

Modelli Lineari Generalizzati (Cap. 11)

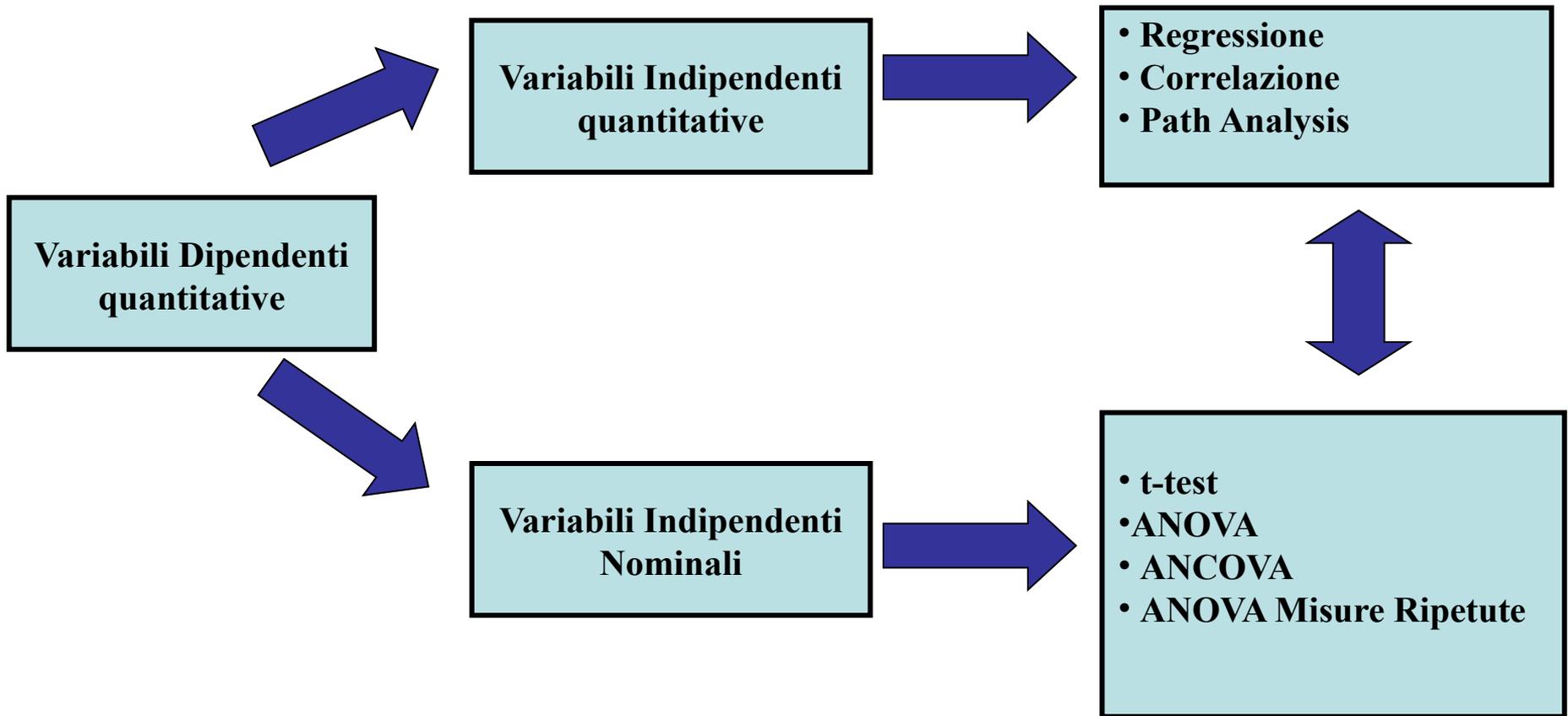
Marcello Gallucci

AMD

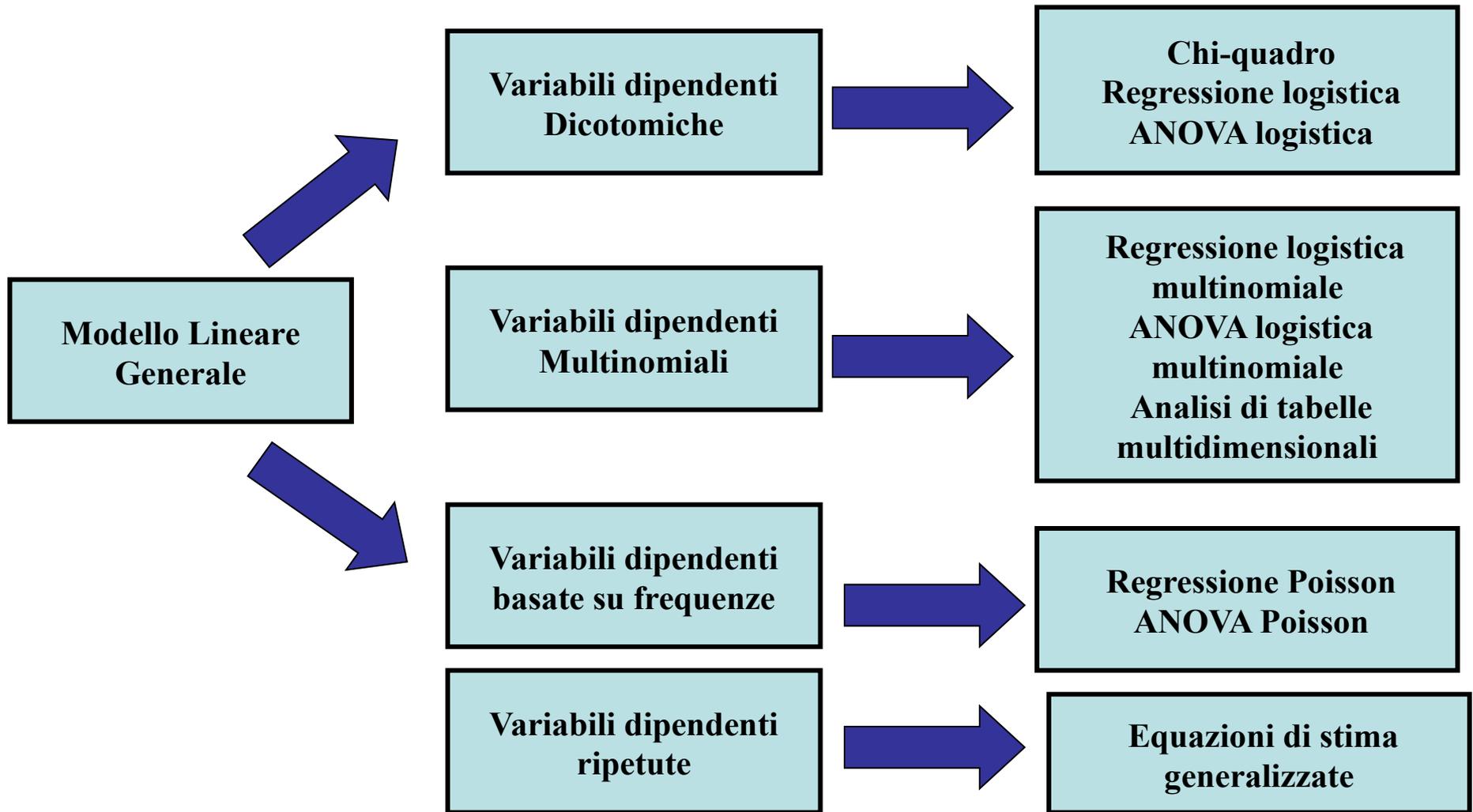
Preludio

- La maggior parte delle comuni tecniche statistiche volte ad individuare le relazioni fra variabili, quali Correlazioni, Regressione, ANOVA, ANCOVA, sono riconducibili al **Modello Lineare Generale** (GLM)
- Il GLM ci permette di studiare gli effetti di variabili indipendenti di vario tipo su **variabili quantitative** (variabili dipendenti continue)
- La ricerca empirica è disseminata di variabili **dipendenti qualitative** (scelte dicotomiche, scelte multiple, frequenze di eventi, classificazioni, etc)
- I **Modelli Lineari Generalizzati** ci consentono di studiare gli effetti di variabili indipendenti su variabili dipendenti qualitative

Modello Lineare Generale



Modello Lineare Generalizzato



Tecniche volte a studiare e quantificare gli effetti di una o più variabili indipendenti *continue o nominali* su una variabile dipendente *nominale (qualitativa)*

Tecniche statistiche:

- ◆ La regressione logistica: Variabile dipendente dicotomica
- ◆ La regressione ordinale: Variabile dipendente ordinabile
- ◆ La regressione multinomiale: Variabile dipendente politomica
- ◆ La regressione di Poisson: Variabile dipendente basata su frequenze
- ◆ Tutto ciò, anche a misure ripetute

Violazioni assunzioni

- ◆ Quando le assunzioni non sono soddisfatte, i risultati sono da considerarsi dubbi
- ◆ Se la violazione delle assunzioni è grave, la regressione/ANOVA non può essere applicata
- ◆ Nella pratica, con variabili dipendenti continue normalmente distribuite, queste assunzioni sono abbastanza semplici da soddisfare
- ◆ Ma cosa succede se volessimo usare una **variabile dipendente dicotomica?**

- ◆ La regressione logistica si propone di studiare e quantificare le relazioni tra una o più variabili indipendenti quantitative (es. età, salario, atteggiamenti, personalità) e una variabile **dipendente dicotomica** (es. stato civile, voto al referendum, appartenenza ad un gruppo, etc.)

Assunzioni e Dicotomiche

◆ Le assunzioni della regressione lineare non possono essere soddisfatte nel caso di VD dicotomiche

Assunzione

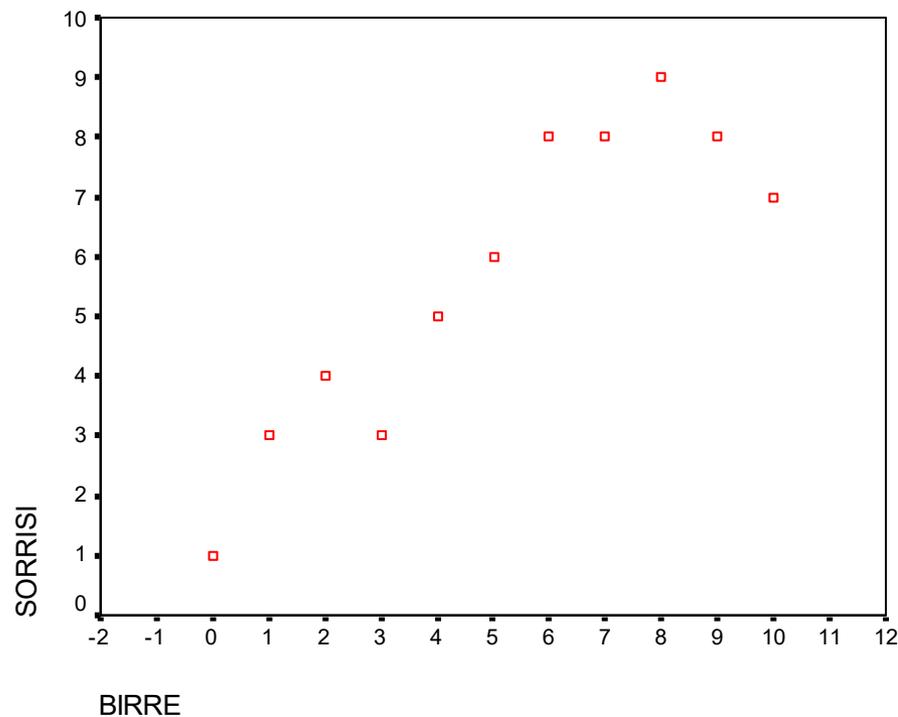
- ◆ Linearità
- ◆ Omoschedasticità
- ◆ Normalità errori

Se VD dicotomica

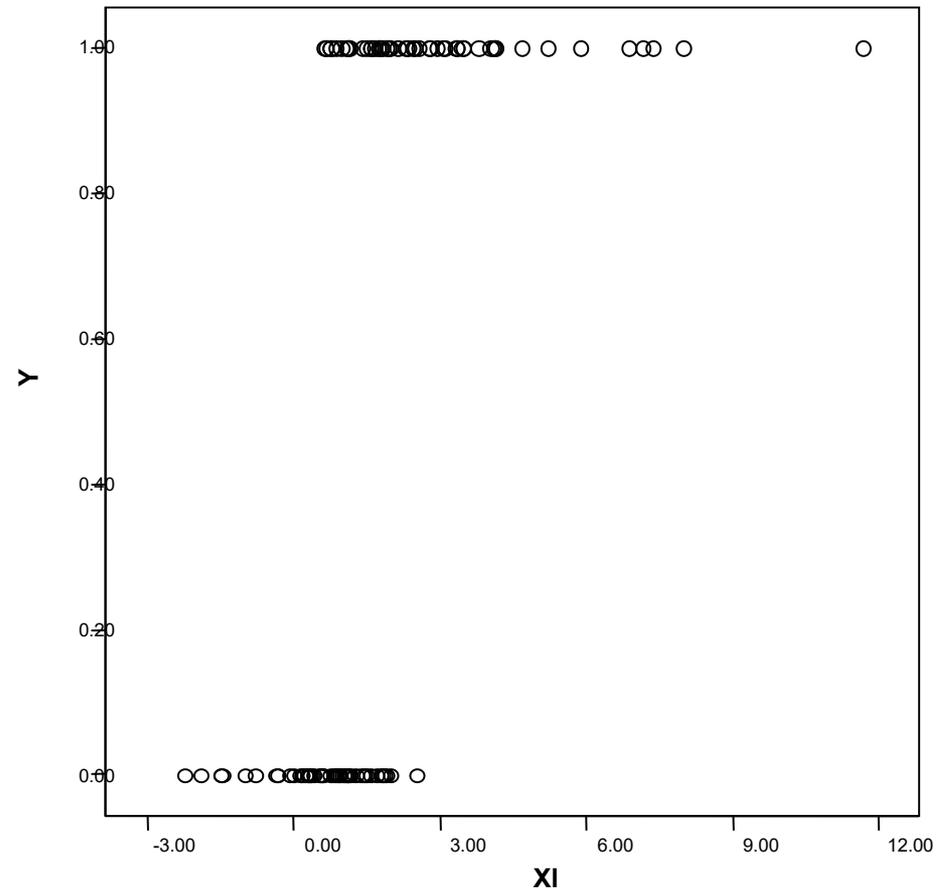
- ◆ Non può essere lineare
- ◆ Sicuramente la varianza dipende dal valore predetto
- ◆ Gli errori saranno sempre distribuiti con due gobbe

Assunzioni regressione lineare

- ◆ Come si può intuire dal fatto che la regressione interpola una retta tra i punti, la relazione che stima è una relazione lineare, omoschedastica e normale



VD dicotomica



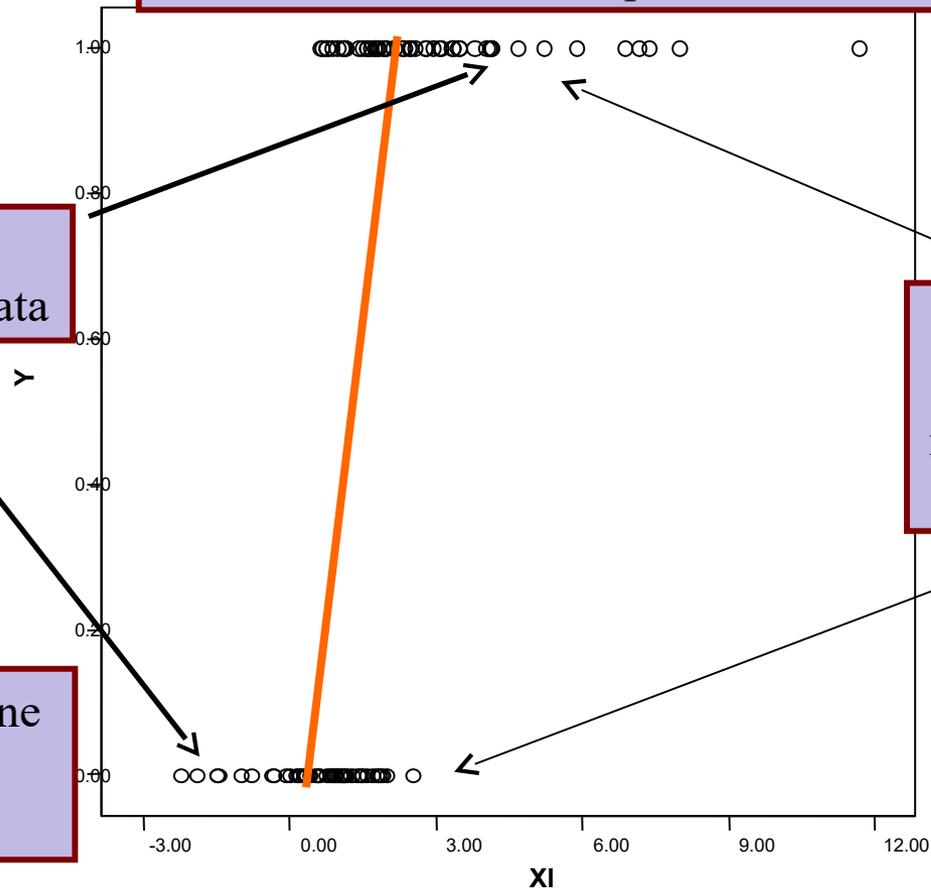
VD dicotomica

La relazione non potrà mai essere lineare

Gran parte della
varianza non è spiegata

La retta di regressione
avrà moltissimo
margine di errore

I punteggi saranno
necessariamente
raggruppati in due rette
piatte



Assunzione 1: Linearità

- Come visto precedentemente la relazione che riusciamo a catturare con la regressione è una relazione lineare
- **Se la regressione è condotta con una variabile dipendente dicotomica, l'assunzione di linearità non può essere soddisfatta, creando problemi sia nella bontà della predizione, che nella sua interpretazione**
- **Dunque l'assunzione di linearità è sicuramente violata**

- Quando abbiamo una **variabile dipendente dicotomica**, ogni soggetto ha o 1 o 0 come valore della variabile dipendente

VD=sexo (Maschi=0, Femmine=1), VD=acquisto (Si=1, No=0), voto al referendum (Si=1, No=0)

- La media della variabile dipendente è la probabilità di ottenere il valore 1

$$\bar{Y} = \frac{n_1}{n_{tot}}$$

- Ciò che prediciamo è la probabilità p di appartenere al gruppo con valore 1 (e $1-p$ sarà la probabilità di appartenere al gruppo 0).

Soluzione

- Necessitiamo dunque di un tipo di regressione che:
- Risolva il problema della omoschedasticità, linearità e normalità degli errori
- Ammetta valori non assurdi
- Ci esprima le relazioni sulla base di probabilità o qualcosa di comparabile
- **Cioè dobbiamo usare un modello che trasformi la variabile dipendente tale da linearizzare la relazione, rendere la variabile dipendente continua, e farla variare su tutto l'asse (valori positivi e negativi)**

Soluzione: parte 1

- Intanto decidiamo di **non cercare di predire la probabilità**, ma il rapporto tra probabilità
- Tale rapporto è detto **odd (rapporto di probabilita')**

$$P_i = a + b_{yx} x_i \quad \Rightarrow \quad \frac{P_i}{1 - P_i} = a + b_{yx} x_i$$

Odd

- L'odd è il rapporto tra la probabilità di un evento (appartenere ad un gruppo) rispetto alla probabilità del non evento (appartenere all'altro gruppo)

$$Odd = \frac{P_i}{1 - P_i}$$

- **Esempi: se la probabilità di avere una figlia femmina è .50**

$$Odd = \frac{.5}{1 - .5} = 1$$

- **se la probabilità di votare Si ad un referendum è .70**

$$Odd = \frac{.7}{1 - .7} = 2.33$$

Odd

- L'odd indica quanto più probabile è un evento rispetto al suo complemento

$$\frac{P_i}{1-P_i}$$

- **Esempi: Una figlia femmina è tanto probabile quanto un maschio**

$$Odd = \frac{.5}{1-.5} = 1$$

- **Il voto Si è 2.33 volte più probabile del No**

$$Odd = \frac{.7}{1-.7} = 2.33$$

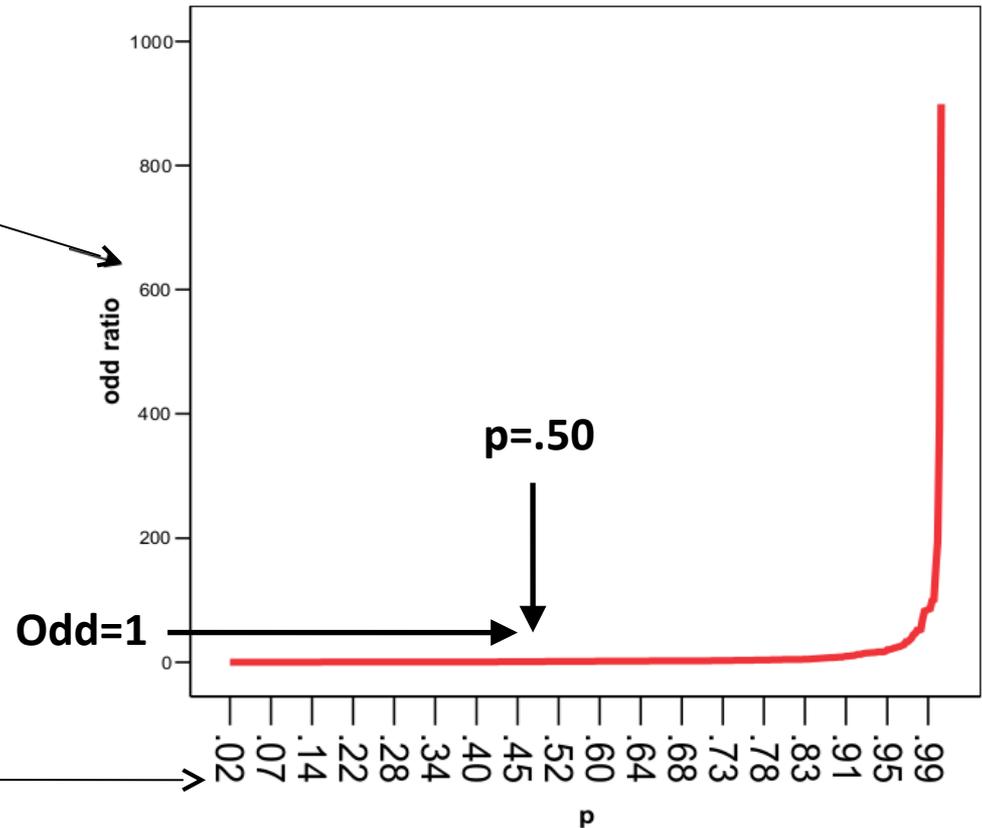
Odd: Interpretazione

- L'odd consente di esprimere la probabilità mediante valori che variano da 0 ad infinito

Odd da 0 ad infinito

$$Odd = \frac{P_i}{1 - P_i}$$

Probabilità da 0 a 1



Odd: Interpretazione

- L'odd varia da 0 ad infinito

Se gli eventi sono equiprobabili

$$p = .5 \rightarrow or = \frac{.5}{1-.5} = 1$$

É maggiore di 1 se l'evento è più probabile del contrario

$$p = .7 \rightarrow or = \frac{.7}{1-.7} = 2.33 > 1$$

É minore di 1 se l'evento è meno probabile del contrario

$$p = .2 \rightarrow or = \frac{.2}{1-.2} = .25 < 1$$

Problema con odd

- Se usassimo gli odd come variabile dipendente, potremmo ottenere predizioni impossibili, come predizioni di valori negativi

$$\frac{P_i}{1 - P_i} = a + b_{yx} x_i$$

Se $a=1$, $b=3$ e $x=-2$

$$\frac{P_i}{1 - P_i} = 1 + 3 * (-2) = -5$$

Soluzione: parte 2

- Decidiamo di non cercare di predire l'odd, ma il logaritmo dell'odd

$$\frac{P_i}{1 - P_i} = a + b_{yx}x_i \longrightarrow \ln\left(\frac{P_i}{1 - P_i}\right) = a + b_{yx}x_i$$

La trasformazione con il logaritmo si chiama **logit**

$$\text{logit} = \ln\left(\frac{P_i}{1 - P_i}\right)$$

La regressione che cerca di predire il **logit** si chiama regressione **logistica**

Logaritmo

- Il logaritmo in base A di B è quel numero a cui dobbiamo elevare A per ottenere B.

$$\text{Log}_{10} 100 = 2 \quad \longrightarrow \quad 10^2 = 100$$

- Spesso si usa il **logaritmo naturale**, cioè il logaritmo con base e o **numero neperiano** (da Napier – Giovanni Nepero - che lo scoprì) o di Eulerio (che lo formulò nei termini che lo conosciamo)

$$e = 2.718281828459045235360287471352662497757 \dots$$

$$\text{Ln}(100) = 4.605$$

$$e^{4.605} = 100$$

Vantaggi del Logaritmo

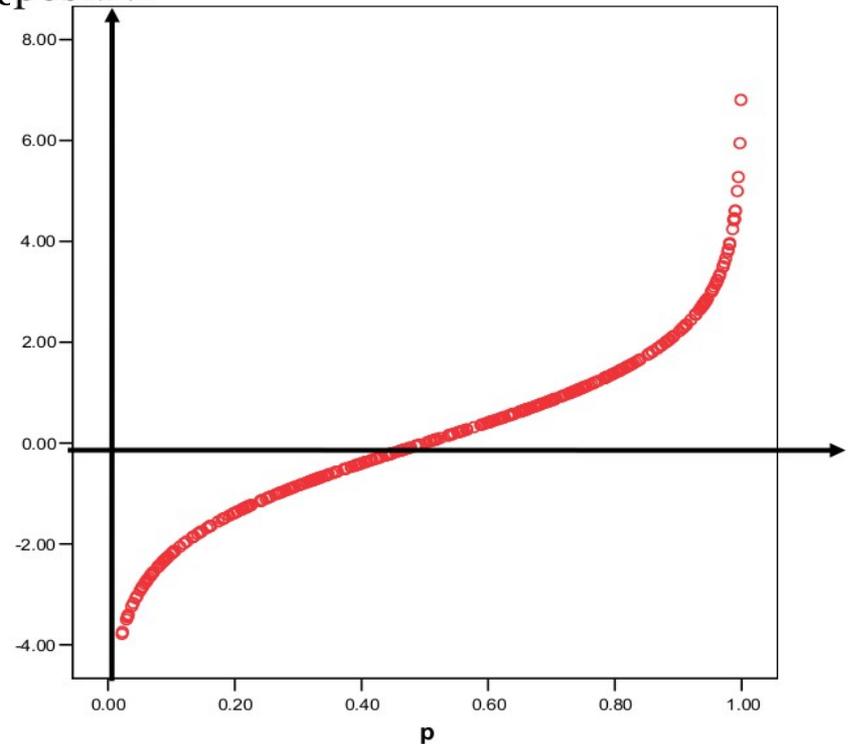
- La logistica usa il logaritmo in quanto:
 - Trasforma una variabile positiva (odds ratio) in negativi e positivi
 - É positivo se l'argomento è maggiore di 1
(es., $\text{Ln}(5) = 1.6$ $2.718^{1.6} = 5$)
 - É negativo se l'argomento è minore di 1
(es., $\text{Ln}(0.2) = -1.6$ $2.718^{-1.6} = 0.2$)
 - É zero se l'argomento è uguale ad 1
($\text{Ln}(1) = 0$ $2.718^0 = 1$)

Perché il logaritmo?

- Il logaritmo di una variabile che varia da 0 ad infinito (come gli odd), varia per tutti i valori possibili, da negativi a positivi . .

Il logaritmo dell'Odd permette di esprimere la probabilità mediante valori sia positivi che negativi

$$\text{logit} = \ln\left(\frac{p}{1-p}\right)$$

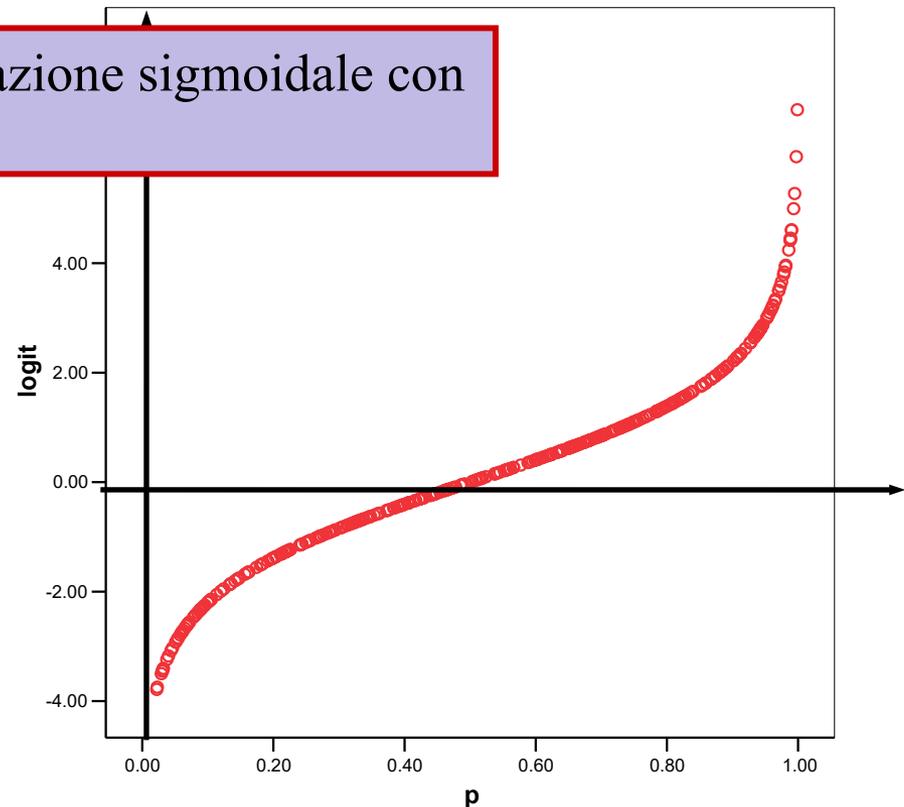


Perché il logaritmo?

- Il logaritmo di una variabile che varia da 0 ad infinito (come gli odd ratio), varia per tutti i valori possibili, da negativi a positivi

Il logaritmo dell'OR sta in relazione sigmoideale con la probabilità

$$\text{logit} = \ln\left(\frac{p}{1-p}\right)$$

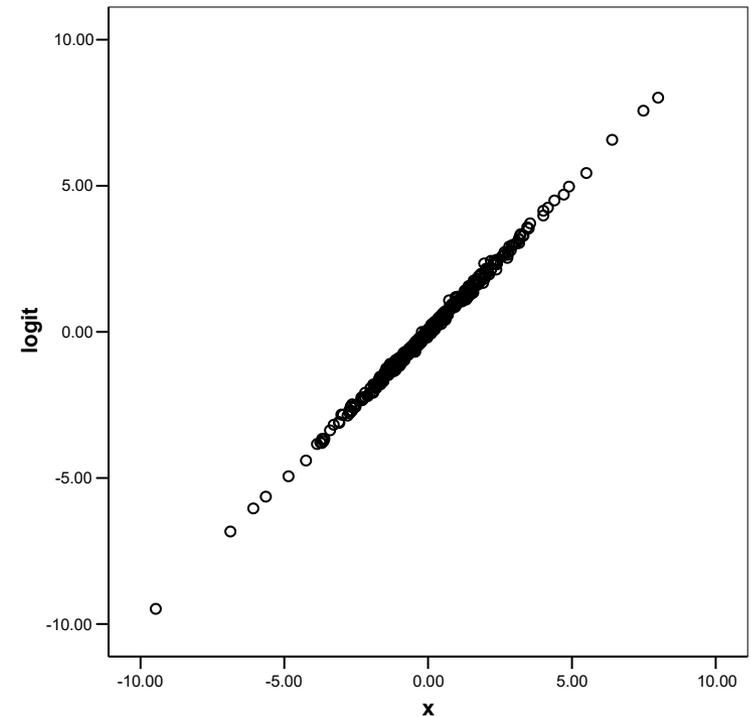
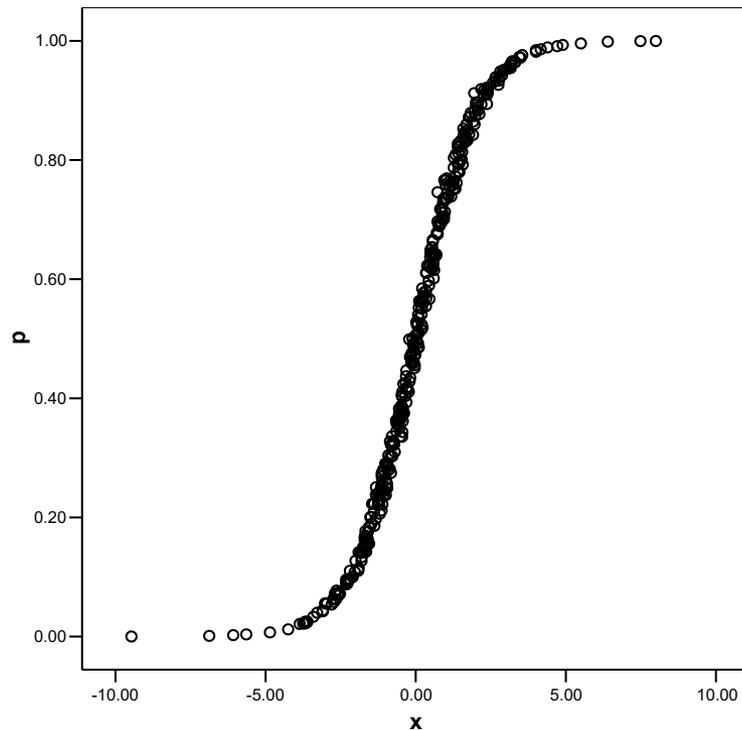


Linearizzazione della relazione

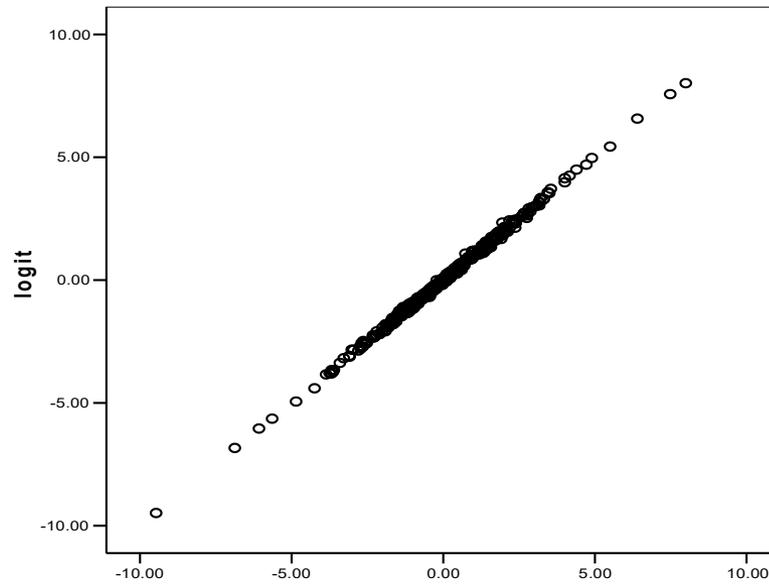
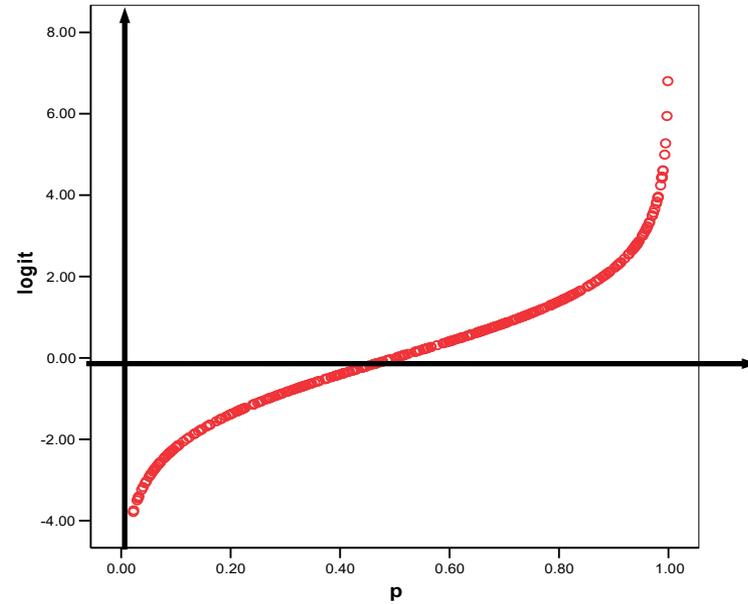
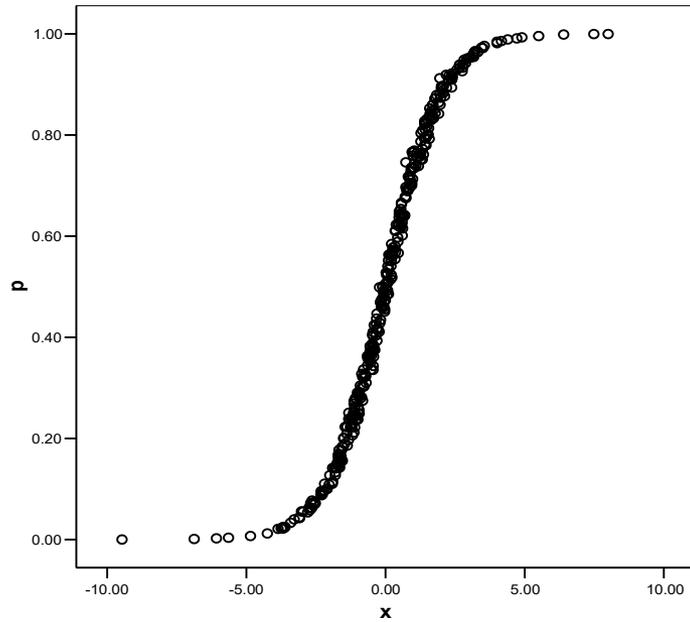
- Grazie al fatto che il **logit** sta in rapporto sigmoidale con la probabilità, il logit sarà in rapporto lineare con le variabili dipendenti

Se X predice P grazie ad una sigmoidale

X predirà LOGIT grazie ad una retta



Linearizzazione della relazione II



Centramento della relazione

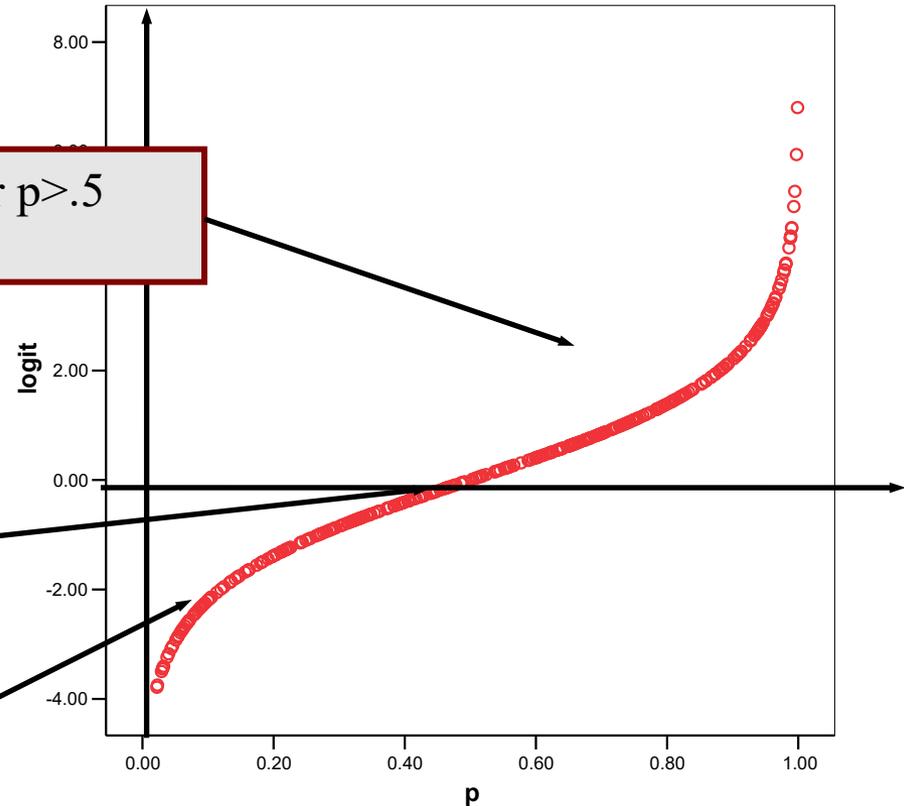
- Il Logit e' centrato rispetto alle probabilita'

$$\text{logit} = \ln\left(\frac{p}{1-p}\right)$$

Centrato a zero
quando $p=.5$

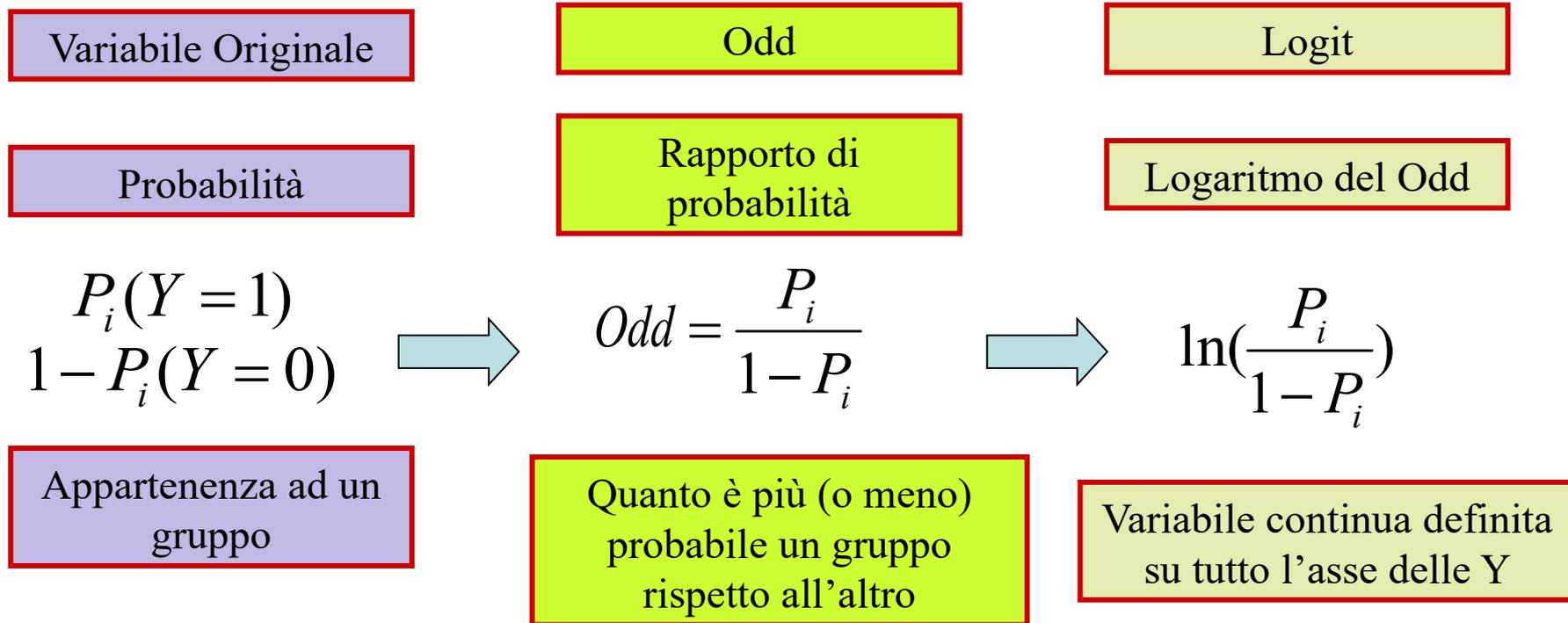
Negativo per $p < .5$

Positivo per $p > .5$



Trasformazione Logit

- Per ovviare a ciò, la regressione logistica non predice la variabile dipendente così come è, ma la trasforma



Regressione logistica

La regressione logistica è una regressione in cui la variabile dipendente è dicotomica, e dunque si predice mediante una regressione lineare il logaritmo del rapporto tra la probabilità di essere in un gruppo piuttosto che l'altro

$$\ln\left(\frac{P_i}{1 - P_i}\right) = a + b_{yx}x_i$$

Regressione Logistica

- Dato che la variabile è stata trasformata, la regressione ora è possibile
- Rispetto alla regressione che già conosciamo, cambierà:
 - Come interpretare i coefficienti
 - Il test di significatività (si usa il Wald test, ma la logica è' come con il t-test)
 - Come interpretare l' R^2

Esempio

- Vogliamo vedere se una variabile continua estroversione influenza la preferenza della birra rispetto al vino

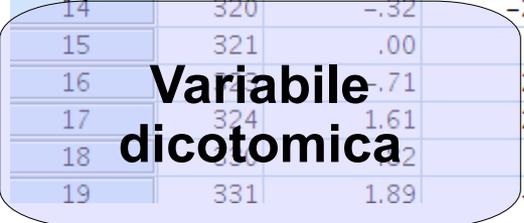
$$\ln \left(\frac{Beer}{Wine} \right) = a + b_{yx} EXTRO_i$$

Dati SPSS



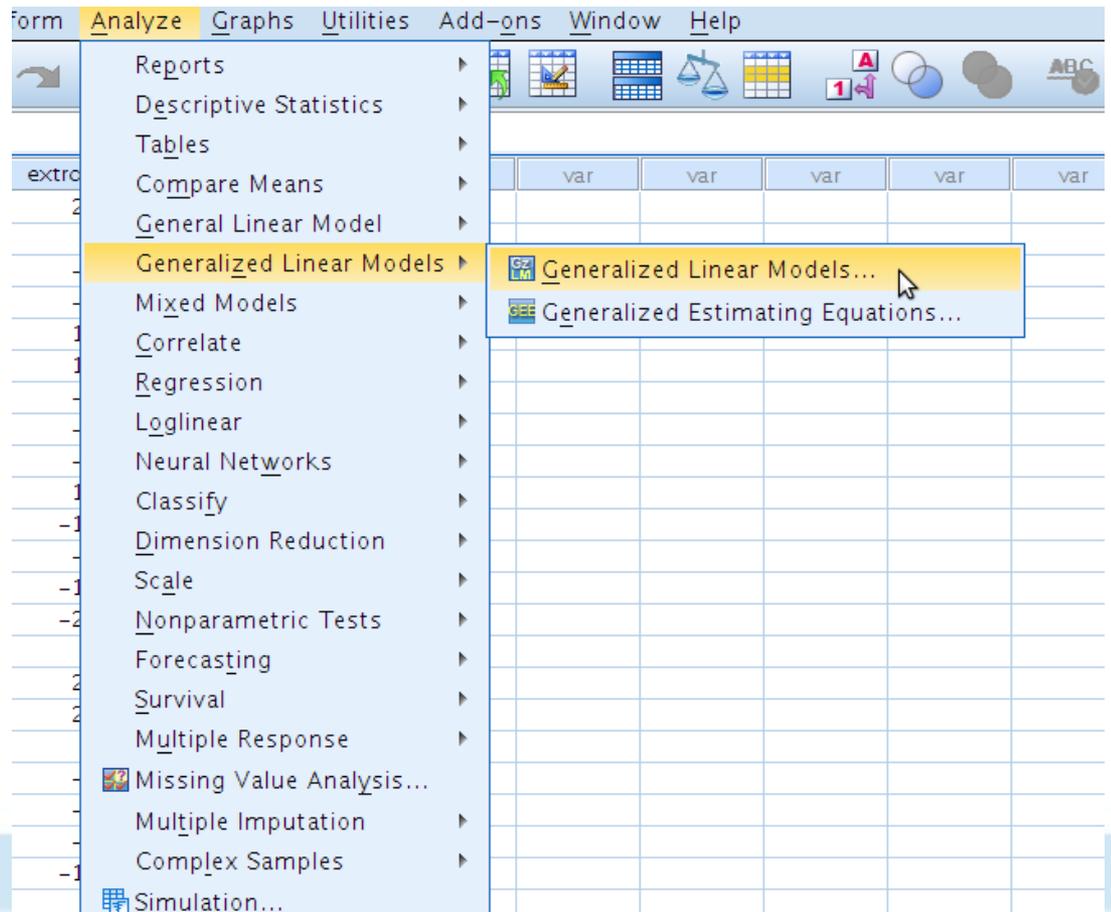
	case	sseek	extro	beer	nation	var
1	259	-1.71	2.49	1.00	1	
2	264	-.02	.55	.00	2	
3	265	1.26	-.20	1.00	1	
4	271	-.24	-.14	.00	3	
5	272	1.03	1.25	1.00	1	
6	292	-1.89	1.57	.00	2	
7	299	.09	-.14	.00	3	
8	301	-.07	-.55	1.00	1	
9	305	.32	-.06	.00	2	
10	306	-.57	1.76	1.00	1	
11	311	.00	-1.63	1.00	1	
12	317	-.49	-.56	1.00	1	
13	319	-.31	-1.38	.00	1	
14	320	-.32	-2.40	.00	1	
15	321	.00	.24	1.00	2	
16	322	.71	2.12	1.00	1	
17	324	1.61	2.02	1.00	3	
18	325	.82	.61	1.00	3	
19	331	1.89	-.52	1.00	2	

Variabile dicotomica



SPSS GzLM

- Usiamo “generalized linear models” (modelli lineari generalizzati)



SPSS

Generalized Linear Models

Type of Model | Response | Predictors | Model | Estimation | Statistics | EM Means | Save | Export

Choose one of the model types listed below or specify a custom combination of distribution and...

Scale Response _____

- Linear
- Gamma with log link

Ordinal Response _____

- Ordinal logistic
- Ordinal probit

Counts _____

- Poisson loglinear
- Negative binomial with log link

Binary Response or Events/Trials Data _____

- Binary logistic
- Binary probit

Mixture _____

- Tweedie with log link
- Tweedie with identity link

Custom _____

- Custom

Distribution: Normal | Link function: Identity

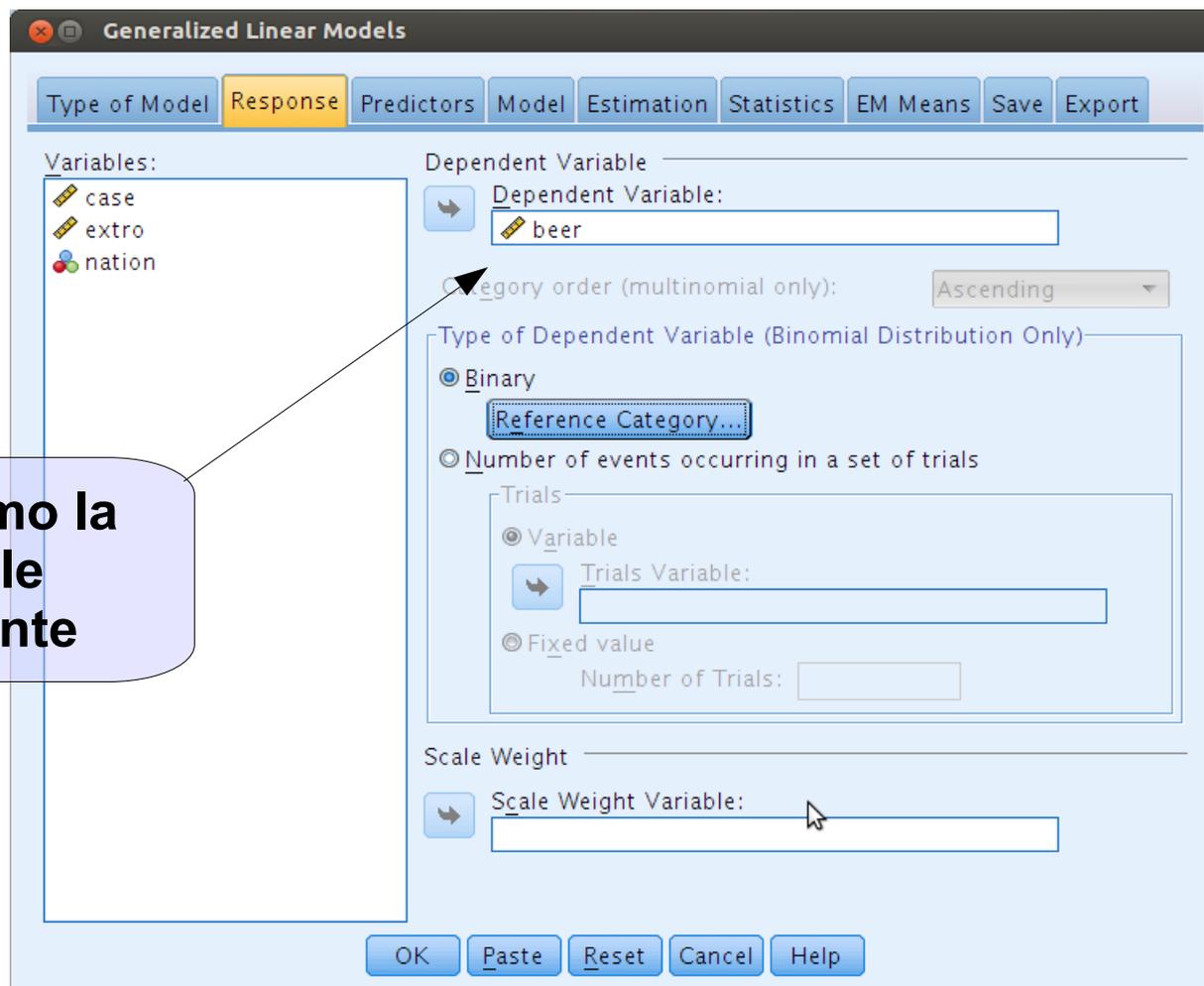
Parameter

- Specify value
- Value: 1
- Estimate value

Power:

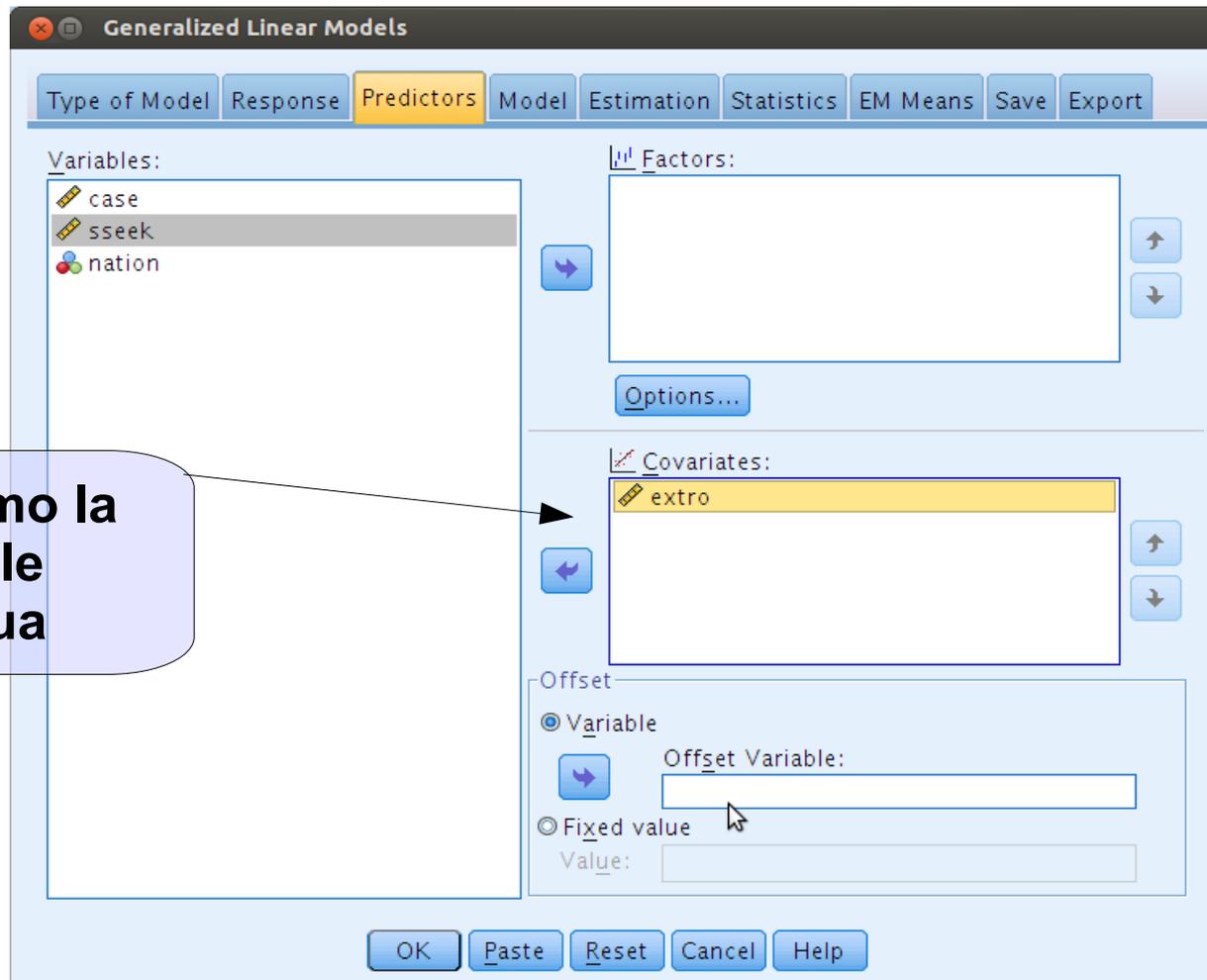
OK | Paste | Reset | Cancel | Help

SPSS



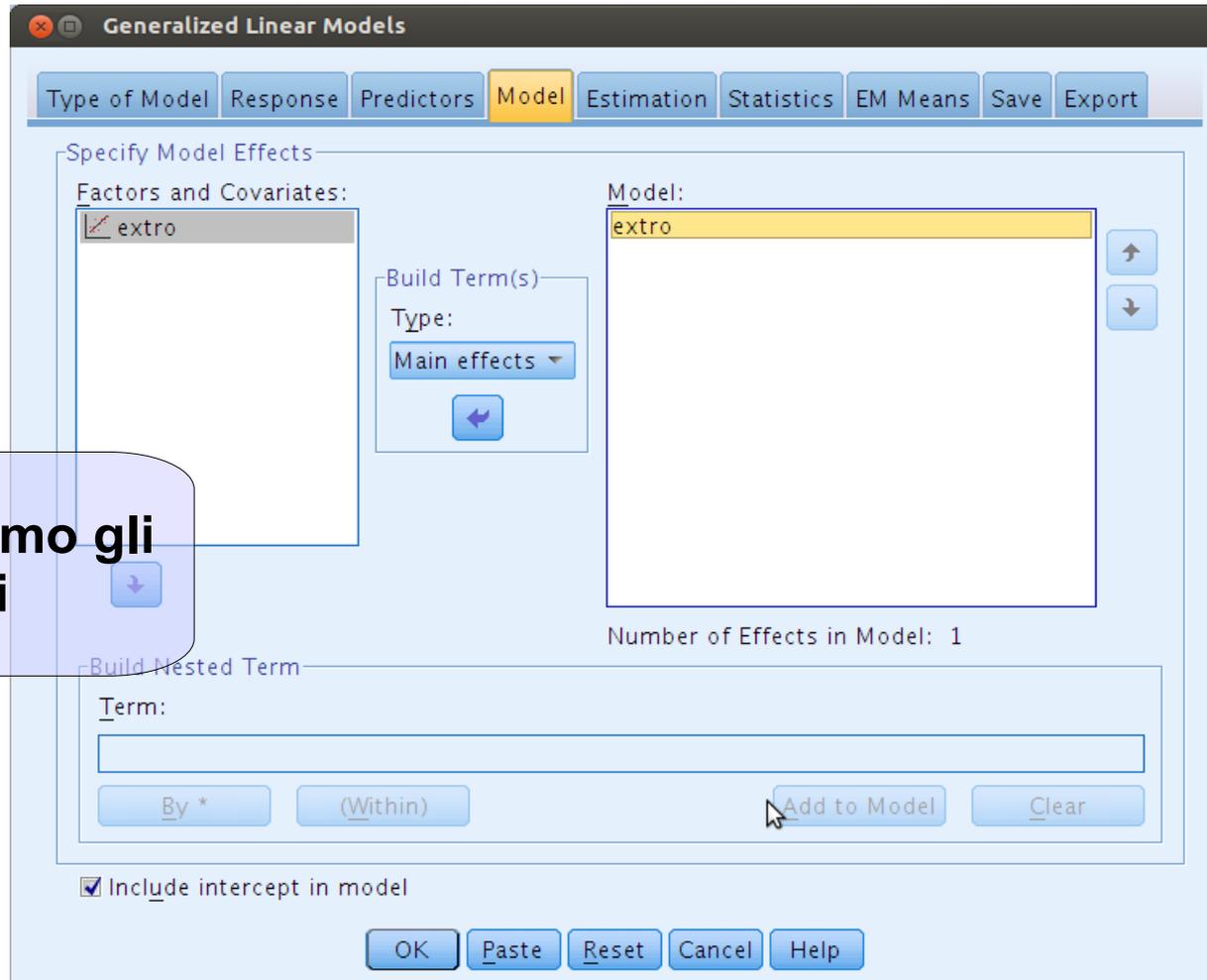
**Dichiariamo la
variabile
dipendente**

SPSS



**Dichiariamo la
variabile
continua**

SPSS



**Specifichiamo gli
effetti**

SPSS

**Specifichiamo le
opzioni**

Generalized Linear Models

Type of Model | Response | Predictors | Model | Estimation | **Statistics** | EM Means | Save | Export

Model Effects

Analysis Type: Type III

Confidence Interval Level (%):

Chi-square Statistics

Wald
 Likelihood ratio

Confidence Interval Type

Wald
 Profile likelihood

Tolerance level: .0001

Log-Likelihood Function: Full

Print

Case processing summary
 Descriptive statistics
 Model information
 Goodness of fit statistics
 Model summary statistics
 Parameter estimates
 Include exponential parameter estimates
 Covariance matrix for parameter estimates
 Correlation matrix for parameter estimates

Contrast coefficient (L) matrices
 General estimable functions
 Iteration history
Print Interval: 1
 Lagrange multiplier test of scale parameter or negative binomial ancillary parameter

OK | Paste | Reset | Cancel | Help

Results

- Info about the model

Modello

Model Information

Dependent Variable	beer ^a
Probability Distribution	Binomial
Link Function	Logit

The procedure models beer as the response, treating wine as the reference category.

Missing

Case Processing Summary

	N	Percent
Included	133	100.0%
Excluded	0	0.0%
Total	133	100.0%

Dipendente

Categorical Variable Information

			N	Percent
Dependent Variable	beer	wine	60	45.1%
		beer	73	54.9%
	Total		133	100.0%

- Essendo una regressione, ci aspettiamo di trovare un coefficiente B, un coefficiente costante, e un test di significatività del coefficiente

Parameter Estimates

Parameter	B	Std. Error	95% Wald Confidence Interval		Hypothesis Test			Exp(B)	95% Wald Confidence Interval for Exp(B)	
			Lower	Upper	Wald Chi-Square	df	Sig.		Lower	Upper
(Intercept)	.132	.1885	-.238	.501	.487	1	.485	1.141	.788	1.650
extro (Scale)	.907 1 ^a	.2239	.468	1.346	16.399	1	.000	2.476	1.597	3.841

Dependent Variable: beer

Model: (Intercept), extro

a. Fixed at the displayed value.

- Essendo una regressione, ci aspettiamo di trovare un coefficiente B, un coefficiente costante, e un test di significatività del coefficiente

Parameter Estimates

Parameter	B	Std. Error	95% Wald Confidence Interval		Hypothesis Test			Exp(B)	95% Wald Confidence Interval for Exp(B)	
			Lower	Upper	Wald Chi-Square	df	Sig.		Lower	Upper
(Intercept)	.132	.1885	-.238	.501	.487	1	.485	1.141	.788	1.650
extro (Scale)	.907 1 ^a	.2239	.468	1.346	16.399	1	.000	2.476	1.597	3.841

Dependent Variable: beer
Model: (Intercept), extro
a. Fixed at the displayed value.

Non c'è il coefficiente standardizzato, ma c'è exp(B)

- Essendo una regressione, possiamo interpretare i coefficiente come al solito

Valore atteso nel logaritmo di Odd, quando la VI è zero

Parameter Estimates

Parameter	B	Std. Error	95% Wald Confidence Interval		Hypothesis Test			Exp(B)	95% Wald Confidence Interval for Exp(B)	
			Lower	Upper	Wald Chi-Square	df	Sig.		Lower	Upper
(Intercept)	.132	.1885	-.238	.501	.487	1	.485	1.141	.788	1.650
extro (Scale)	.907	.2239	.468	1.346	16.399	1	.000	2.476	1.597	3.841

Dependent Variable: beer
Model: (Intercept), extro

a. Fixed at the displayed value.

Cambiamento atteso nel logaritmo di Odd, per uno spostamento nella di una unità nella VI

Significatività (valore-p): se minore di 0.05, rifiutiamo l'ipotesi nulla di $B=0$

Interpretazione: Problema

- Il problema sta nel fatto che tutte le informazioni (come in ogni regressione) sono espresse nell'unità di misura della VD
- Nel caso del logaritmo di Odd, questa unità è non intuitiva e poco informativa

Parameter Estimates

Parameter	B	Std. Error	95% Wald Confidence Interval		Hypothesis Test			Exp(B)	95% Wald Confidence Interval for Exp(B)	
			Lower	Upper	Wald Chi-Square	df	Sig.		Lower	Upper
(Intercept)	.132	.1885	-.238	.501	.487	1	.485	1.141	.788	1.650
extro (Scale)	.907 1 ^a	.2239	.468	1.346	16.399	1	.000	2.476	1.597	3.841

Dependent Variable: beer

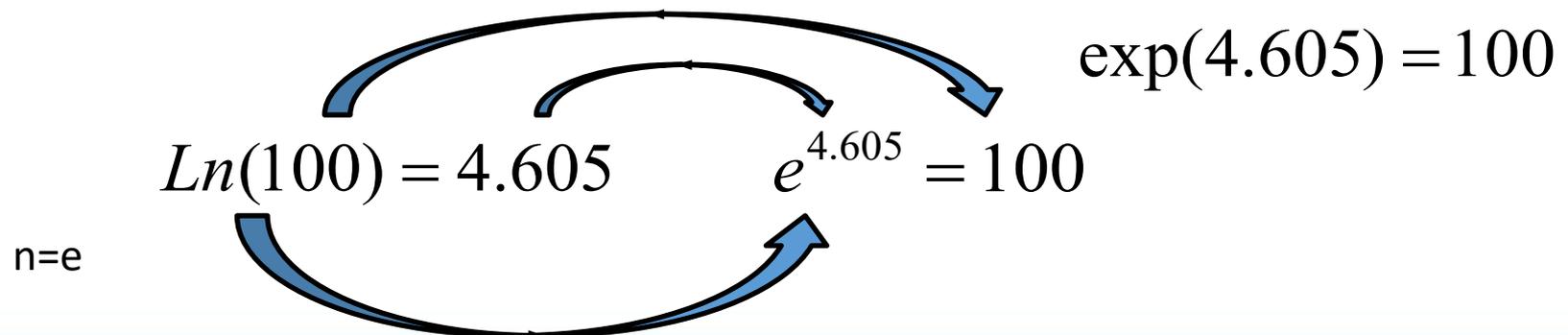
Model: (Intercept), extro

a. Fixed at the displayed value.

Per ogni unità in più di *estro*, ci aspettiamo un aumento del logaritmo di Odd di .907! Ma è tanto o poco?

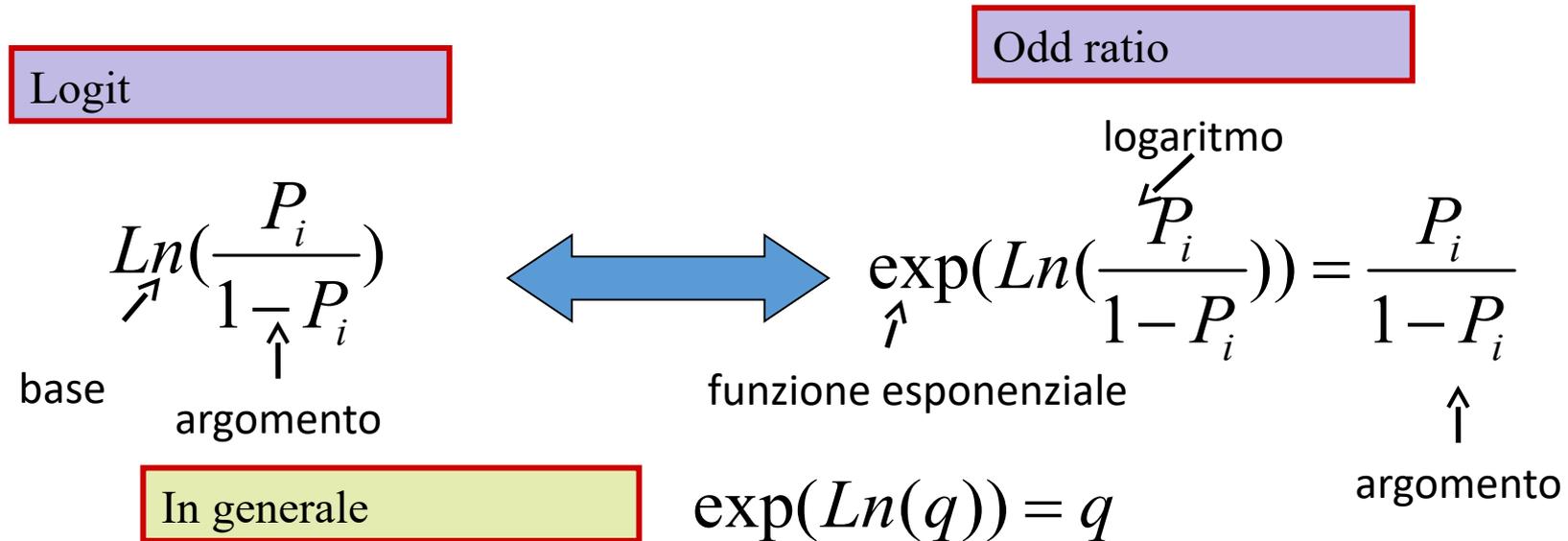
Svantaggi del Logaritmo

- Il problema del logaritmo è che la sua unità di misura non è intuitivamente interpretabile
 - Una differenza di .903 nella scala logaritmica è tanto o poco in termini di probabilità?
- Per ovviare a ciò, le quantità espresse su scala logaritmiche possono essere riportate all'unità originale mediante la funzione esponenziale



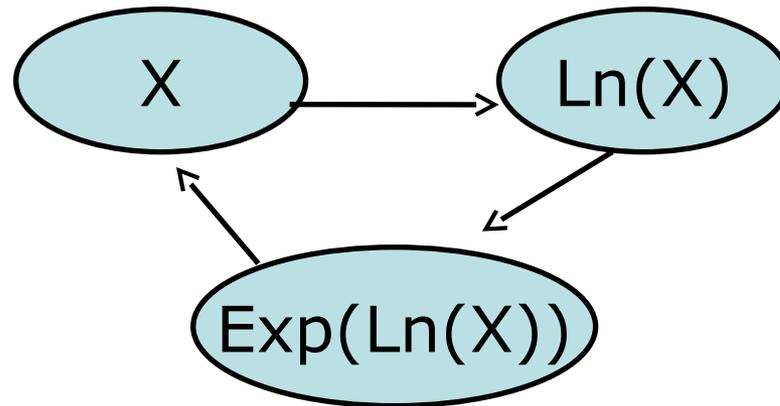
Unità più comprensibili

- Dato che nella logistica le informazioni sono ottenute sulla base di una VD logaritmica, la funzione esponenziale le riporta all'unità precedente (*funzione inversa*)
- L'unità precedente è l'odd ratio



L'esponenziale

- La funzione esponenziale di un logaritmo ci da l'argomento originale del logaritmo



Relazioni tra unità di misure

- Al fine interpretativo è importante ricordare che:
- La somma tra due logaritmi, equivale al prodotto tra gli argomenti

Logit

Odd ratio

$$q = \text{Ln}(a) + \text{Ln}(b)$$



$$\exp(q) = a * b$$

$$\text{Ln}(2) + \text{Ln}(3) = 1.79$$

$$\exp(1.79) = 3 \times 2 = 6$$

$$B = \text{Ln}(\text{Odd}_1) + \text{Ln}(\text{Odd}_2)$$

$$\exp(B) = \text{Odd}_1 * \text{Odd}_2$$

B espresso come OR

- Per facilitare l'interpretazione, il legame tra VD e VI si esprime mediante l'esponenziale di B

Parameter Estimates

Parameter	B	Std. Error	95% Wald Confidence Interval		Hypothesis Test			Exp(B)	95% Wald Confidence Interval for Exp(B)	
			Lower	Upper	Wald Chi-Square	df	Sig.		Lower	Upper
(Intercept)	.132	.1885	-.238	.501	.487	1	.485	1.141	.788	1.650
extro (Scale)	.907 1 ^a	.2239	.468	1.346	16.399	1	.000	2.476	1.597	3.841

Dependent Variable: beer

Model: (Intercept), extro

a. Fixed at the displayed value.

Exp(B) trasforma il B espresso in scala logaritmica in un B espresso in termini di odd ratio

Interpretazione di $\exp(B)$

- $\exp(B)$ è il tasso con cui aumenta Odd per ogni unità della VI
- Cioè il tasso con cui cambia il rapporto di probabilità al variare della VI

Parameter Estimates

Parameter	B	Std. Error	95% Wald Confidence Interval		Hypothesis Test			Exp(B)	95% Wald Confidence Interval for Exp(B)	
			Lower	Upper	Wald Chi-Square	df	Sig.		Lower	Upper
(Intercept)	.132	.1885	-.238	.501	.487	1	.485	1.141	.788	1.650
extro (Scale)	.907 1 ^a	.2239	.468	1.346	16.399	1	.000	2.476	1.597	3.841

Dependent Variable: beer

Model: (Intercept), extro

a. Fixed at the displayed value.

Per ogni unità in più di *extra*, il rapporto di probabilità di preferire birra rispetto al vino aumenta di 2.47 volte

Interpretazione di $\exp(\text{Costante})$

- $\exp(\text{Costante})$ è l'Odd atteso quando la VI è zero

Se *extra* è uguale a zero, ci aspettiamo un odd ratio di 1.141, cioè preferire la birra è 1.141 volte più probabile che preferire il vino

Parameter Estimates

Parameter	B	Std. Error	95% Wald Confidence Interval		Hypothesis Test			Exp(B)	95% Wald Confidence Interval for Exp(B)	
			Lower	Upper	Wald Chi-Square	df	Sig.		Lower	Upper
(Intercept)	.132	.1885	-.238	.501	.487	1	.485	1.141	.788	1.650
extro (Scale)	.907 1 ^a	.2239	.468	1.346	16.399	1	.000	2.476	1.597	3.841

Dependent Variable: beer
Model: (Intercept), extro

a. Fixed at the displayed value.

Se *extra* è uguale a zero, preferire la birra o il vino sono quasi equiprobabili

Regressione logistica multipla

- Tutto ciò che sappiamo sulla regressione lineare (interazione, effetti parziali, mediazione, path analysis) rimane concettualmente equivalente per la logistica
- Cambia cosa si predice ed il calcolo dei coefficienti
- Cambia anche come valutare la bontà complessiva dell'equazione di regressione

Regressione logistica multipla

- Tutto ciò che sappiamo sulla regressione lineare (interazione, effetti parziali, mediazione, path analysis) rimane concettualmente equivalente per la logistica
- Cambia cosa si predice ed il calcolo dei coefficienti
- Esempio di RL multipla: Vogliamo predire se le persone preferiscono il vino (1) o la birra (0) in funzione della loro nazionalità (Italiani, 1, vs. Inglese, 0) tenendo sotto controllo la quantità (quanti bicchieri bevono ogni giorno)

Coefficienti

- I coefficienti sono espressi nella scala logaritmica [**B**] e nella scala dei rapporti di probabilita' o odd ratio [**exp(B)**]

Ln B

Test di significativita'

Odd Ratio B

Variables in the Equation

		B	S.E.	Wald	df	Sig.	Exp(B)	95.0% C.I. for EXP(B)	
								Lower	Upper
Step 1 ^a	NATION	1.935	.467	17.164	1	.000	6.921	2.771	17.283
	GLASSESC	.694	.229	9.157	1	.002	2.002	1.277	3.138
	Constant	-1.663	.420	15.694	1	.000	.189		

a. Variable(s) entered on step 1: NATION, GLASSESC.

Interpretazione

- B e' il cambiamento predetto nella logit per un'unita di cambiamento nella VI, **mantenendo costante** (al netto, parzializzando) l'altra VI
- $\exp(B)$ e' di quanto il OR (odd ratio) di appartenere al gruppo 1 si moltiplica quando muoviamo la VI di 1 unita'

Variables in the Equation

		B	S.E.	Wald	df	Sig.	Exp(B)	95.0% C.I. for EXP(B)	
								Lower	Upper
Step 1 ^a	NATION	1.935	.467	17.164	1	.000	6.921	2.771	17.283
	GLASSESC	.694	.229	9.157	1	.002	2.002	1.277	3.138
	Constant	-1.663	.420	15.694	1	.000	.189		

a. Variable(s) entered on step 1: NATION, GLASSESC.

Interpretazione

OR per Inglesi (Nation=0) sulla preferenza di vino rispetto alla birra e' di 0.189

Se ci spostiamo da Inglesi ad Italiani, OR diviene $.189 * 6.921 = 1.3$

Variables in the Equation

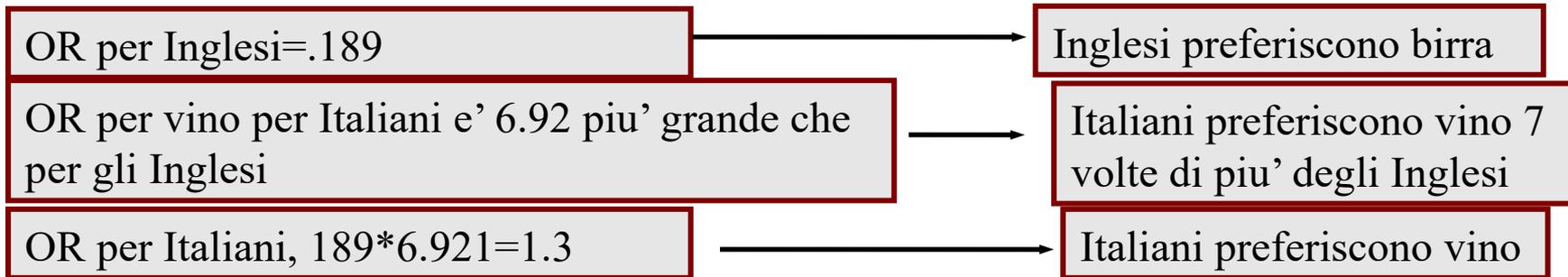
	B	S.E.	Wald	df	Sig.	Exp(B)	95.0% C.I. for EXP(B)		
							Lower	Upper	
Step 1 ^a	NATION	1.935	.467	17.164	1	.000	6.921	2.771	17.283
	GLASSESC	.694	.229	9.157	1	.002	2.002	1.277	3.138
	Constant	-1.663	.420	15.694	1	.000	.189		

a. Variable(s) entered on step 1: NATION, GLASSESC.

OR per preferire il vino per gli Italiani e' 6.92 volte maggiore che per gli Inglesi

Interpretazione

- $\exp(B)$ della VI e' di quanto il OR di appartenere al gruppo 1 si moltiplica quano muoviamo la VI di 1 unita'
- $\exp(B)$ della costante e' OR quando la VI e' eguale a 0 (Nation=Inglese)



Variables in the Equation

		B	S.E.	Wald	df	Sig.	Exp(B)	95.0% C.I. for EXP(B)	
								Lower	Upper
Step 1 ^a	NATION	1.935	.467	17.164	1	.000	6.921	2.771	17.283
	GLASSESC	.694	.229	9.157	1	.002	2.002	1.277	3.138
	Constant	-1.663	.420	15.694	1	.000	.189		

a. Variable(s) entered on step 1: NATION, GLASSESC.

Riassumendo

- La **Regressione Logistica** e' una regressione con una VD binaria
- Si focalizza sulla probabilita' di appartenza al gruppo
- I coefficienti sono espressi in scala logaritmica (B) come Odd Ratio $\exp(B)$
- Il $\exp(B)$ e' la quantita' per la quale OR viene moltiplicato quando muoviamo la VI di 1 unita'
- La logica di fondo e' come per la Regressione Lineare Multipla
- E' comprensibile come un caso particolare di Modello Lineare Generalizzato