

## DISTRIBUZIONE BINOMIALE E DISTRIBUZIONE DI GAUSS

### Introduzione:

Obiettivo dell'esperienza è trovare la legge di distribuzione statistica del risultato del lancio di dadi.

### Richiami:

#### *La distribuzione binomiale*

La variabile casuale binomiale è una variabile casuale discreta che descrive una sequenza di prove indipendenti tra loro. La distribuzione di probabilità di tale variabile aleatoria è detta distribuzione binomiale.

Esempi di casi in cui è applicabile la distribuzione binomiale sono una serie di lanci di una moneta o una serie di estrazioni con reintroduzione, nelle quali il risultato di ciascuna può avere due sole modalità, in genere chiamate convenzionalmente "successo" ed "insuccesso".

La variabile aleatoria binomiale è caratterizzata da due parametri:

- $p$ : la probabilità di successo della singola prova ( $0 < p < 1$ ).
- $n$ : il numero di prove effettuate.

Definito  $k$  il numero di successi ottenuti in  $n$  prove, la distribuzione di probabilità associa ad ogni possibile valore di  $k$  (da 0 ad  $n$ ) la relativa probabilità. La funzione di distribuzione è la seguente:

$$P_{n,p}(k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

Il coefficiente binomiale:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

esprime i modi distinti (combinazioni) in cui possono essere ripartiti i  $k$  successi negli  $n$  tentativi.

La distribuzione è normalizzata. Il valore medio  $\mu$  e la varianza  $\sigma^2$  sono:

$$\mu = \bar{k} = \sum_{k=0}^n k P_{n,p}(k) = np \qquad \sigma^2 = np(1-p)$$

#### *Approssimazione della distribuzione binomiale con la distribuzione normale*

Quando il numero di prove effettuate è sufficientemente grande, la distribuzione binomiale può essere approssimata a una distribuzione normale con valor medio e varianza pari a quella della distribuzione binomiale:

$$P_{n,p}(k) \approx G_{\mu,\sigma}(k)$$

### Materiale a disposizione

Dadi: simulatore di lanci usando la funzione in Google, ad es. per lanciare 3 dadi a 6 facce digitare in Google "3D6", per lanciare 8 dadi a 4 facce digitare "8D4".

### Esecuzione dell'esperienza

#### *La distribuzione binomiale*

Lanciare 200 volte 5 dadi a 6 facce e registrare il numero di *sei* ottenuti in ogni lancio. Disegnare l'istogramma della distribuzione di frequenze osservate (distribuzione sperimentale).

Usando la funzione di distribuzione binomiale, ricavare la probabilità di successo teoriche per lo stesso lancio, calcolare le frequenze attese per 200 lanci e disegnare l'istogramma (distribuzione teorica).

VERIFICARE, CON IL TEST DEL  $\chi^2$  SE L'ACCORDO TRA LA DISTRIBUZIONE SPERIMENTALE E QUELLA TEORICA È ACCETTABILE.

***Approssimazione della distribuzione binomiale con la distribuzione normale***

Lanciare 200 volte 16 dadi a 4 facce e registrare il numero di *uno* ottenuti in ogni lancio. Disegnare l'istogramma della distribuzione di frequenze osservate (distribuzione sperimentale). Usando la funzione di distribuzione binomiale, ricavare la probabilità di successo teoriche per lo stesso lancio, calcolare le frequenze attese per 200 lanci e disegnare l'istogramma (distribuzione teorica). Calcolare la probabilità di osservare  $k \geq 6$  e  $k \geq 7$ .

Approssimare quindi la distribuzione binomiale a una dimostrazione normale e, utilizzando le tabelle appropriate e tenendo conto della natura continua della funzione normale rispetto ai valori discreti che può assumere la distribuzione binomiale, calcolare la probabilità di osservare  $k \geq 6$  e  $k \geq 7$ .

VERIFICARE, CON IL TEST DEL  $\chi^2$  SE L'ACCORDO TRA LA DISTRIBUZIONE SPERIMENTALE E QUELLE TEORICHE È ACCETTABILE E COMMENTARE LE PROBABILITÀ DI SUCCESSO TEORICHE CON QUELLE SPERIMENTALI.