

DISTRIBUZIONE DI GAUSS E DI POISSON

Introduzione:

Obiettivo dell'esperienza è trovare le leggi di distribuzione dei risultati di misure eseguite in laboratorio: studio della distribuzione statistica delle palline in caduta in una struttura a quinconce e studio della distribuzione statistica di misure di fondo radioattivo.

Richiami:

La distribuzione di Gauss

La variabile casuale gaussiana è caratterizzata dalla seguente funzione di densità di probabilità

$$G_{X,\sigma}(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad \text{con } -\infty < x < \infty$$

Il valore medio e la varianza (che sono gli unici due parametri di questa funzione) sono μ e σ^2 .

La funzione è normalizzata. Il suo integrale definito (calcolato tra due valori a e b) è la probabilità che una misura dia un risultato $a < x < b$.

La distribuzione di Poisson e il fondo ambientale

Le sostanze radioattive sono caratterizzate da una instabilità atomica e/o nucleare, che le fa trasformare in altri elementi chimici (o altri isotopi), rilasciando energia sotto forma di radiazioni ionizzanti. Questo fenomeno è detto decadimento radioattivo ed è la principale fonte di radiazioni ionizzanti sulla terra. Dal decadimento di uranio (^{238}U e ^{235}U), torio (^{232}Th), potassio (^{40}K) e rubidio (^{87}Rb) derivano tutti i principali elementi radioattivi naturali. L'unità di misura della radioattività è il Becquerel [Bq], che dimensionalmente equivale a $[\text{s}^{-1}]$ ed è definito come il numero di decadimenti al secondo. Per misurare la presenza di radiazioni può essere impiegato un tubo pieno di gas detto tubo di Geiger-Müller (GM). Esso contiene un certo volume di gas e due elettrodi, ai quali si applica una tensione continua. Quando il gas viene ionizzato dalla radiazione incidente, viene reso conduttore per un breve tempo, così da lasciare passare un impulso di corrente elettrica, che viene evidenziata da un segnale sonoro. Possono essere rilevate le radiazioni alfa, beta e gamma:

- le radiazioni alfa consistono in nuclei di elio (2 protoni e 2 neutroni, carica 2+)
- le radiazioni beta sono costituite da elettroni prodotti dalla trasformazione nucleare di un neutrone in un protone più un elettrone (carica 1-)
- la radiazione gamma è di natura elettromagnetica ed è emessa dal nucleo atomico in *pacchetti di energia* detti quanti o fotoni

Un nucleo si disintegra in modo puramente casuale (dopo un tempo brevissimo o dopo migliaia di anni) con bassa probabilità di accadimento. Per la misura dei decadimenti radioattivi è lecita l'ipotesi che essi seguano la distribuzione di Poisson:

$$P_{\mu}(v) = \frac{e^{-\mu} \mu^v}{v!}$$

dove ν è il numero di conteggi e μ è il conteggio medio atteso nell'intervallo di misura considerato. La radioattività naturale, detta anche misura di **fondo ambientale**, che si misura in laboratorio è dovuta alla presenza di piccole concentrazioni di isotopi radioattivi, presenti specialmente nei materiali da costruzione e ai raggi cosmici.

Materiale a disposizione

Dati quince: numero di palline cadute in un determinato scomparto per un sistema a quince
Dati fondo: 100 misure di fondo radioattivo ambientale

N.B.: gli studenti che non hanno potuto raccogliere i dati in presenza troveranno dei file di simulazione (“dati quince.txt” e “dati fondo.txt”) nella propria cartella condivisa. Il file “dati quince.txt” contiene una sequenza ordinata di numeri corrispondente alle palline cadute in ognuno dei 20 settori della quince: il primo numero corrisponde al numero di palline cadute nel primo scomparto, il secondo numero corrisponde al numero di palline cadute nel secondo scomparto e così via. Il file “dati fondo.txt” contiene una sequenza di numeri corrispondente al numero di conteggi osservati in 10 secondi per ognuna delle 100 misurazioni di fondo ambientale.

Esecuzione dell'esperienza

La distribuzione di Gauss

Annotare il numero di palline cadute in ogni scomparto e disegnare l'istogramma della distribuzione di frequenze osservate (distribuzione sperimentale) con Excel.

Ricavare media e deviazione standard dei risultati. Per fare ciò, assegnare alla variabile x_j il valore medio tra le ascisse dei suoi estremi (ad esempio una pallina nel secondo scomparto avrà valore pari a 1,5, ovvero il valore medio tra le ascisse dei suoi estremi 1 e 2). o_j sarà il numero di palline nello scomparto j , n il numero di scomparti, ed N il numero totale di palline.

$$\bar{x} = \sum_{j=1}^n \frac{o_j x_j}{N}$$
$$\sigma^2 = \sum_{j=1}^n \frac{o_j (x_j - \bar{x})^2}{N - 1}$$

Usando la funzione di distribuzione normale costruita a partire dai dati sperimentali, ricavare, utilizzando le opportune tavole, la probabilità di avere un dato in ognuna delle classi. Dopo aver ricavato le frequenze teoriche per un numero di palline pari a quelle raccolte, disegnare l'istogramma relativo (distribuzione teorica).

VERIFICARE CON IL TEST DEL χ^2 SE L'ACCORDO TRA LA DISTRIBUZIONE SPERIMENTALE E QUELLA TEORICA È ACCETTABILE.

La distribuzione di Poisson e il fondo ambientale

Partendo dai dati sperimentali calcolare la frequenza con cui si presentano i diversi valori di conteggio di fondo ambientale e disegnare l'istogramma della distribuzione di frequenze osservate (distribuzione sperimentale) con Excel. Calcolare il valor medio di conteggio per unità di tempo e, usando la funzione di distribuzione di Poisson, ricavare la probabilità di avere ν conteggi per ognuna delle classi osservate e disegnare l'istogramma relativo (distribuzione teorica).

VERIFICARE CON IL TEST DEL χ^2 SE L'ACCORDO TRA LA DISTRIBUZIONE SPERIMENTALE E QUELLA TEORICA È ACCETTABILE.