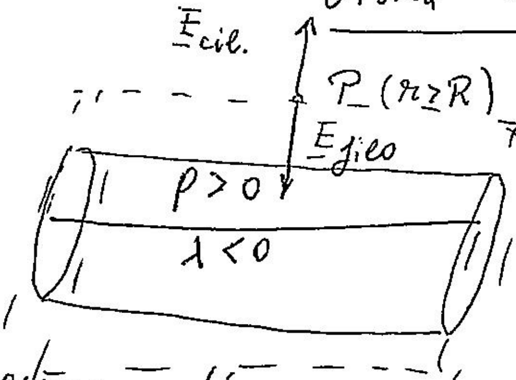
Fisica 2 - Prova scritta del 12 aprile 2021



1) a) Data la simmetria cilindrica le linee del campo elettrico prodotto dal filo sono radiali e dirette verso il filo. Non vi sono quindi componenti assiali o azimutali del campo elettrico.

b) Per il calcolo, scegliamo come superficie di Gauss S un cilindro coassiale al filo, di raggio r.
Poiché $\underline{E}_{filo}$ è puramente radiale, l'unico contributo non nullo al flusso attraverso S di $\underline{E}_{filo}$ è attraverso la superficie laterale. Si osserva poi che $\underline{E}_{filo}$ è ovunque antiparallelo alla normale alla sup. laterale. Pertanto

$$\int_S \underline{E} \cdot d\underline{S} \underset{\underline{E} \parallel d\underline{S}}{=} -\int E\, dS \underset{\substack{E \text{ dipende} \\ \text{esclusivamente da } r \\ \text{(e NON dalle coordinate assiale o azimutale)}}}{=} -E \int dS = -E\, 2\pi r L$$

con L lunghezza del filo.

La carica racchiusa da S è $Q = -|\lambda| \cdot L$.
Pertanto

$$-E\, 2\pi r \cancel{L} = -\frac{|\lambda| \cancel{L}}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{|\lambda|}{2\pi r \varepsilon_0}$$

c) Analogamente al caso del filo, per simmetria cilindrica le linee di campo di $\underline{E}_{cil}$ sono puramente radiali. $|\underline{E}_{cil}|$ dipende inoltre esclusivamente dalla coordinata radiale r (e non da quelle assiale o azimutale). Le linee di campo si allontanano dal filo, poiché $\rho > 0$.

d) Analogamente al punto b), scegliendo la medesima superficie S per il calcolo

$$\int_S \underline{E}\cdot d\underline{S} = 2\pi r L E_{cil}$$

La carica racchiusa da S e' $Q = \rho \cdot \pi R^2 L$

Segue:

$$\cancel{2\pi} r \cancel{L} E_{cil} = \frac{\rho \cancel{\pi} R^2 \cancel{L}}{\varepsilon_0} \quad ; \quad E_{cil} = \frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0 r}$$

e) Va chiesto che $\quad E_{cil} = E_{filo}$

$$\Rightarrow \frac{\rho R^2}{\cancel{2\varepsilon_0 r}} = \frac{|\lambda|}{\cancel{2\pi r \varepsilon_0}} \quad ; \quad \rho = \frac{|\lambda|}{\pi R^2} \approx 5.09\cdot 10^{-6}\,\frac{C}{m^3}$$

2) a) Applichiamo la legge di Faraday-Neumann-Lenz

$$f.e.m. = -\frac{d\phi(\underline{B})}{dt}$$

con

$$\phi(\underline{B}) = \int_S \underline{B}\cdot d\underline{S} = \int_S B\, dS \cos\theta = B S \cos(\omega t)$$

$$\theta = \omega t \qquad S = cost \qquad B = cost$$

Quindi

$$V(t) = f.e.m. = -\frac{d}{dt}\left(BS\cos(\omega t)\right) = BS\omega \operatorname{sen}(\omega t)$$

$$= V_0 \operatorname{sen}(\omega t)$$

$$\text{con} \quad V_0 \stackrel{def}{=} BS\omega$$

b) Vale che

$$P(t) = I(t)V(t) = \frac{V^2(t)}{R} = \frac{V_0^2}{R}\operatorname{sen}^2(\omega t)$$

$$I(t) = \frac{V(t)}{R}$$

c) Per definizione

$$\langle P(t) \rangle = \frac{\int_0^T P(t)\,dt}{T} \qquad \text{con} \quad T = 2\pi/\omega$$

$$= \frac{\int_0^{2\pi/\omega} \frac{V_0^2}{R} \operatorname{sen}^2(\omega t)\,dt}{2\pi/\omega}$$

Valutiamo $\displaystyle \mathcal{J} = \int_0^{2\pi/\omega} \operatorname{sen}^2(\omega t)\,dt \underset{y = \omega t}{=} \frac{1}{\omega}\int_0^{2\pi} \operatorname{sen}^2 y\,dy$

Usando l'identità $\cos(2y) = \cos^2 y - \operatorname{sen}^2 y = 1 - 2\operatorname{sen}^2 y$

$$\Rightarrow \operatorname{sen}^2 y = \frac{1-\cos(2y)}{2}$$

$$\mathcal{J} = \frac{1}{2\omega}\int_0^{2\pi} (1-\cos(2y))\,dy = \pi/\omega$$

Quindi $$\langle P(t) \rangle = \frac{\frac{V_0^2}{R}\,\cancel{\pi/\omega}}{2\pi/\cancel{\omega}} = \frac{V_0^2}{2R} = \frac{V_{eff}^2}{R}$$

d) Si osserva che $\langle P(t) \rangle$ è la metà della potenza dissipata da un elemento di resistenza R ai cui capi vi sia la tensione (continua) V_0.
Possiamo allora definire la tensione efficace $V_{eff} = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$ e la corrente efficace $I_{eff} = \frac{V_{eff}}{R}$ in modo che $\langle P(t) \rangle = \frac{V_{eff}^2}{R}$, cioè in modo che $\langle P(t) \rangle$ sia uguale alla potenza dissipata da un elemento di resistenza R e ai cui capi vi sia la tensione continua V_{eff}.

3) a) Usiamo la relazione $I = \langle S \rangle = c \cdot \langle u \rangle =$

$$= c \cdot \frac{1}{2} \varepsilon_0 E_0^2$$

con $\langle S \rangle$: valor medio del vettore di Poynting
c: velocità della luce
$\langle u \rangle$: valor medio della densità di energia di un'onda elettromagnetica
E_0: valor massimo del campo elettrico dell'onda

$$E_0 = \sqrt{\frac{2I}{\varepsilon_0 \cdot c}} \simeq 1.02 \cdot 10^3 \ V/m$$

b) Poiché $c \cdot B_0 = E_0 \Rightarrow B_0 = \frac{E_0}{c} \simeq 3.4 \cdot 10^{-6} \ T$

c) La relazione tra pressione di radiazione p e densità di energia $\langle u \rangle$ e'

$$p = \langle u \rangle = I/c \simeq 4.6 \cdot 10^{-6} \ N/m^2$$

d) $F_{rad} = p \cdot \pi R_T^2 \simeq 5.86 \cdot 10^8 \ N$

e)

$$F_{grav} = G \frac{m_T m_S}{d_{TS}^2} = 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5.98 \cdot 10^{24} \cdot 1.99 \cdot 10^{30}}{(1.5 \cdot 10^{11})^2}$$

$$\simeq 3.53 \cdot 10^{22} \ N$$

$$\frac{F_{rad}}{F_{grav}} \simeq 1.66 \cdot 10^{-14} \ll 1$$

Se così non fosse, non potrebbe esserci l'attrazione gravitazionale tra Terra e Sole perché la Terra sarebbe "spinta via" dalla pressione esercitata dalla radiazione solare sulla sua superficie.

4) Si veda la soluzione alla domanda nr. 4 del tema d'esame del 1° luglio 2019