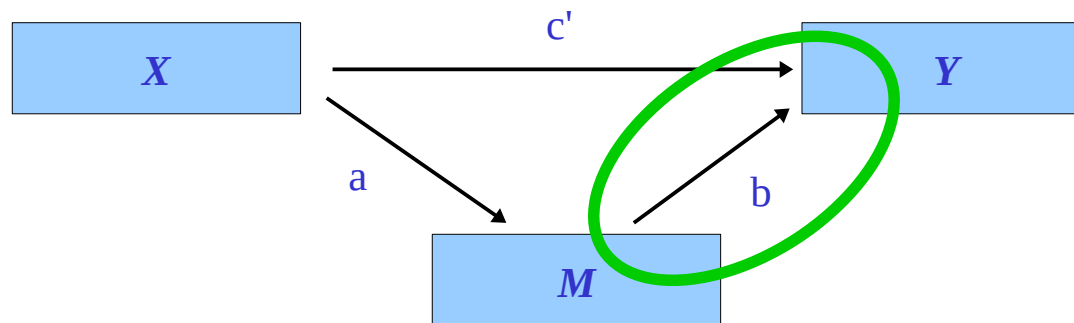
Condizioni statistiche

● Il modello (statistico) di mediazione regge se si verificano le seguenti condizioni:

- **M esercita un effetto non nullo su Y, tenendo costante X**

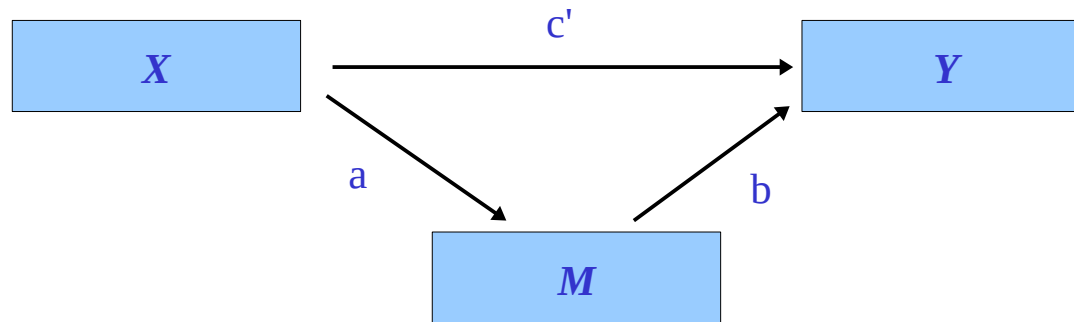
- L'effetto si ottiene con un regressione multipla con Y come DV e X e M come IV

- Il coefficiente che si ottiene deve essere non nullo



L'effetto mediato

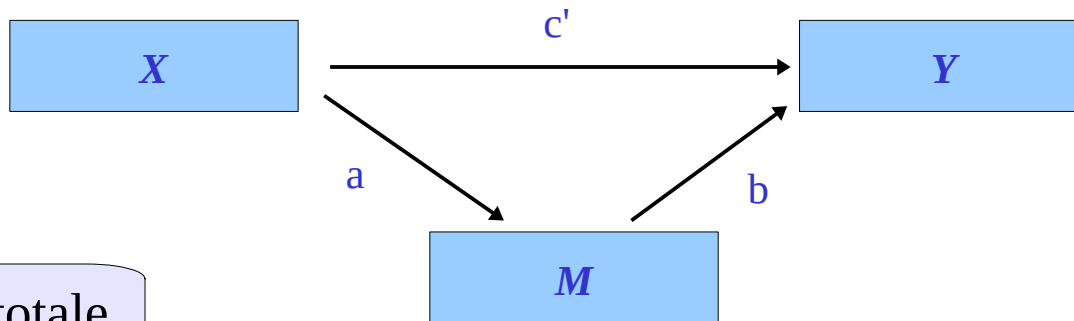
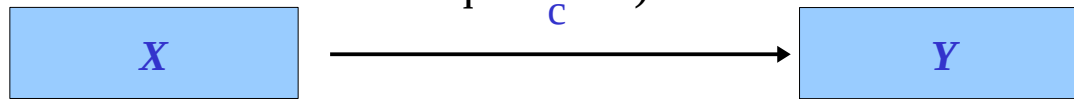
- L'effetto mediato da M rispetto all'effetto di X su Y sarà dato dal prodotto dei coefficienti relative alla parte mediazionale del modello



$$EM = a \cdot b$$

Decomposizione dell'effetto

- L'effetto totale (semplice) di X su Y viene decomposto in effetto mediato ed effetto diretto (o non mediato dal mediatore in questione)



Effetto totale

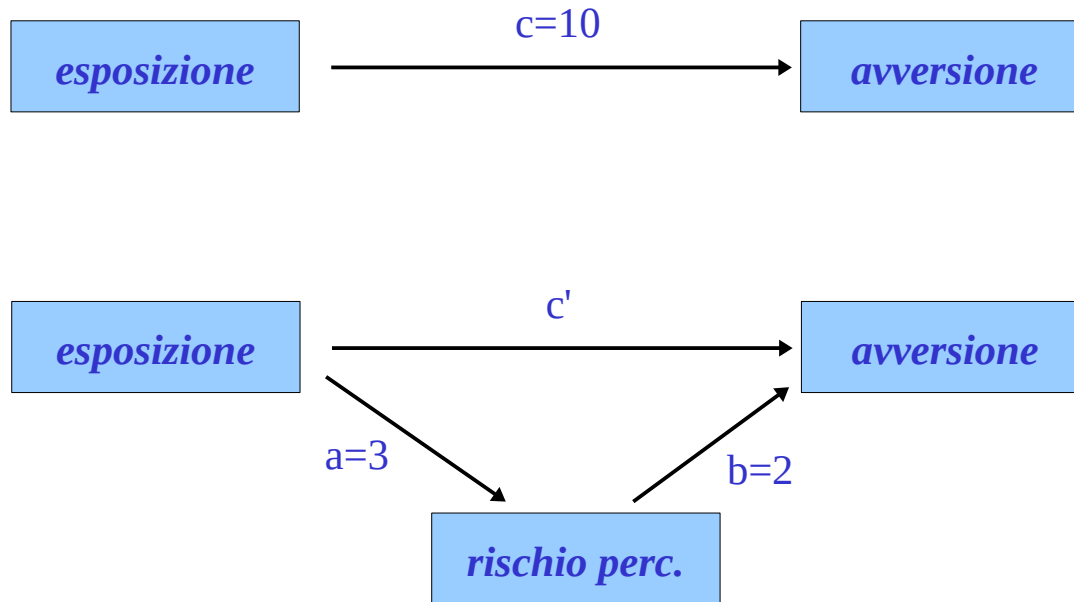
$$c = c' + a \cdot b$$

Effetto diretto

Effetto mediato

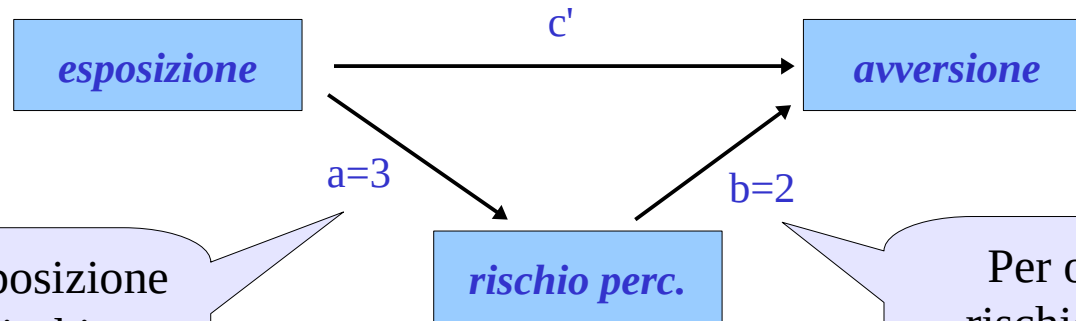
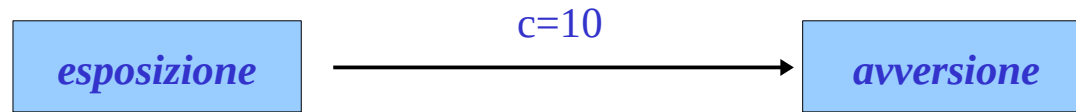
Esempio (dati inventati)

- Supponiamo che i coefficienti delle regressioni siano i seguenti



Decomposizione dell'effetto

- Supponiamo che i coefficienti delle regressioni siano i seguenti



Muovendo esposizione di 1 unità, rischio aumenta di 3 unità

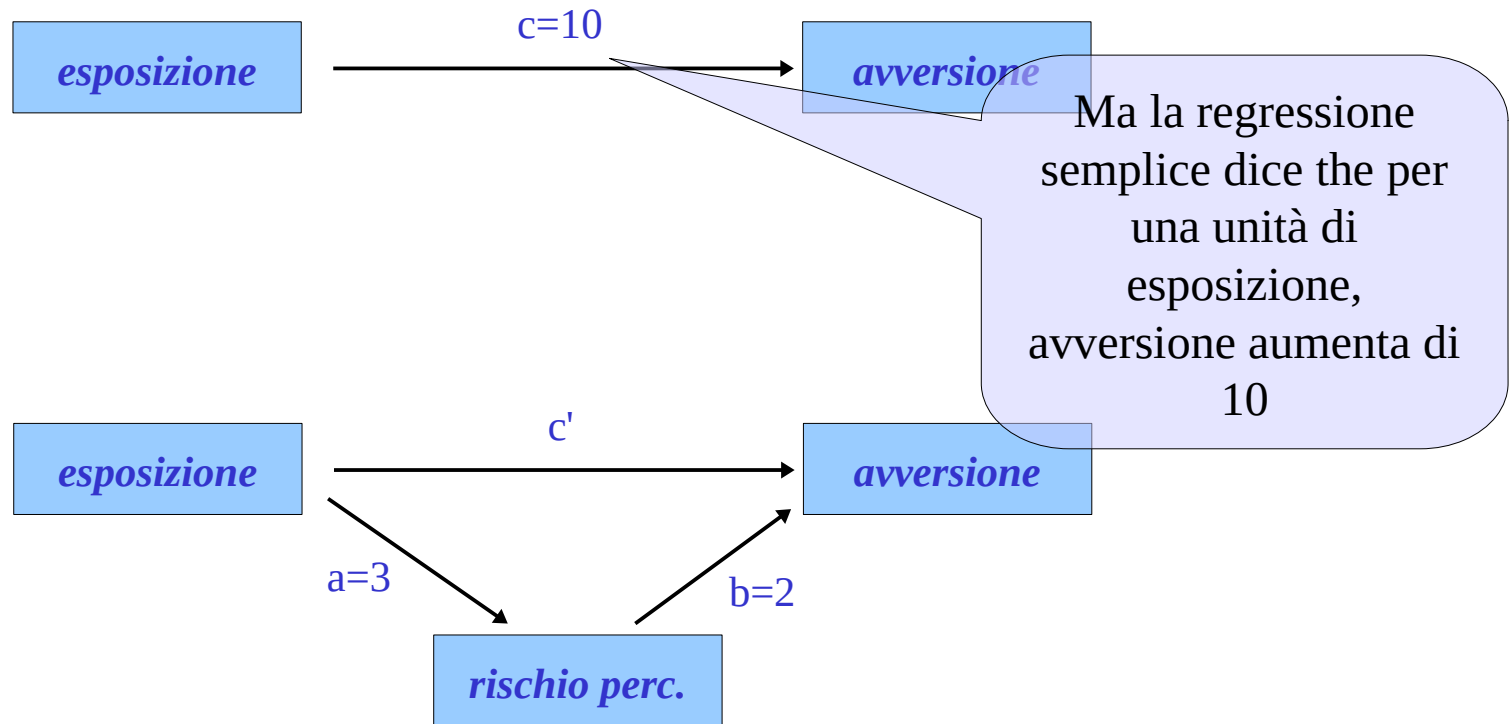
Aumento di 3

Per ogni unità di rischio, avversione aumenta di 2

$$EM = a \cdot b = 3 * 2$$

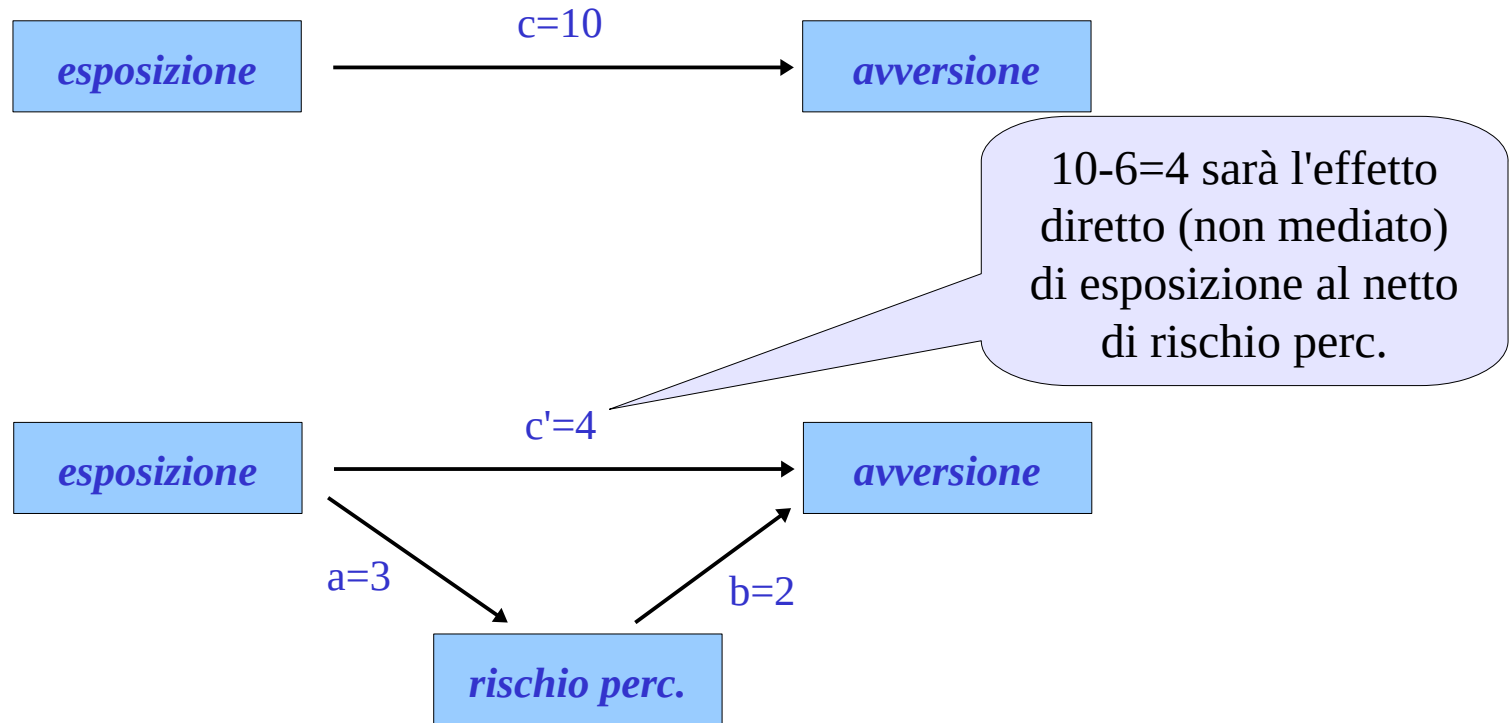
Decomposizione dell'effetto

- Supponiamo che i coefficienti delle regressioni siano i seguenti



Decomposizione dell'effetto

- Supponiamo che i coefficienti delle regressioni siano i seguenti

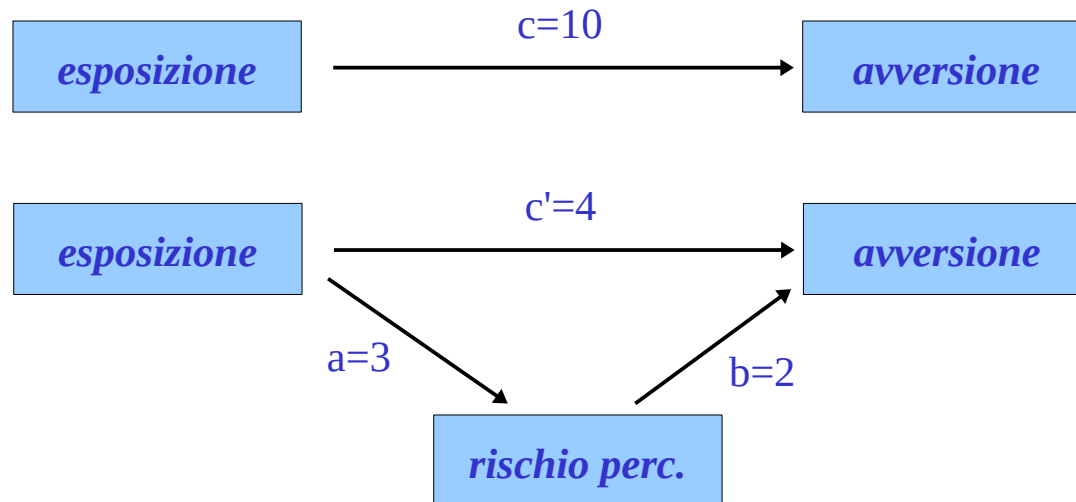


$$c = c' + a \cdot b = 4 + 3 * 2 = 10$$

Riduzione dell'effetto

- Ciò implica che l'effetto diretto di X su Y sarà ridotto rispetto all'effetto totale, e sarà ridotto esattamente dell'effetto mediato

$$c - c' = a \cdot b$$



Effetto di mediazione

- Diremo che c'è un effetto mediato se il prodotto $a \cdot b$ è diverso da zero

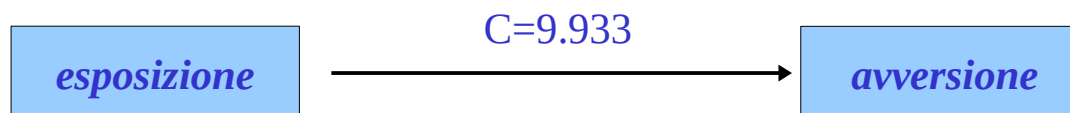
$$a \cdot b \neq 0$$

- Vedremo che non è così semplice stabilirlo!

Modello 1

- ◆ In primo luogo stimiamo la relazione semplice tra la variabile esogena e quella dipendente

Modello 1



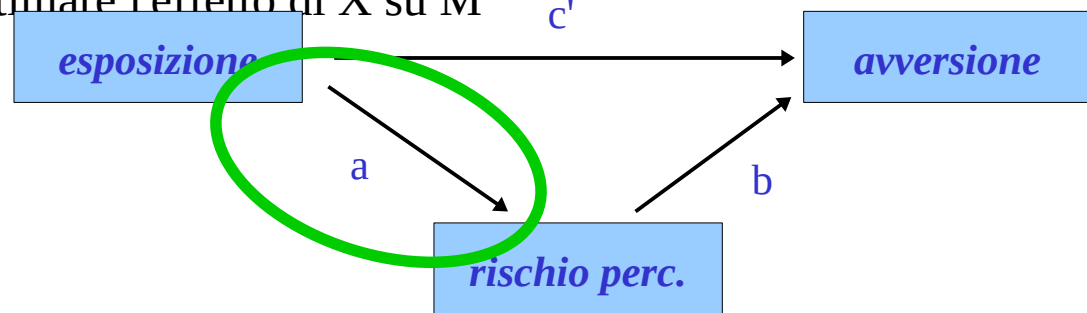
Coefficients^a

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	-25.942	11.697		-2.218	.029
	esposizione	9.933	3.639	.266	2.730	.008

a. Dependent Variable: avversione

Esempio (dati veri)

- ◆ Seconda regressione, per stimare l'effetto di X su M



Coefficients^a

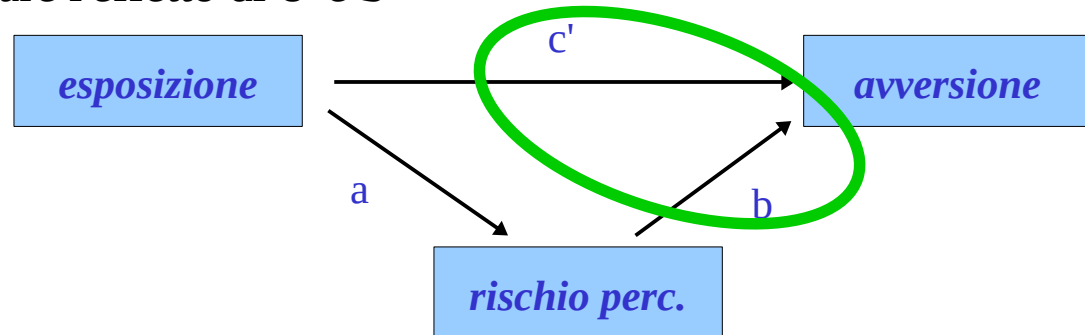
Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	33.115	7.006		4.727	.000
	esposizione	5.522	2.179	.248	2.534	.013

a=5.522

a. Dependent Variable: rischio

Esempio (dati veri)

- ◆ Terza regressione, per stimare l'effetto di c' e b



Coefficients^a

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	73.668	6.577		-11.200	.000
	esposizione	1.975	1.906	.053	1.036	.303
	rischio	1.441	.086	.859	16.839	.000

a. Dependent Variable: avversione

- ◆ L'effetto mediato è quella parte dell'effetto semplice che influenza la variabile dipendente attraverso l'effetto della variabile mediatrice

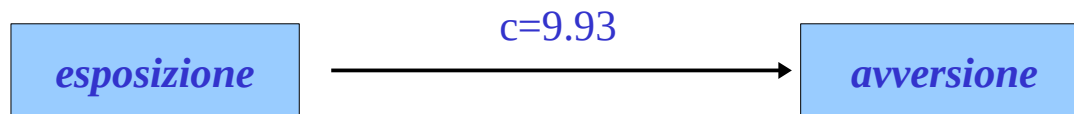
$$E_{y.m.x} = a \cdot b = b_{mx} \cdot b_{ym.x}$$

- ◆ L'effetto mediato rappresenta la riduzione dell'effetto di una variabile esogena, dopo aver parzializzato l'effetto della variabile mediatrice

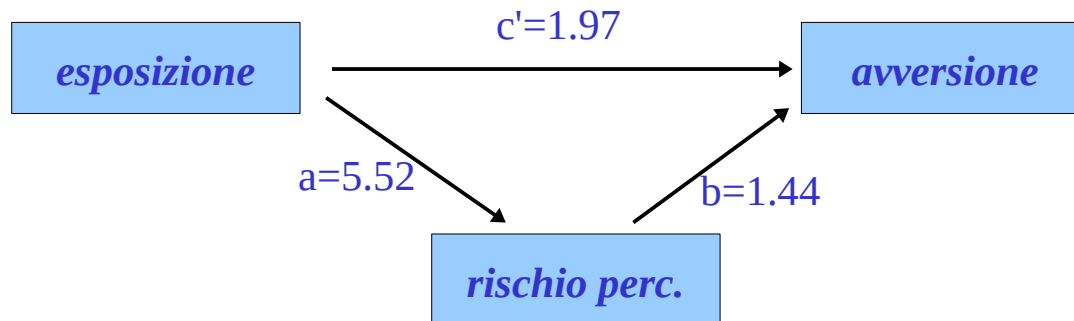
$$E_{y.m.x} = c - c' = b_{yx} - b_{yx.m}$$

Effetto mediato

◆ Sulla base dei risultati



$$EM = 9.93 - 1.97 = 7.96$$



$$EM = 5.52 \cdot 1.44 = 7.96$$

Effect size dell'effetto mediato

- Per riportare un effect size si può standardizzare le variabili e ottenere un effetto mediato standardizzato

- Oppure esesposizionere l'effetto mediato come propozione (approssimata) dell'effetto totale

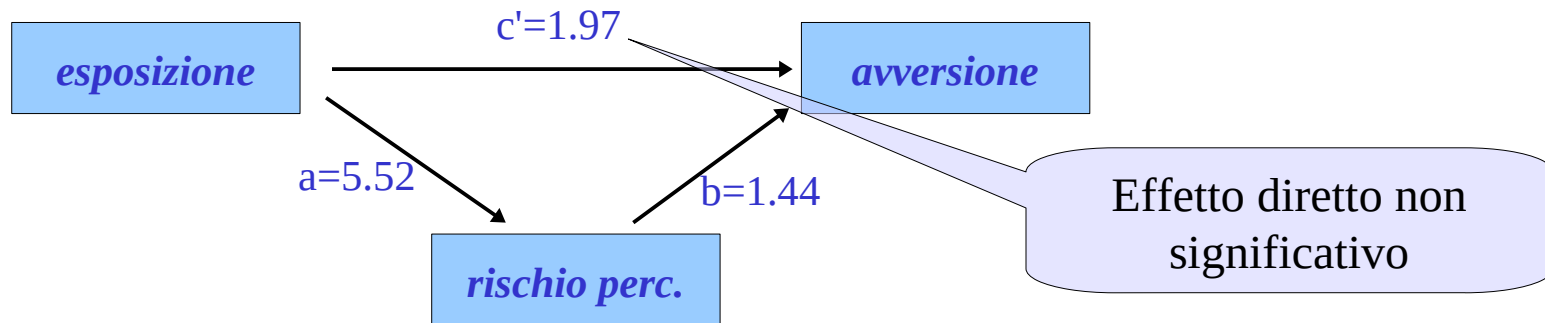
$$pEM = \frac{a \cdot b}{c}$$

$$pEM = \frac{7.96}{9.93} = .801$$

Circa l'80% dell'effetto di *esposizione* su *avversione* è mediato da *risk*

Mediazione parziale o totale

- Alcuni autori parlano di **mediazione parziale** quanto c' è comunque significativo
- E di mediazione totale quando c' non è significativo.



Significatività!

- Per decidere se il nostro effetto mediato dobbiamo operare un test inferenziale su $a*b$
- Vi sono molti test, tra cui il **Sobel Test**, **Aroian test**, **Goodman test**, che si differenziano nel come stimano l'errore standard
- Un'alternativa valida è usare il **metodo bootstraap**
- Esistono vari plug-in per calcolare la significatività dell'effetto mediato in SPSS (vedi esercitazioni) con precisione
- Se sia **a** che **b** sono significativi, l'effetto mediato sarà da considerarsi significativo

Inferenza sull'effetto mediato

- Sebbene non sia il metodo più preciso, possiamo comunque basarci sulle significatività dei coefficienti

L'effetto mediato sarà statisticamente diverso da zero se i suoi componenti (**a** e **b**) saranno statisticamente diversi da zero

Coefficients^a

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	33.115	7.006		4.727	.000
	esposizione	5.522	2.179	.248	2.534	.013

a. Dependent Variable: rischio

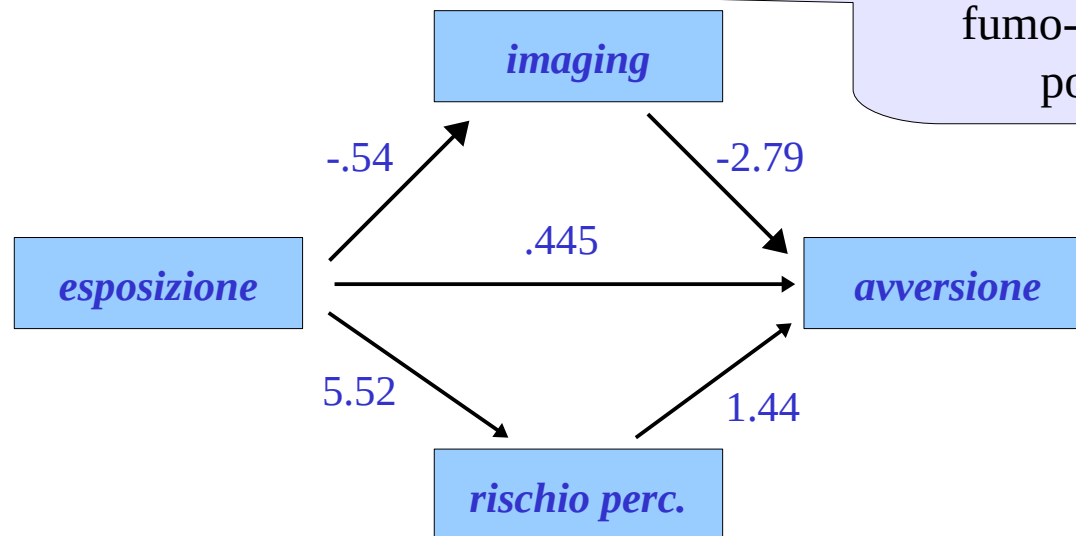
Coefficients^a

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	-73.668	6.577		-11.200	.000
	esposizione	1.975	1.906	.053	1.036	.303
	rischio	1.441	.086	.859	16.839	.000

a. Dependent Variable: aversione

Mediazione multipla

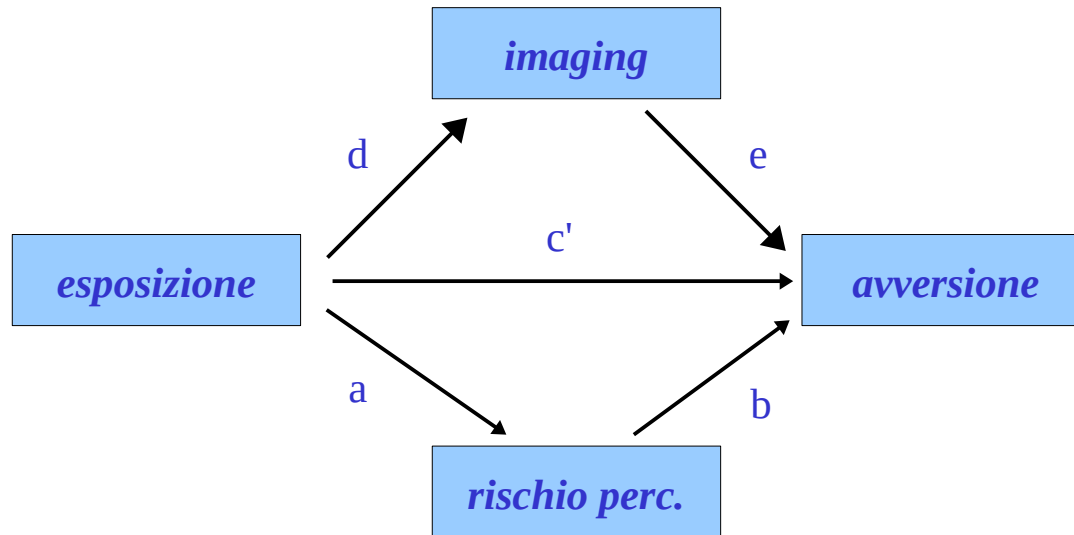
- ◆ E' possibile estendere il modello di mediazione a più di un mediatore!



- ◆ L'effetto mediato per ogni mediatore si calcola come nella mediazione semplice
- ◆ L'effetto mediato totale è la **somma** degli effetti mediati dai mediatori

Mediazione multipla

- ◆ E' possibile estendere il modello di mediazione a più di un mediatore!



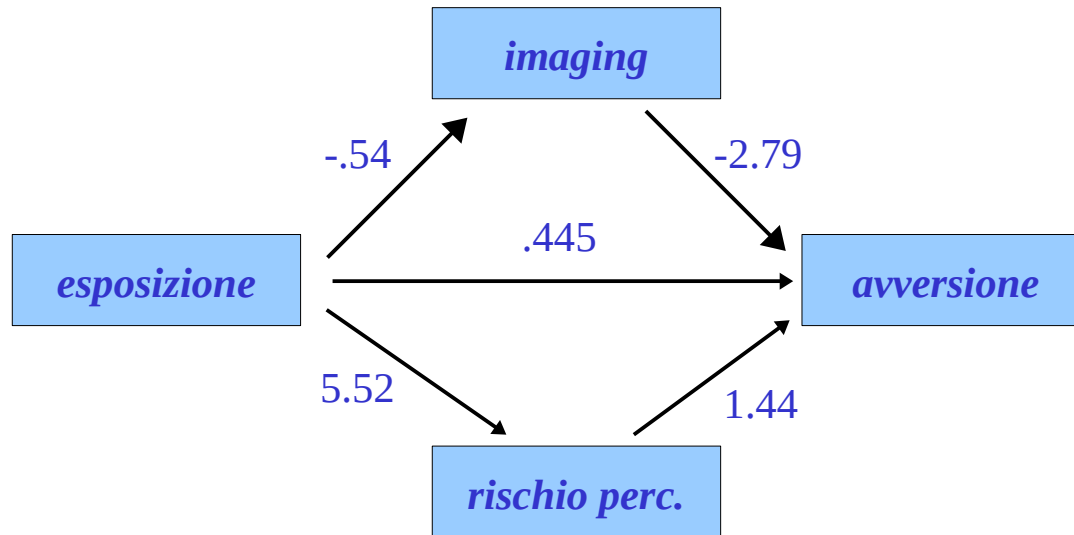
$$EM_{risk} = a \cdot b$$

$$EM_{imag} = d \cdot e$$

$$EM_{tot} = a \cdot b + d \cdot e$$

Mediazione multipla

- E' possibile estendere il modello di mediazione a più di un mediatore!



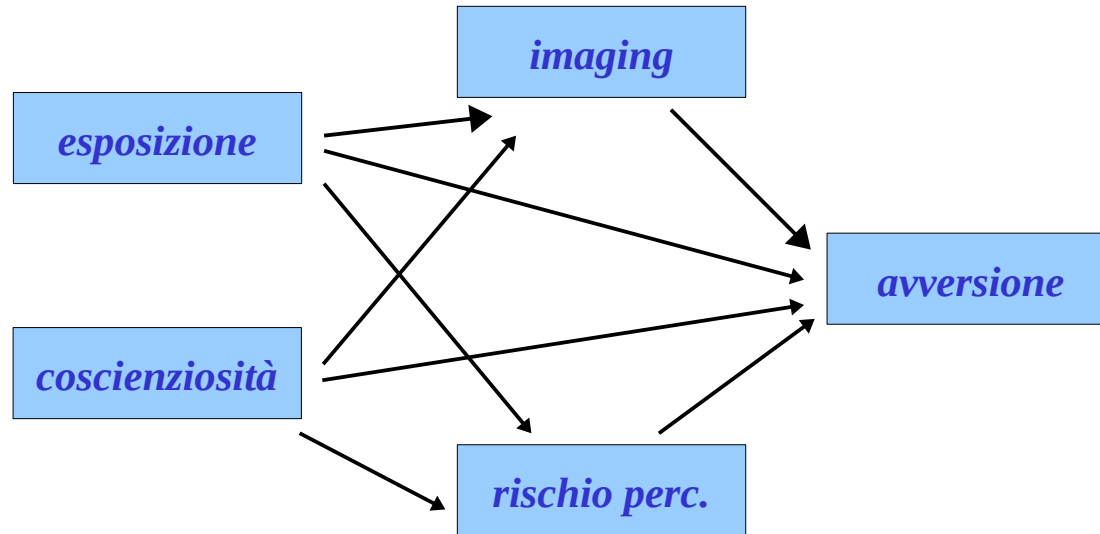
$$EM_{risk} = 7.96$$

$$EM_{imag} = 1.52$$

$$EM_{tot} = 9.48$$

Path analysis

- ◆ Che può essere esteso facilmente



- ◆ Una regressione per ogni variabile che riceve una freccia
- ◆ DV riceve la freccia, IV mandano la freccia
- ◆ L'effetto mediato è sempre il prodotto tra path IV → Med e Med → DV

Fine della Lezione IV

