

# Analisi avanzate della regressione: la moderazione (Cap. 5)

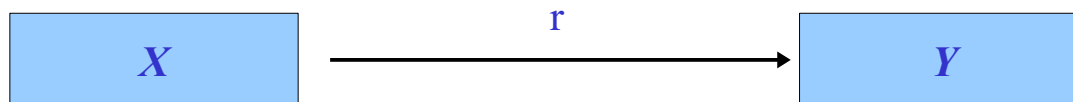
Marcello Gallucci

[marcello.gallucci@unimib.it](mailto:marcello.gallucci@unimib.it)

AMD

# Struttura delle relazioni

- ◆ Le relazioni possibili diventano più interessanti strutturalmente quando siamo in presenza di tre o più variabili

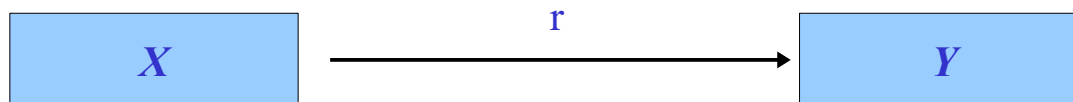


- ◆ Una terza variabile può **intervenire** in vari modi nella relazione tra una variabile indipendente (IV) ed una dipendente (DV)



# Mediazione e Moderazione

- ◆ L'analisi della **mediazione** e l'analisi della **moderazione** servono a comprendere come una (o più) terze variabili intervengono nella relazione tra due (o più) variabili.



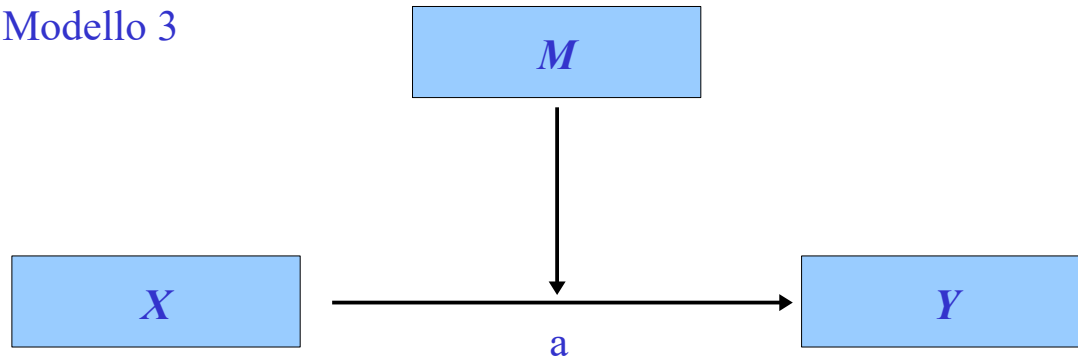
- ◆ Attengono cioè allo studio della **struttura delle relazioni**: come le relazioni tra X e Y sono influenzate da Z



# Moderazione

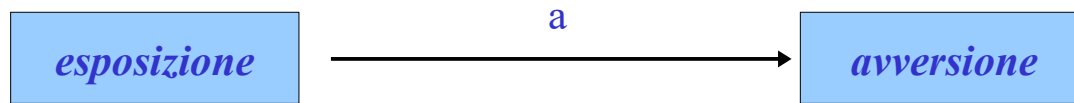
- ◆ Se l'intensità dell'effetto di  $X$  su  $Y$  cambia al variare dei livelli (valori) di un variabile  $M$ , diremo che  $M$  è un **moderatore** dell'effetto di  $X$  su  $Y$ , e che l'effetto di  $X$  su  $Y$  è **condizionale** ai valori di  $M$

Modello 3



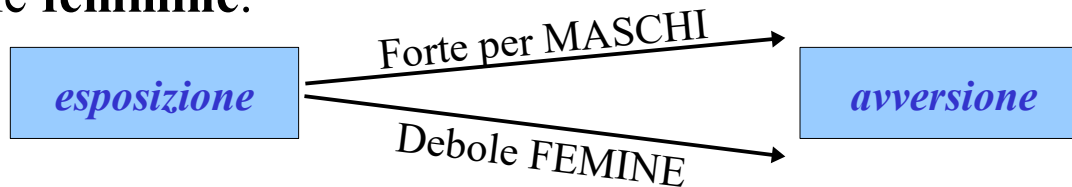
# Quesito sul “chi”

- ◆ Possiamo anche domandarci **per chi, o in quali condizioni**, esposizione abbia un effetto su avversione



- ◆ Possiamo ipotizzare che l'effetto di esposizione non sia uguale per tutti, ma che sia più o meno forte a seconda del genere

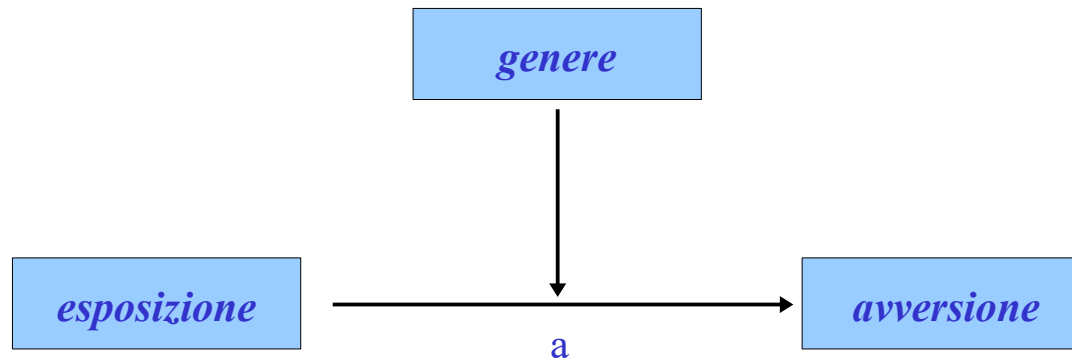
- ◆ Ad esempio che l'effetto di esposizione sia più forte per i **maschi**, e più debole per le **femmine**.



# Moderazione

- ◆ Cioè ipotizziamo che l'effetto di esposizione su rischio **non sia uguale per tutti**, ma la sua intensità cambi (e.g. cresce o diminuisce) al variare di *genere*
- ◆ In generale, ipotizziamo che l'effetto di X su Y varia per diversi livelli di M

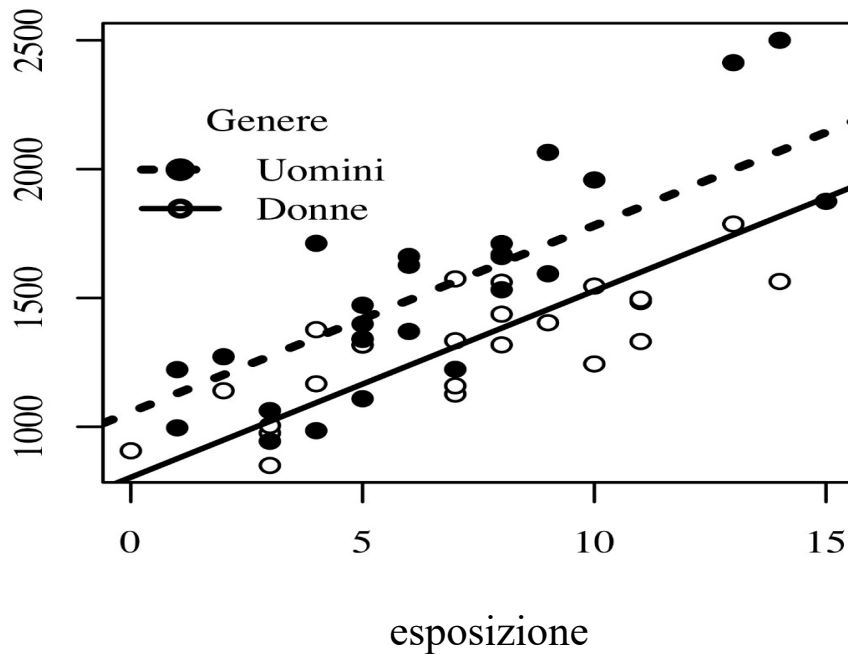
Modello 3



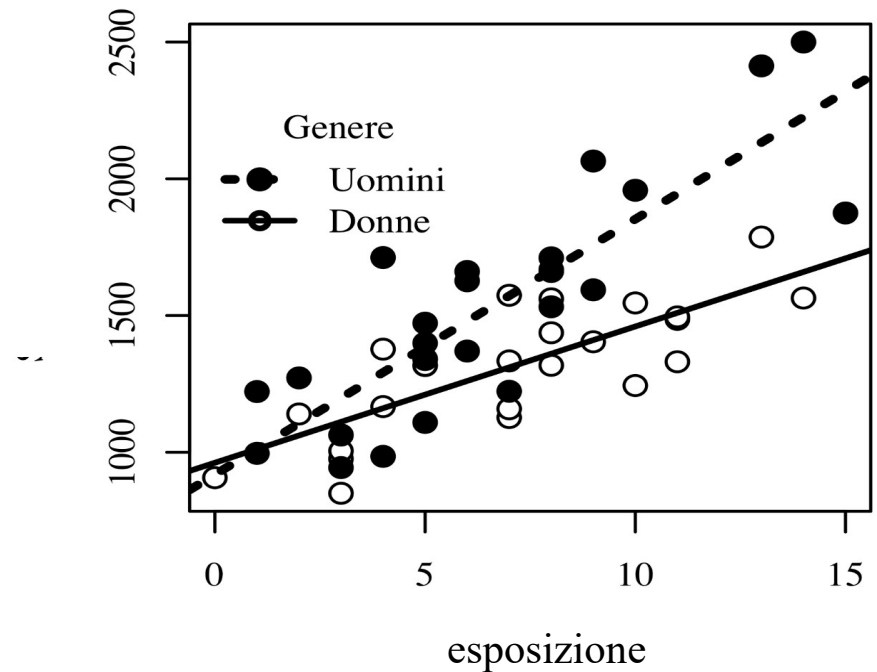
# Moderazione

- ◆ Nel nostro esempio, una moderazione equivale a dire che l'effetto di esposizione (cioè la retta di regressione) è diversa tra i maschi e le femmine

No moderazione



Moderazione

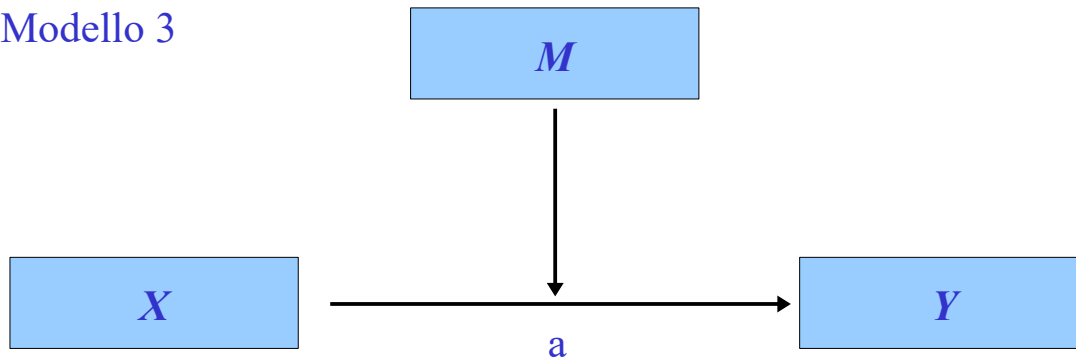


# Caratteristiche del moderatore

◆ Il modello (logico) di moderazione regge se la variabile moderatore possiede alcune caratteristiche:

- ◆ **M deve poter cambiare l'intensità dell'effetto tra X e Y**  
genere descrive persone differenti che possono essere più o meno sensibili al esposizione
- ◆ **M non è generalmente causato da X**  
genere e non dipende dal esposizione

Modello 3

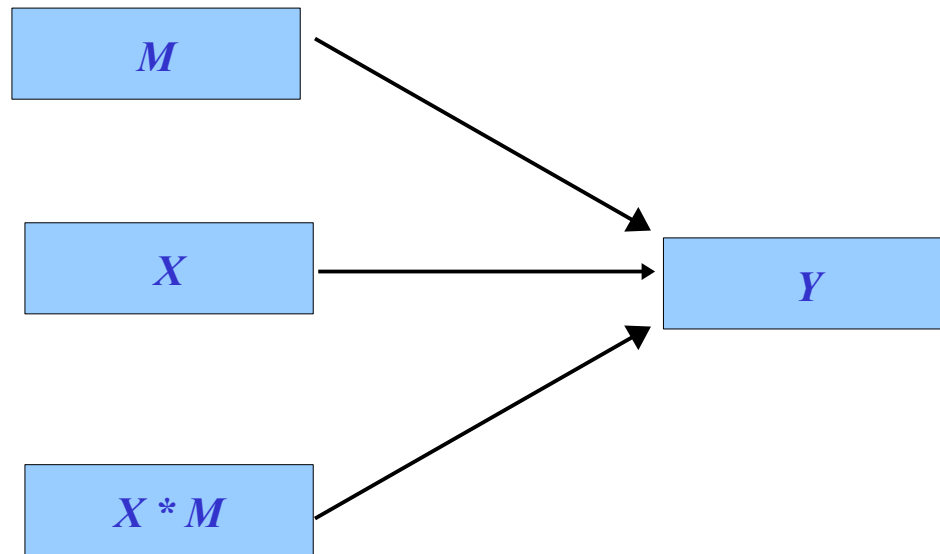




# Moderazione Statistica

◆ Il modello (logico) di moderazione si testa statisticamente andando a testare **l'interazione** tra la variabile indipendente e il moderatore

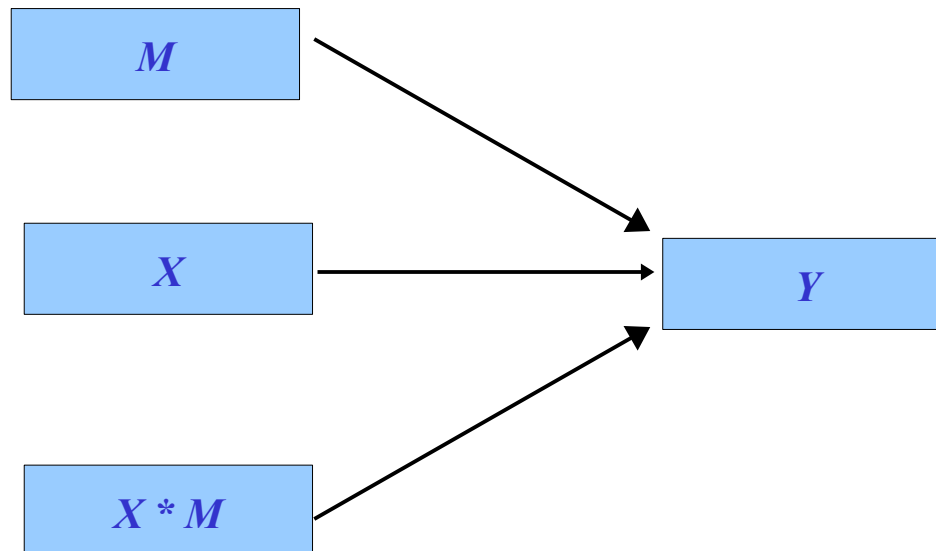
◆ Se  $X$  e  $M$  interagiscono nel predire  $Y$ , possiamo affermare che  $M$  sia un moderatore



# Moderazione=Interazione

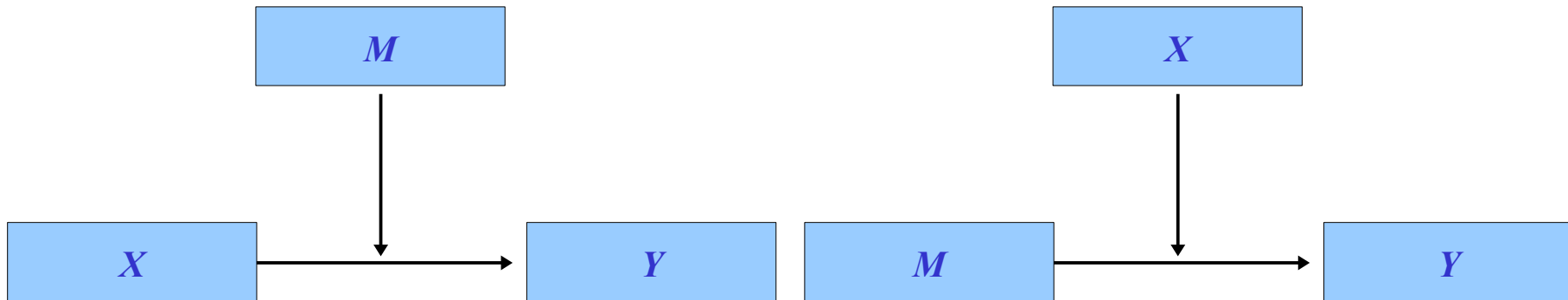
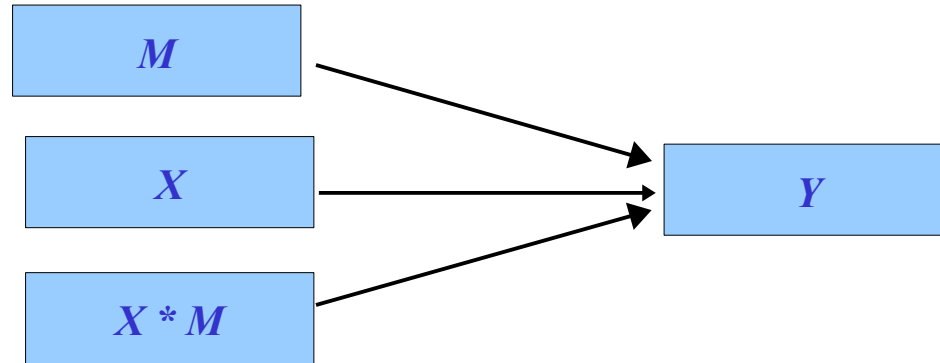
◆ L'**interazione** tra due variabili indipendenti è data dal coefficiente associato al loro prodotto ( $X*M$ ).

◆ Il termine di interazione indica *quanto l'effetto di una variabile indipendente cambia al variare dell'altra variabile indipendente*



# Moderazione Statistica

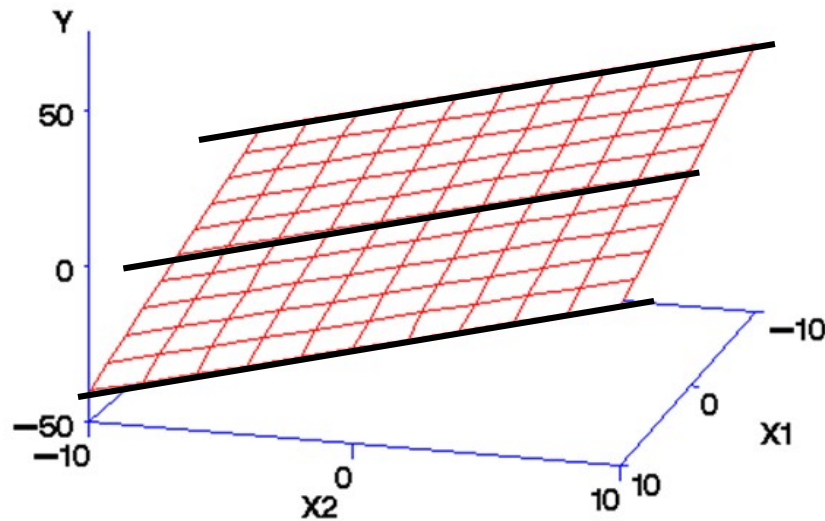
- Se vi è una interazione tra  $X$  e  $M$ , possiamo scegliere liberamente (teoricamente) quale sia il moderatore



# Interazione nella regressione multipla

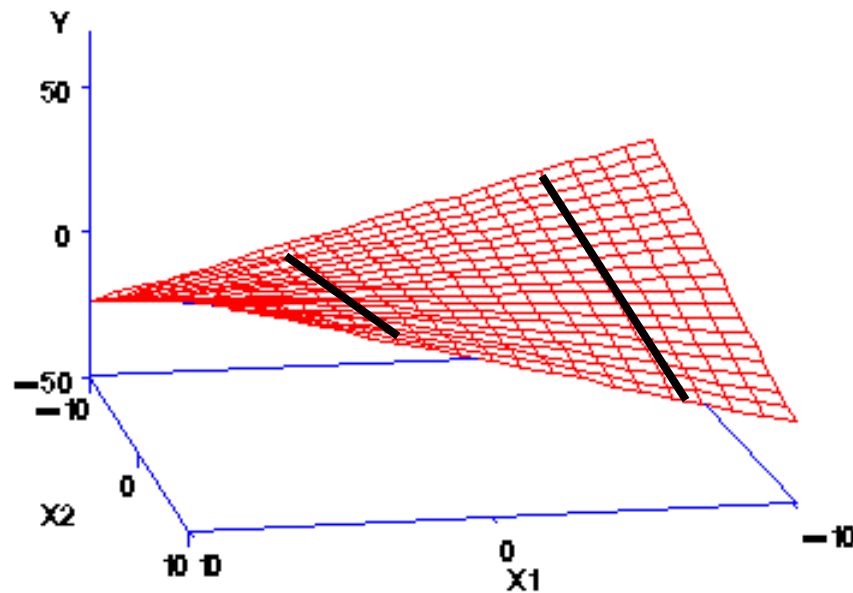
# Due variabili continue

- ◆ Sappiamo (lezione 2) che se non c'è interazione (regressione multipla) tutte le rette del **piano di regressione** sono parallele
- ◆ L'effetto di una VI è costante (non condizionale) al numero dell'altra



# Linee di interazione

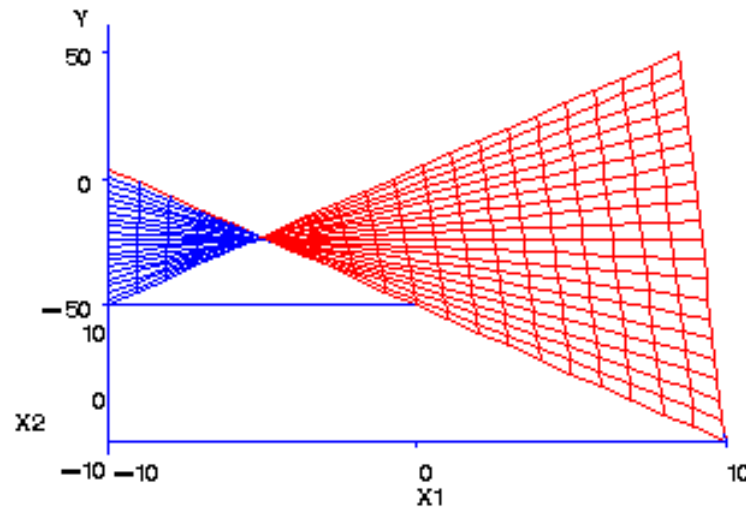
- ◆ Se c'è interazione le rette non sono parallele, ed il piano si incurva



- ◆ L'effetto di una VI cambia per punteggio diversi dell'altra VI

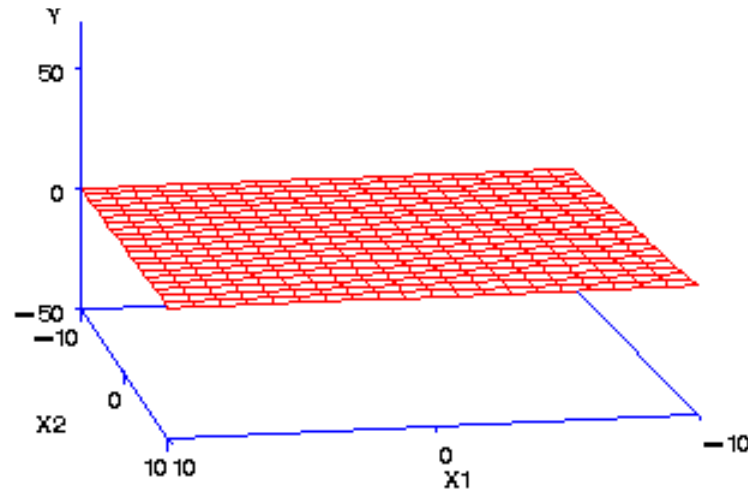
# Interazione

- ◆ Se c'è interazione le rette non sono parallele, ed il piano si incurva
- ◆ L'effetto di una VI cambia per punteggi diversi dell'altra IV



# Interazioni

- ◆ Maggiore è l'interazione, maggiore è la differenza tra le pendenze delle rette di una VI al variare dell'altra VI





# Effetto moltiplicativo

- ◆ L'interazione viene inserita in una regressione mediante il **prodotto** delle VI

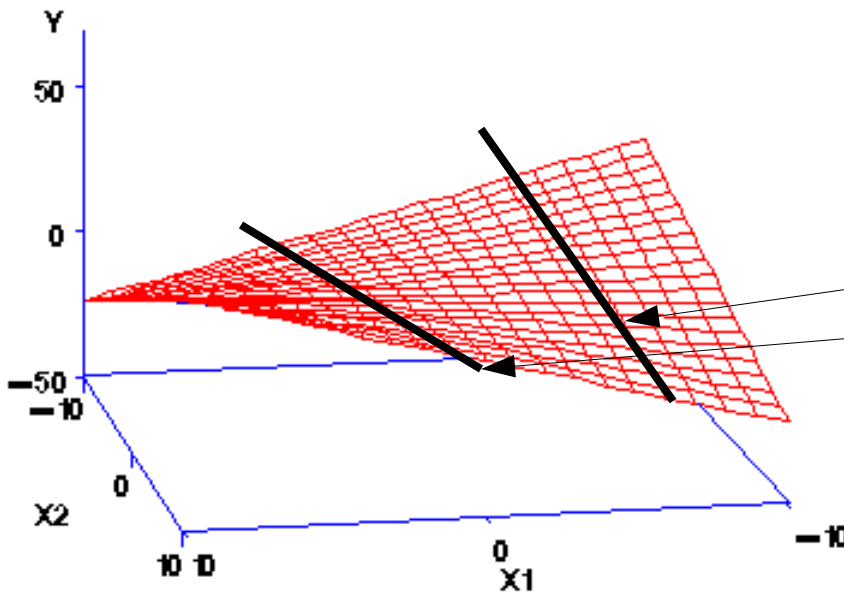
Il prodotto delle VI

$$Y_i = a + B_1 \cdot X_1 + B_2 \cdot X_2 + B_3 \cdot X_1 \cdot X_2$$

# Linee di interazione

- ◆ Il coefficiente di interazione ( $B_1$ ) indica di quanto cambia l'effetto di una VI al variare dell'altra

$$Y_i = a + B_1 \cdot X_1 + B_2 \cdot X_2 + B_1 X_1 X_2$$



Quanto cambia la pendenza

# Terminologia

- ◆ Quando vi è una interazione in una regressione con variabili continue, gli effetti dei termini lineari si chiamano *effetti di primo ordine*

$$Y_i = a + B_1 \cdot X_1 + B_2 \cdot X_2 + B_I X_1 X_2$$



Effetti di primo ordine

- ◆ L'effetto di interazione si chiama *effetto di secondo ordine*

# Scala delle variabili indipendenti

- ◆ L'interpretazione del modello di regressione condizionale (cioè con interazione) può diventare complessa a seconda delle caratteristiche delle unità di misura delle variabili indipendenti
- ◆ Per semplificare l'interpretazione dei risultati è conveniente operare sulle **variabili standardizzate**
- ◆ Non standardizzare non è un errore, ma rende l'interpretazione (molto) più complessa

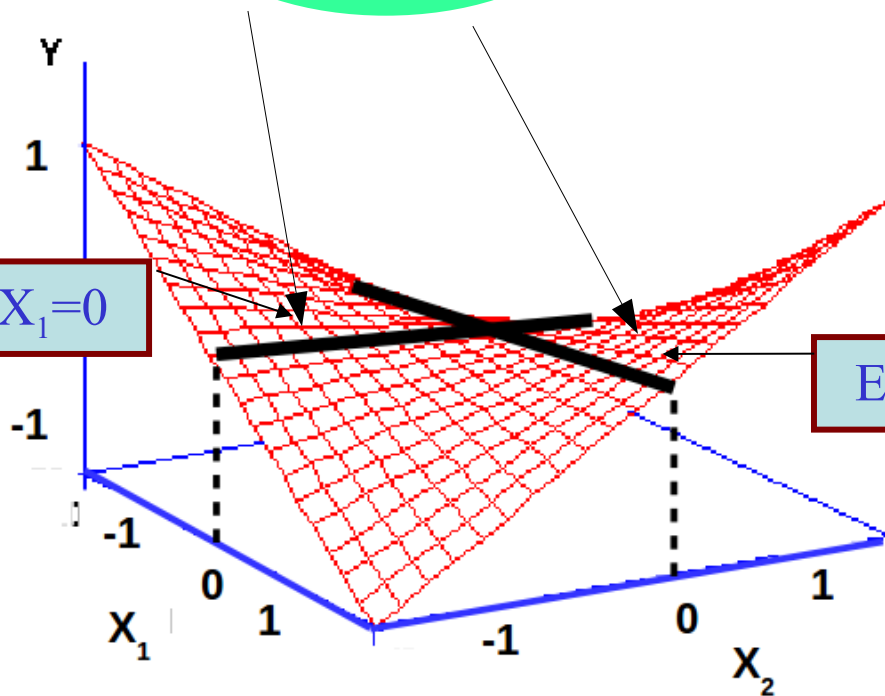
$$\ddot{Y} = \beta_1 \cdot \ddot{X}_1 + \beta_2 \cdot \ddot{X}_2 + \beta_I \cdot \ddot{X}_1 \cdot \ddot{X}_2$$

$\ddot{Y}, \ddot{X}_j$  standardizzate

# Effetti di ordine primo in presenza di interazione

- ◆ Gli effetti di primo ordine sono calcolati per il centro della superficie, cioè in corrispondenza dell'altra variabile uguale a zero

$$\ddot{Y} = \beta_1 \cdot \ddot{X}_1 + \beta_2 \cdot \ddot{X}_2 + \beta_I \cdot \ddot{X}_1 \cdot \ddot{X}_2$$



Effetto di X<sub>2</sub> per X<sub>1</sub>=0

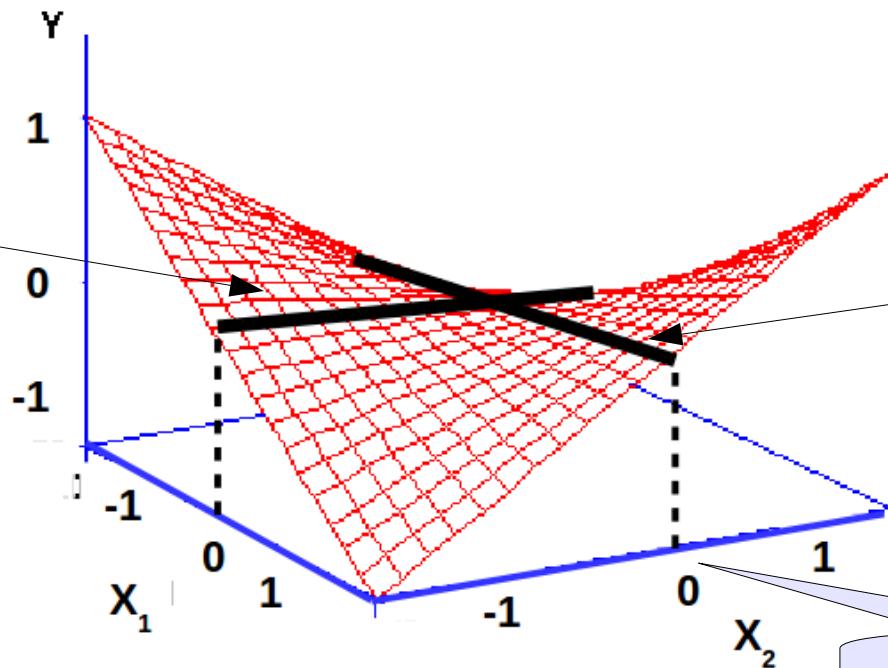
Effetto di X<sub>1</sub> per X<sub>2</sub>=0

# Effetti di ordine primo in presenza di interazione

- ◆ Essendo il centro dell'altra variabile la sua media (variabile standardizzata), essi rappresentano l'effetto “**medio**”: **effetto principale**

$$\ddot{Y} = \beta_1 \cdot \ddot{X}_1 + \beta_2 \cdot \ddot{X}_2 + \beta_I \cdot \ddot{X}_1 \cdot \ddot{X}_2$$

Effetto medio di  $X_2$



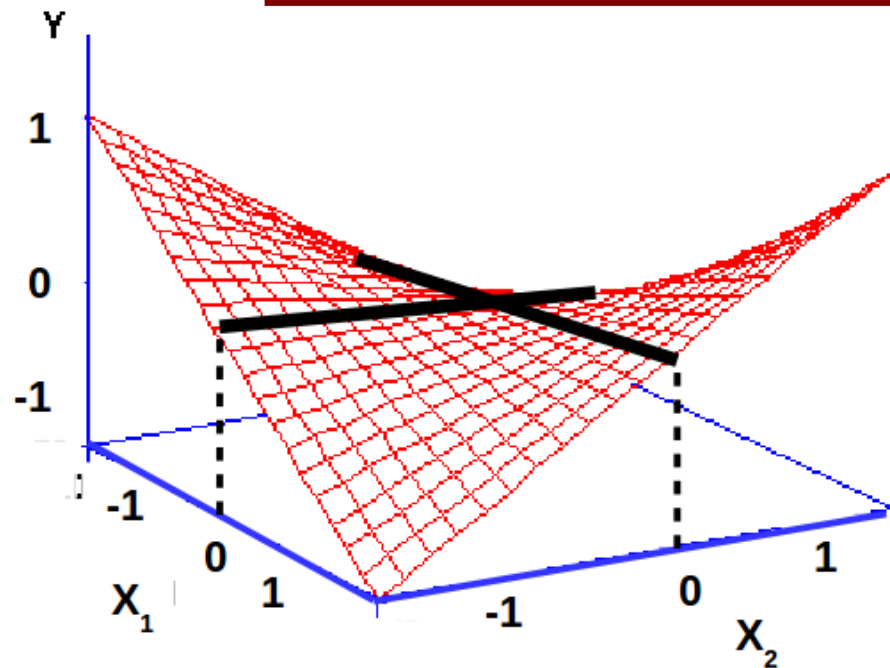
Effetto medio di  $X_1$

$X=0 \rightarrow X=\text{media}$

## Effetti di ordine primo in presenza di interazione

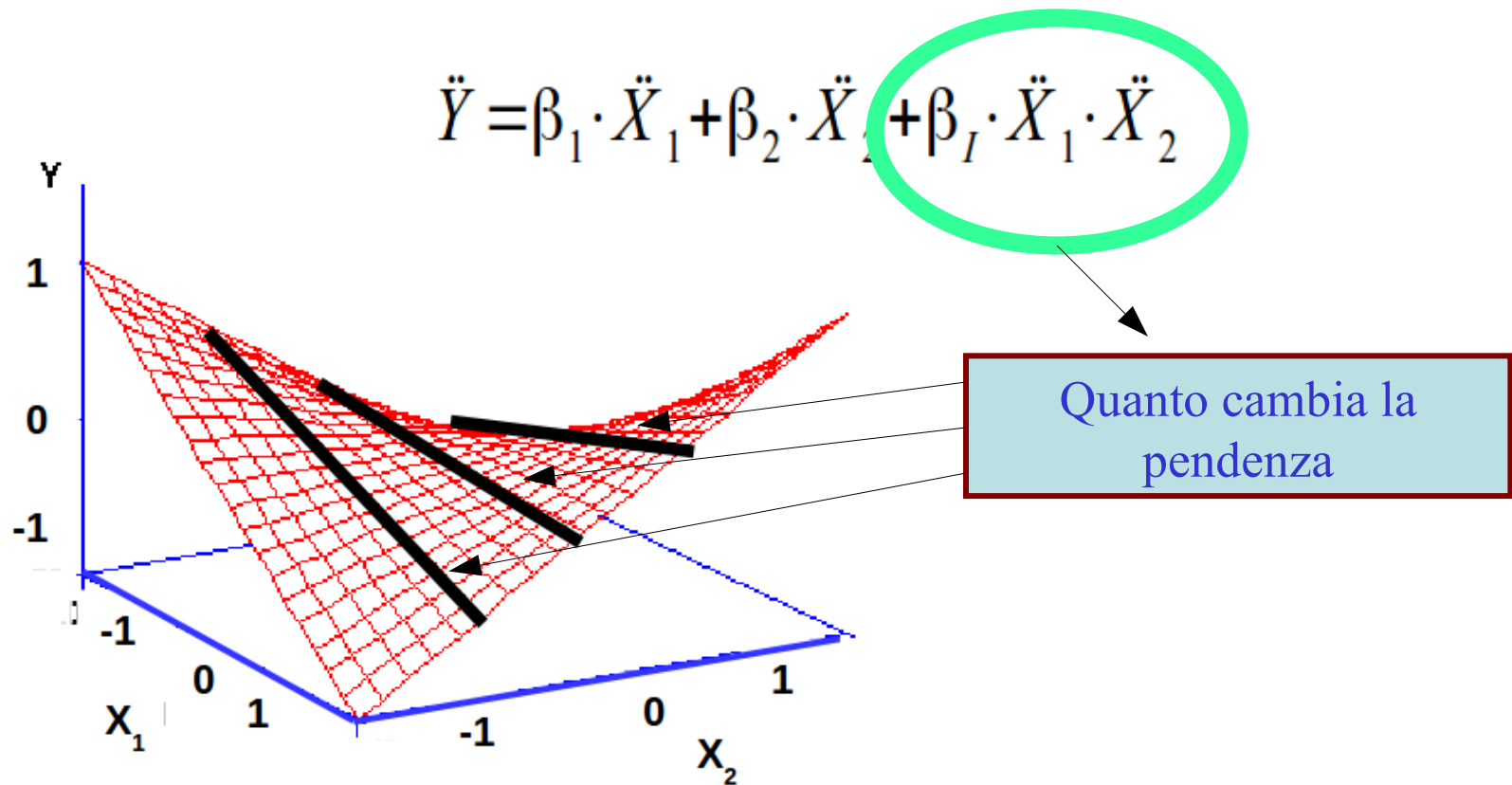
- ◆ Essendo il centro dell'altra variabile la sua media (variabile standardizzata), essi rappresentano l'effetto “**medio**”: **effetto principale**

Effetto principale: quale è l'effetto di una variabile in *media* rispetto a tutti i possibili effetti



# Effetto di interazione

- ◆ Il coefficiente di interazione ( $\beta_I$ ) indica di quanto cambia l'effetto di una VI al variare dell'altra





# Esempio

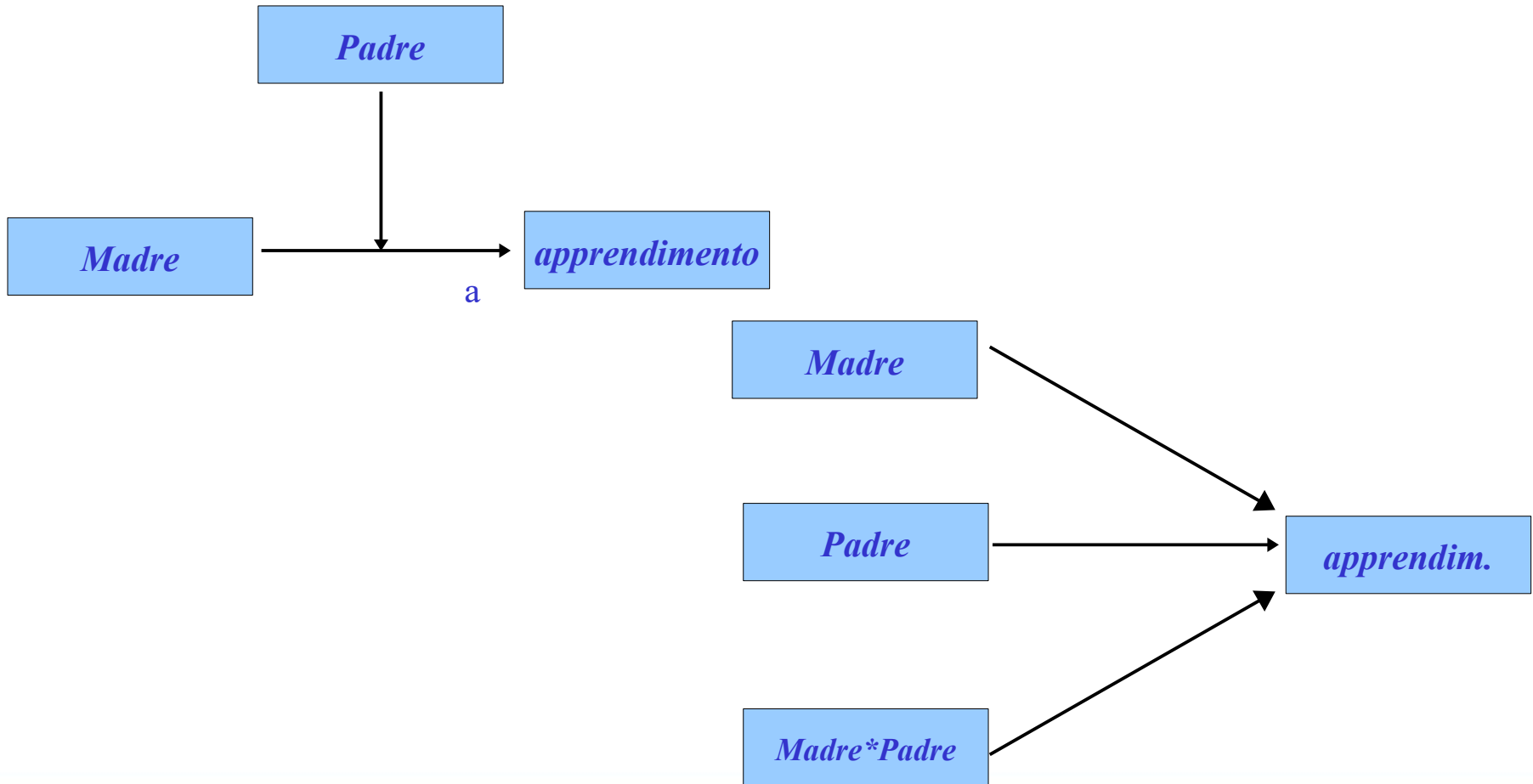
- ◆ La qualità dell'apprendimento scolastico di 60 bambini con è stata rilevata mediante un test con un punteggio da 0 a 100, con 0 apprendimento estremamente difficoltoso e 100 apprendimento di ottima qualità e velocità.
- ◆ Questa variabile è stata messa in relazione con il coinvolgimento dei genitori dell'alunno. *Convolgimento materno e coinvolgimento paterno*

## Statistiche descrittive

	N	Minimo	Massimo	Media	Deviazione std.
appren	60	.00	100.00	38.57	22.48260
padre	60	1.00	10.00	5.523	1.88895
madre	60	3.00	10.00	6.141	1.72068
Numero di casi validi (listwise)	60				

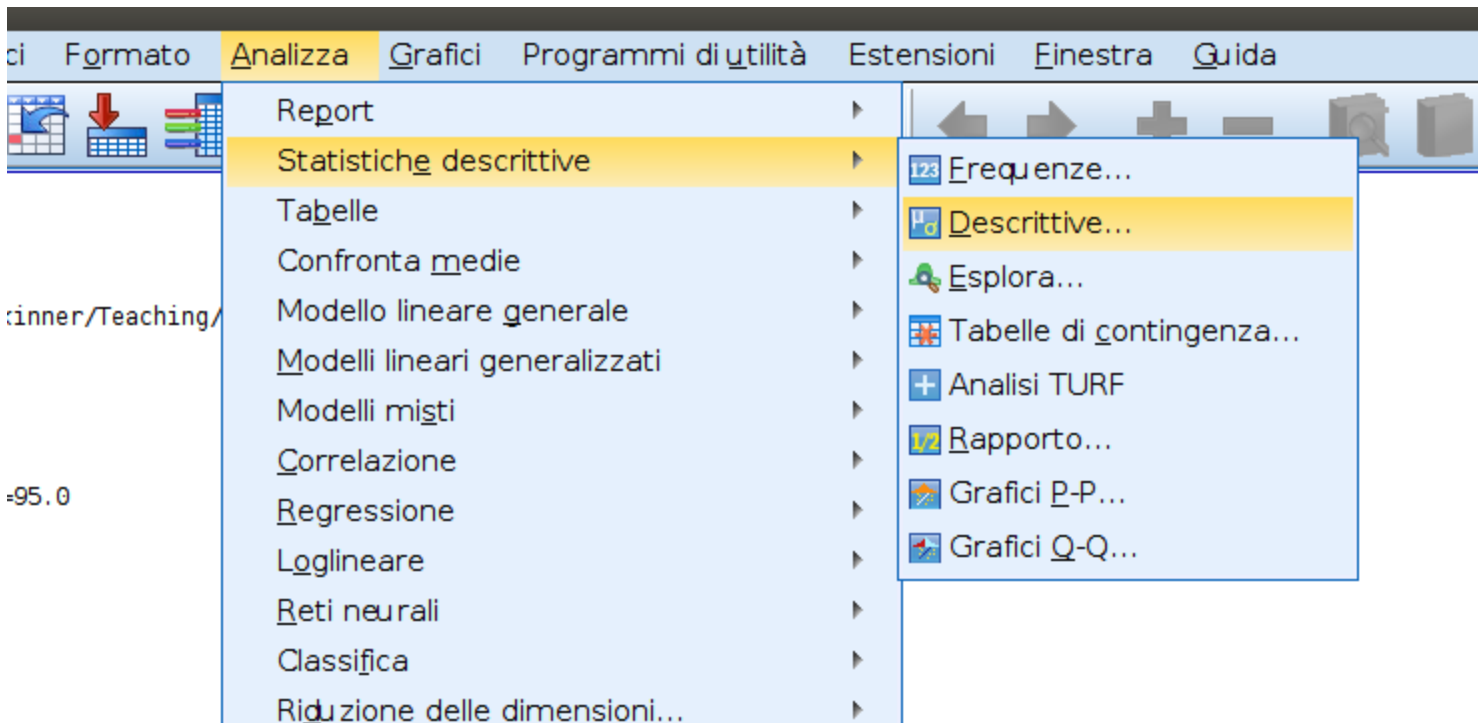
# Stima degli effetti

- In termini di software si esegue una regressione multipla inserendo anche il prodotto delle variabili indipendenti



# Standardizzazione variabili

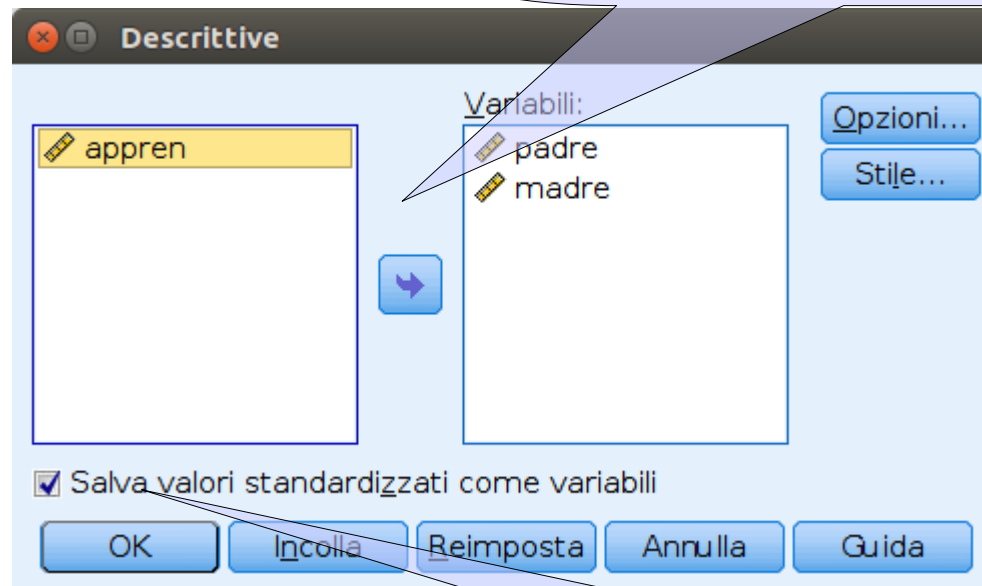
- ◆ Standardizzo le variabili per semplificare l'interpretazione



# Standardizzazione variabili

- ◆ Standardizzo le variabili per semplificare l'interpretazione

Porto le variabili nella lista delle variabili da standardizzare



Qui chiedo la standardizzazione

# Standardizzazione variabili

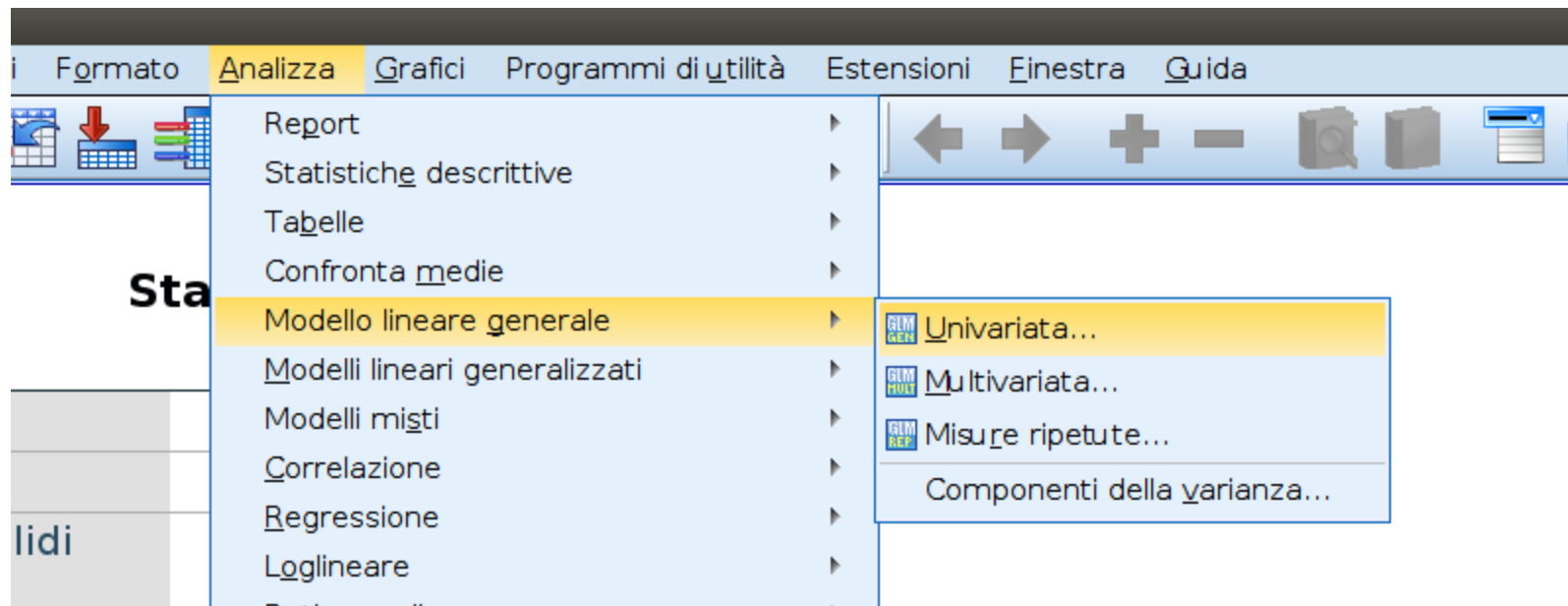
- ◆ Ottengo le variabili standardizzate (media=0, ds=1)

## Statistiche descrittive

	N	Minimo	Massimo	Media	Deviazione std.
Zpadre	60	-2.394	2.37027	.0000	1.00000000
Zmadre	60	-1.825	2.24282	.0000	1.00000000
Zappren	60	-1.715	2.73256	.0000	1.00000000
Numero di casi validi (listwise)	60				

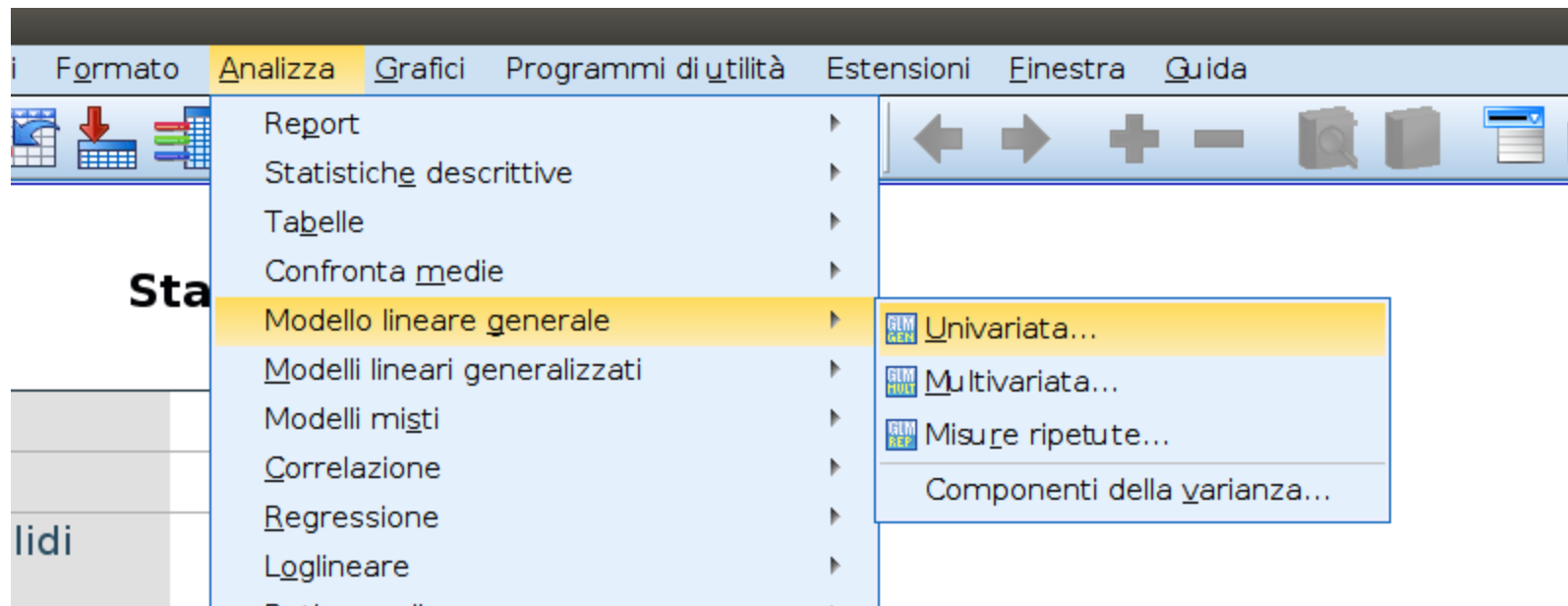
# Regressione come Modello Lineare Generale

- ◆ Per fare la regressione con interazione è comodo usare il comando GLM univariata (invece che regressione)



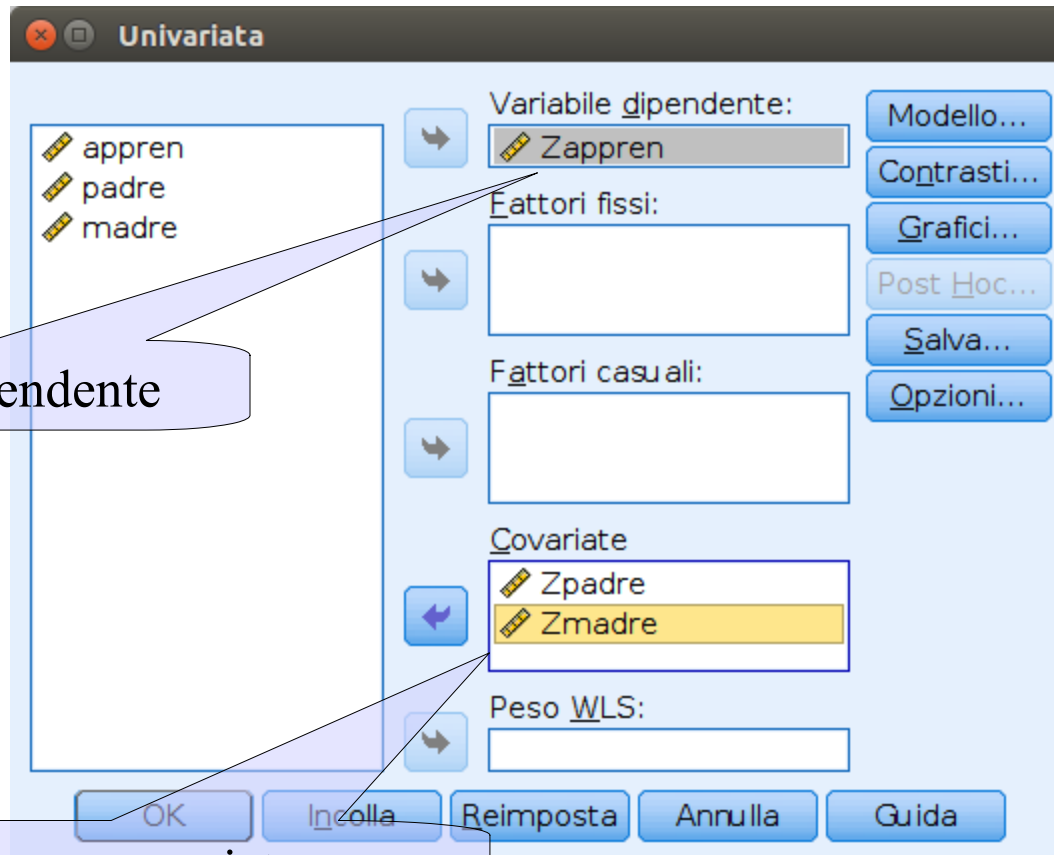
# Regressione come Modello Lineare Generale

- ◆ Per fare la regressione con interazione è comodo usare il comando GLM univariata (invece che regressione)



# Regressione come Modello Lineare Generale

- ◆ GLM consente di stimare molti tipi di modelli. Importante è mettere le variabili al posto giusto



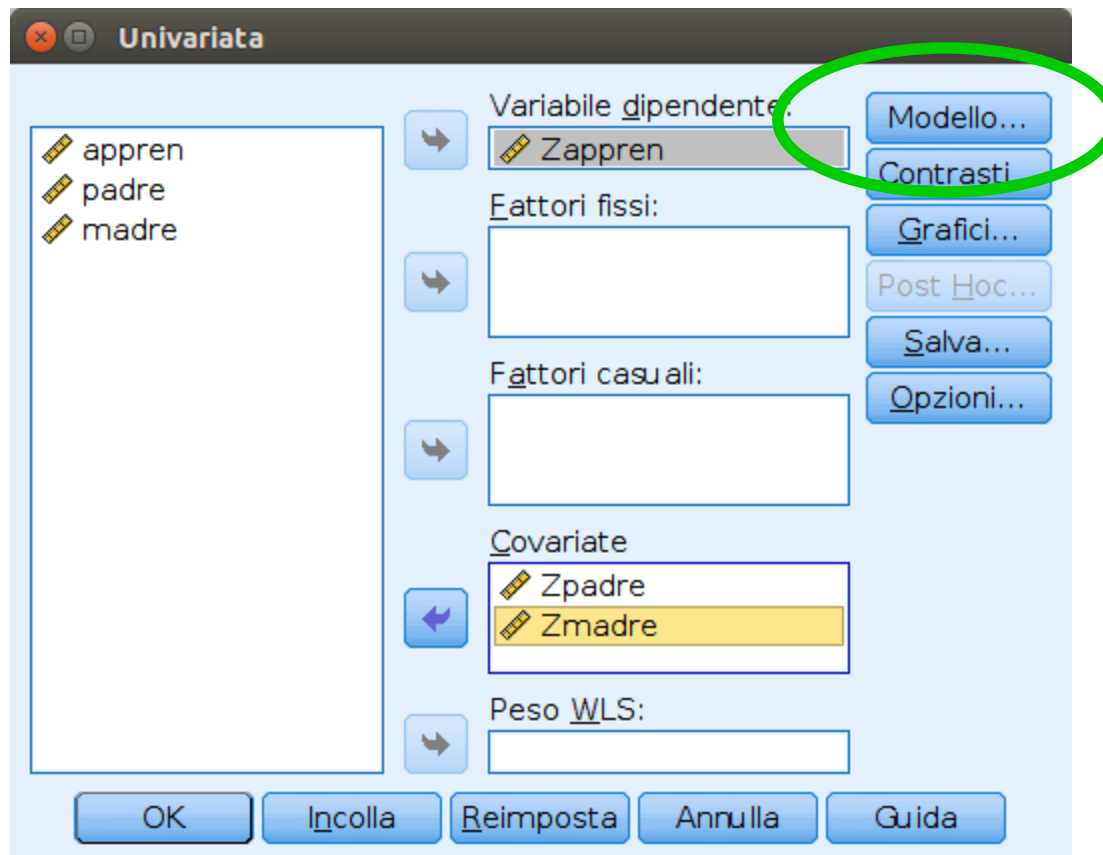
Variabile dipendente

VI continue → covariate



# Regressione come Modello Lineare Generale

- ◆ GLM consente di stimare molti tipi di modelli. Importante è mettere le variabili al posto giusto



# Regressione come Modello Lineare Generale

- ◆ Cliccando su “Modello” specifichiamo gli effetti richiesti

Univariata: Modello

Specifica modello

Fattoriale completo  Personalizzato

Fattori e covariate:

- Zpadre
- Zmadre

Modello:

- Zpadre
- Zmadre
- Zmadre\*Zpadre

Crea termine/i

Tipo:

Interazione

Effetti principali

Interazione

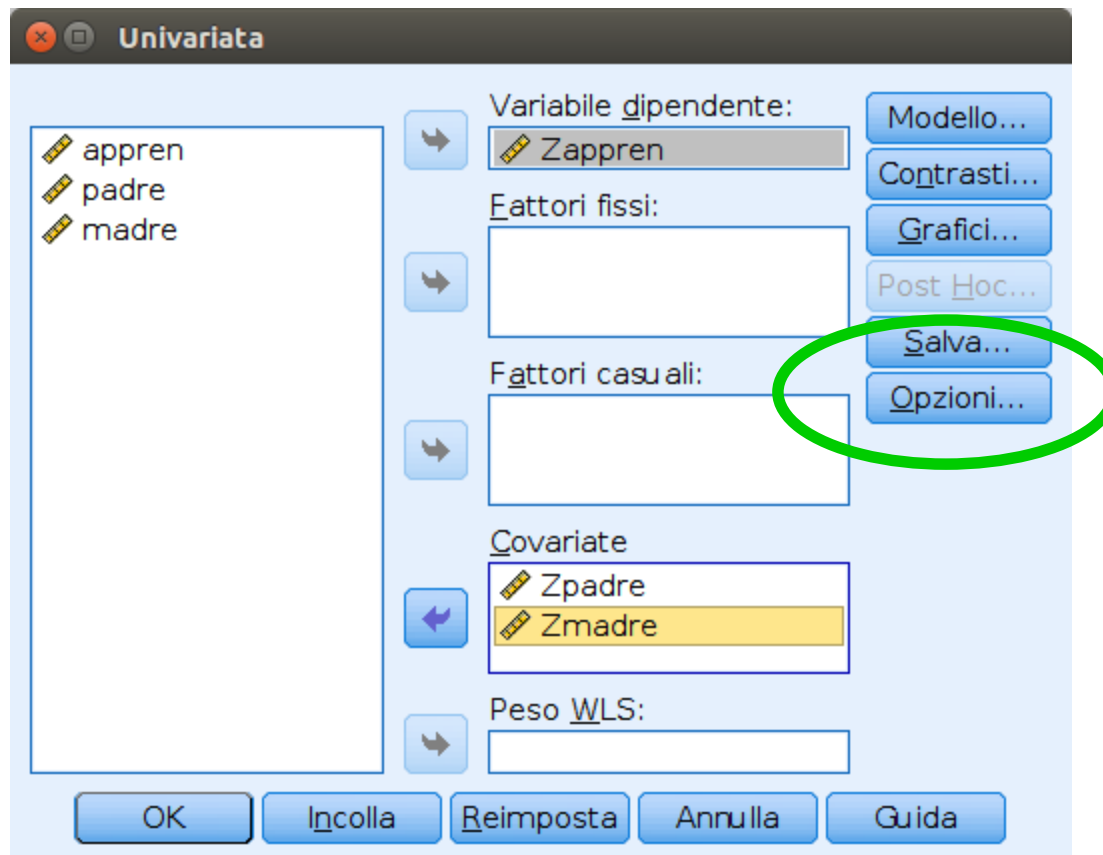
Somma dei quadrati: Tipo III

Includi intercetta nel modello

Continua Annulla Guida

# Regressione come Modello Lineare Generale

- ◆ Chiediamo i coefficienti mediante “Opzioni”



# Regressione come Modello Lineare Generale

- ◆ Chiediamo i coefficienti

Univariata: Opzioni

Medie marginali stimate

Fattori e interazioni dei fattori:  
(OVERALL)

Visualizza medie per:

Confronta effetti principali

Adattamento intervallo di confidenza:  
LSD (nessuno)

Visualizza

Statistiche descrittive

Stime della dimensione degli effetti

Potenza osservata

Stime dei parametri

Matrice del coefficiente di contrasto

Test di omogeneità

Grafico di confronto tra diffusione e livello

Grafico dei residui

Mancanza di adattamento

Funzione stimabile generale

Livello di significatività: .05 Gli intervalli di confidenza sono 95.0%

Continua Annulla Guida

# Risultati

- ◆ Otteniamo effetti principali e interazione

## Stime dei parametri

Variabile dipendente: Zappren

Parametro	B	Errore std.	t	Sign.	Intervallo di confidenza 95%	
					Limite inferiore	Limite superiore
Intercetta	-.001	.079	-.009	.993	-.158	.157
Zpadre	.296	.080	3.717	.000	.137	.456
Zmadre	.613	.080	7.700	.000	.454	.773
Zpadre * Zmadre	.294	.070	4.206	.000	.154	.435

Effetto di interazione

L'effetto di coinvol. materno varia al variare del coinvol. paterno

# Risultati

- ◆ Otteniamo effetti principali e interazione

## Effetti principali

### Stime dei parametri

Variabile dipendente: Zappren

Parametro	B	Errore std.	t	Sign.	Intervallo di confidenza 95%	
					Limite inferiore	Limite superiore
Intercetta	-.001	.079	-.009	.993	-.158	.157
Zpadre	.296	.080	3.717	.000	.137	.456
Zmadre	.613	.080	7.700	.000	.454	.773
Zpadre * Zmadre	.294	.070	4.206	.000	.154	.435

Zpadre: In media, il coinv. Paterno migliora l'apprendimento

Zmadre: In media, il coinv. Materno migliora l'apprendimento

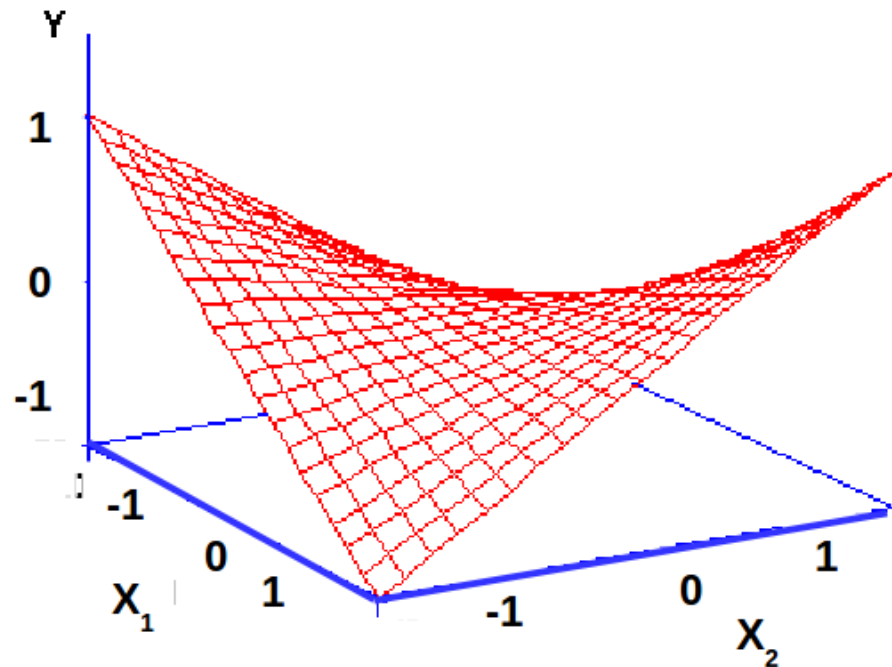
# Problemi con le interazioni

- ◆ Come interpretare l'andamento degli effetti al variare delle VI
- ◆ Come testare che le variabili abbiano un effetto per specifici valori delle altre

Simple Slope Analysis

# Rappresentare l'interazione

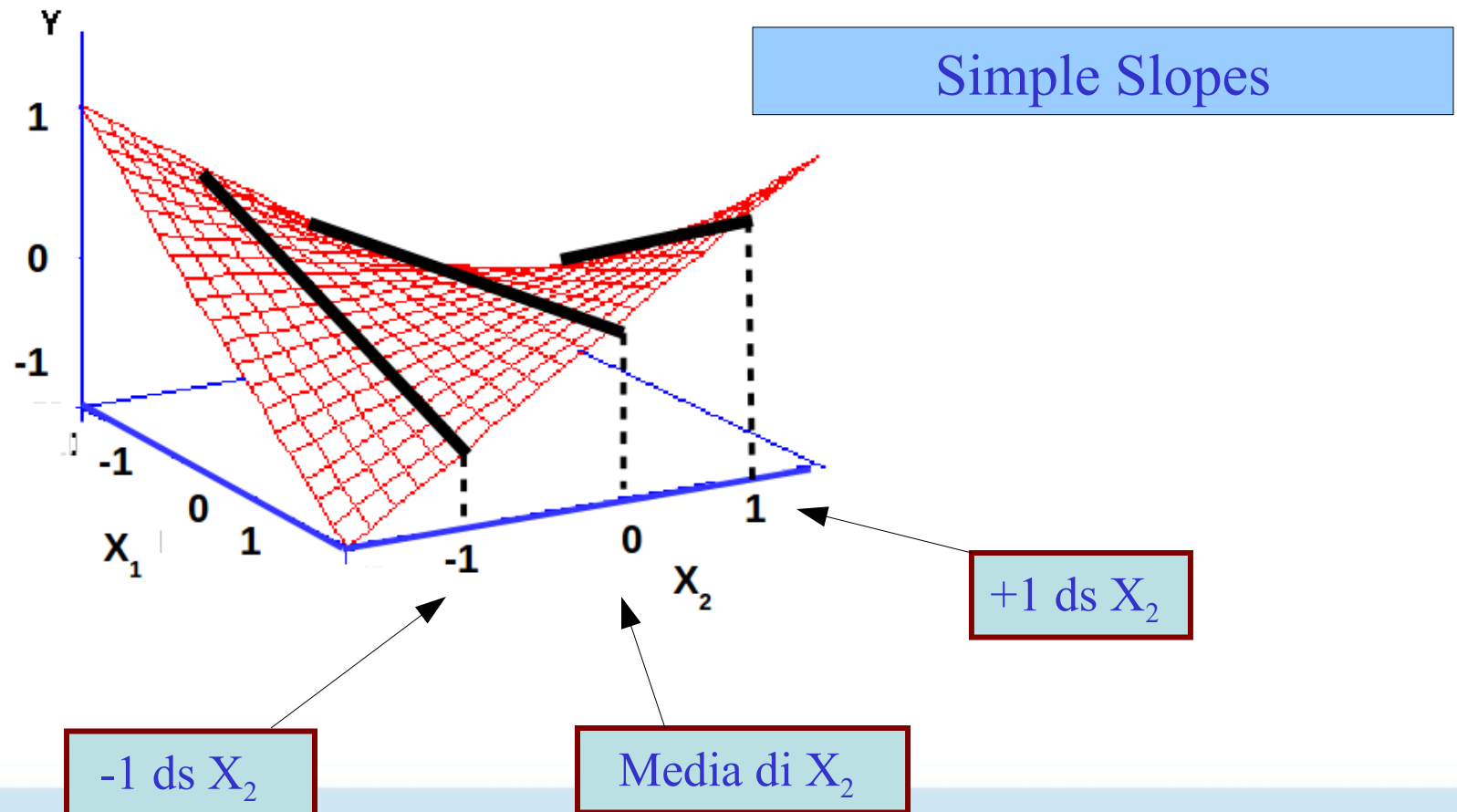
- ◆ In linea di principio, potremmo interpretare il grafico della superficie
- ◆ In pratica non è molto chiaro come grafico





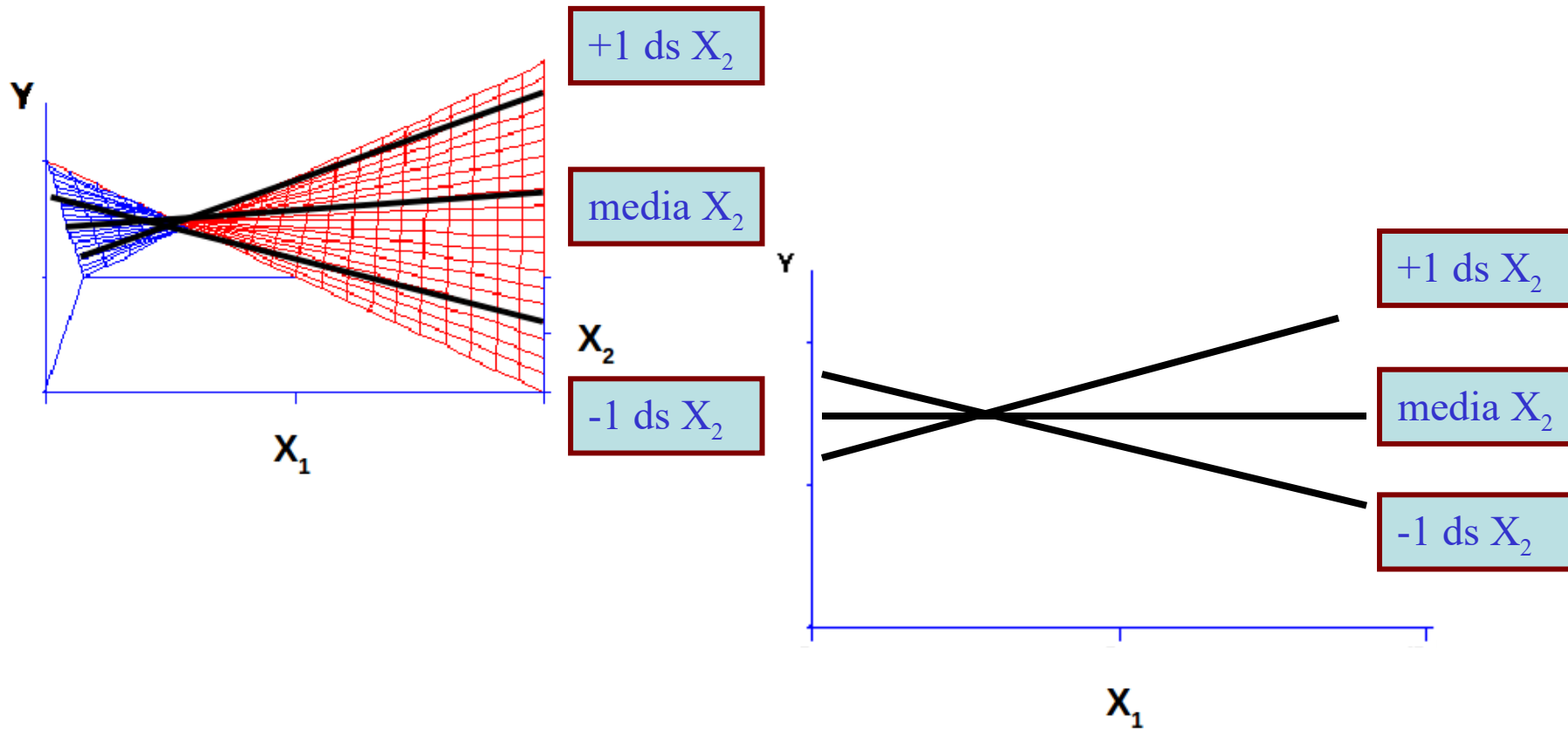
# Simple slope analysis

- ◆ E' più semplice selezionare due o più rette della superficie di regressione
- ◆ Possiamo scegliere tre rette corrispondenti a valori sensati del moderatore



# Simple slope analysis

- E rappresentarle in due dimensioni



# In SPSS

## Grafico delle Simple Slopes

- ◆ In pratica dobbiamo chiedere al software di fare un grafico dell'effetto della variabile indipendente (una retta):
  - ◆ Per il moderatore uguale alla media (punteggi medi)
  - ◆ Per il moderatore uguale ad una deviazione standard sopra la media (punteggi alti)
  - ◆ Per il moderatore uguale ad una deviazione standard sotto la media (punteggi bassi)

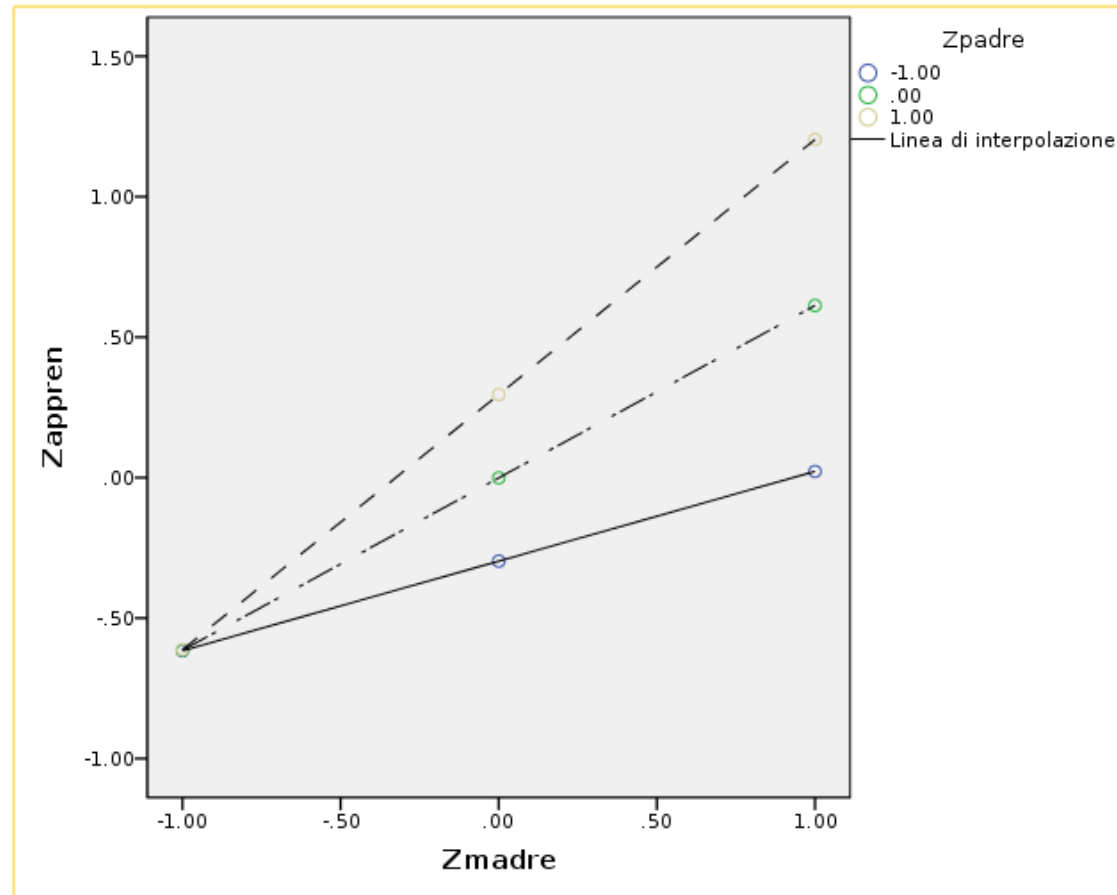
# In SPSS

## Grafico delle Simple Slopes

- ◆ Useremo un plug-in di spss (vedi esercitazione) per produrre il grafico
- ◆ Ci concentriamo sulla sua interpretazione

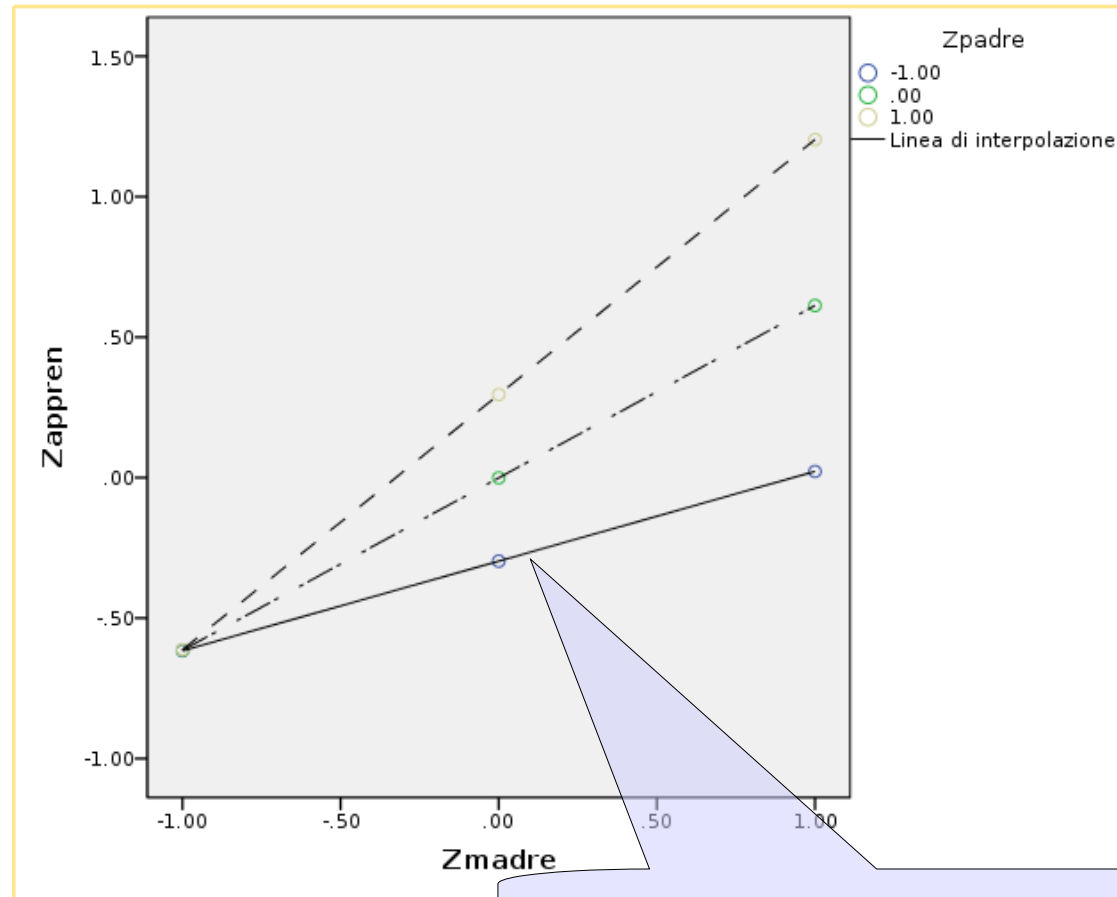
# In SPSS

## Grafico delle Simple Slopes



# In SPSS

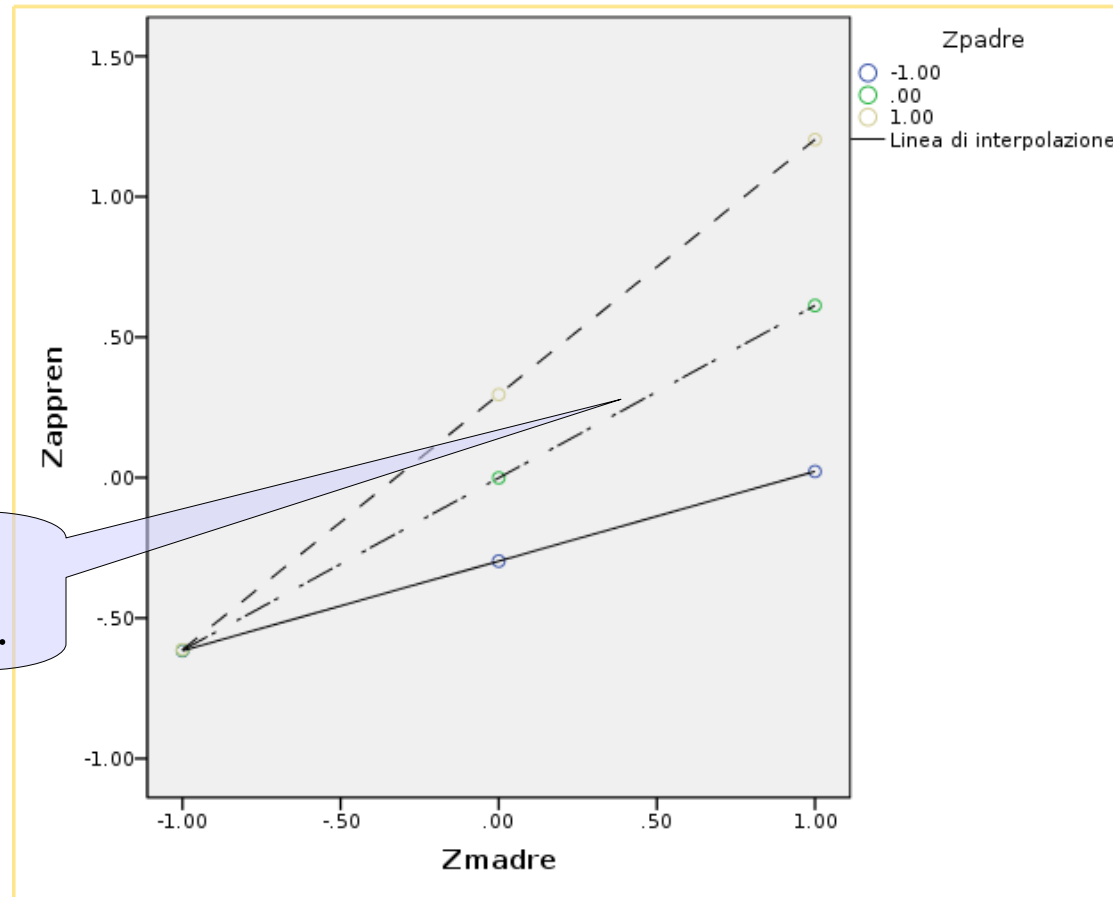
## Grafico delle Simple Slopes



Effetto Madre per Padre basso coinv.

# In SPSS

## Grafico delle Simple Slopes

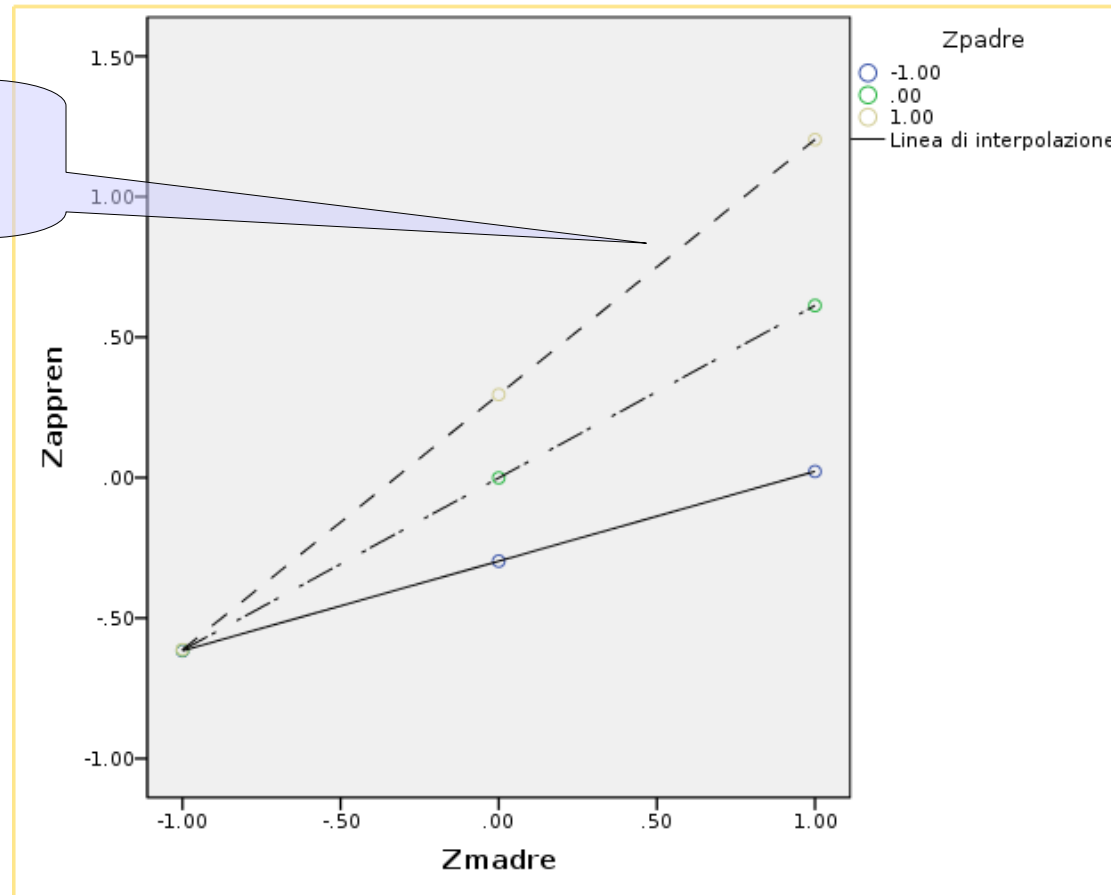


Effetto Madre per  
Padre medio coinv.

# In SPSS

## Grafico delle Simple Slopes

Effetto Madre per  
Padre alto coinv.





# Recap

- ◆ La regressione moderata ci consente di studiare come e quanto l'effetto di una VI cambia al variare dei livelli di un'altra variabile: **moderazione**
- ◆ L'effetto di interazione indica quanto forte è il condizionamento dell'effetto da parte del moderatore
- ◆ Interpretiamo i risultati guardando il grafico delle **simple slopes**, cioè gli effetti di una VI per livelli bassi, medi e alti del moderatore