

Compito Base

1. Siano $U = f(x_1, x_2, x_3) = a_1 \ln(x_1 - b_1) + a_2 \ln(x_2 - b_2) + a_3 \ln(x_3 - b_3)$ e

$R = g(x_1, x_2, x_3) = p_1 x_1 + p_2 x_2 + p_3 x_3$ una funzione di utilità su tre beni con $a_i > 0, b_i > 0, (x_i - b_i) > 0$, per ogni $i = 1, 2, 3$, e un consueto vincolo di bilancio.

- Valutare se la matrice Hessiana è negativa semidefinita e se $f(x_1, x_2, x_3)$ è quasi concava nel dominio $D = \{b_i < x_i < \infty, i = 1, 2, 3\}$.
- Calcolare i SMS tra coppie di x e mostrare che hanno pendenza negativa
- Ricavare le domande Marshalliane **ricorrendo al teorema** di Hotelling-Wold
- Usando c) ricavare la funzione di utilità indiretta e, invertendola, la funzione di spesa del consumatore. Visto che ci siete, valutate se vale il risultato di Roy.
- Commentare (brevemente) significato e proprietà delle due funzioni di cui sopra.

2. Siano $Q = f(x_1, x_2) = A\sqrt{x_1 x_2}$ con $A > 0$ e $C = g(x_1, x_2) = p_1 x_1 + p_2 x_2$ una funzione di produzione e un consueto vincolo di spesa per l'impresa nel dominio $D = \{0 < x_i < \infty, i = 1, 2\}$ con prezzi strettamente positivi.

- Applicando il teorema di Eulero valutare il grado di omogeneità della funzione dandone una interpretazione "economica"
- Ricavare le domande compensate dei fattori e la funzione del costo minimo, illustrandone le proprietà
- Usando la funzione del costo minimo medio e marginale valutare il regime di scale connesso alla tecnologia
- Enunciare e commentare il Lemma di Shepard e valutare se vale nel caso in esame
- Definire la matrice dei termini di sostituzione di Slutsky e mostrare che essa è simmetrica e negativa semidefinita

3. (Discorsiva) Cosa si intende per funzione di distanza nello spazio degli input e che proprietà le si attribuiscono?

4. Sia la funzione $U = f(W) = M\sqrt{W - a}$ con $M > 0$ nel dominio $D = \{W | a < W < \infty\}$

- L'individuo è avverso al rischio? (Non basta dire sì)
- Calcolare i coefficienti $A(W)$ e $R(W)$ e il modo in cui variano con W . Interpretare (**brevemente**)
- Scegliendo a piacere due valori di W nel dominio e due probabilità di realizzazione, mostrare che il premio per il rischio (**brevissima** definizione) è positivo
- Spiegare **discorsivamente** perché se U fosse una funzione quadratica l'utilità attesa potrebbe rappresentarsi usando solo media e varianza di W per qualsiasi distribuzione di W .

5. (**Facoltativa**: richiede lo studio delle dimostrazioni di cui alla dispensa) Sia c (costi di produzione di un oggetto) una v.c. distribuita secondo una Uniforme tra $[0, c+]$ noto e che un committente organizzi un'asta al primo (più basso) prezzo per la fornitura di tale oggetto da parte dei bidders/produttori. Siano dati N potenziali fornitori **neutrali al rischio** e simmetrici; sia c una v.c. i.i.d.; valgono tutte le ipotesi dei modelli **IPV**:

- Definire il valore atteso del contratto per i bidders (okkio alla probabilità, che è una sopravvivenza)
- Ricavare da a) il bid ottimo
- Mostrare che il prezzo pagato dal banditore al vincitore corrisponde al valor atteso del secondo (ordine crescente) c
- Vale il teorema dell'equivalenza della spesa attesa del committente? (Non basta dire sì: confrontare con SPSB)

5a. alternativa a 5. Enunciare e commentare discorsivamente il teorema dell'equivalenza del ricavo in aste ad oggetto singolo IPV con neutralità al rischio.

GRUPPI

Per ogni gruppo valgono i seguenti parametri

G1

1. $a_1 = 0.3; a_2 = 0.2; a_3 = 0.5; b_1 = b_2 = b_3 = 1$; 2. $A = 36$; 4. $M = 2550, a = 0$; 5. $c+ = 1$;

G2

1. $a_1 = 0.2; a_2 = 0.2; a_3 = 0.6; b_1 = b_2 = b_3 = 2$; 2. $A = 64$; 4. $M = 3650, a = 1$; 5. $c+ = 0.9$;

G3

1. $a_1 = 0.3; a_2 = 0.3; a_3 = 0.4; b_1 = b_2 = b_3 = 1$; 2. $A = 49$; 4. $M = 1000, a = 1$; 5. $c+ = 0.8$;

G4

1. $a_1 = 0.3; a_2 = 0.5; a_3 = 0.2; b_1 = b_2 = b_3 = 2$; 2. $A = 81$; 4. $M = 2500, a = 2$; 5. $c+ = 1$;

G5

1. $a_1 = 0.4; a_2 = 0.2; a_3 = 0.4; b_1 = b_2 = b_3 = 3$; 2. $A = 144$; 4. $M = 2600, a = 1$; 5. $c+ = 0.7$;

G6

1. $a_1 = 0.3; a_2 = 0.2; a_3 = 0.5; b_1 = b_2 = b_3 = 1$; 2. $A = 100$; 4. $M = 3600, a = 0$; 5. $c+ = 1$;

G7

1. $a_1 = 0.5; a_2 = 0.2; a_3 = 0.3; b_1 = b_2 = b_3 = 0$; 2. $A = 121$; 4. $M = 6400, a = 1$; 5. $c+ = 0.6$;

G8

1. $a_1 = 0.4; a_2 = 0.2; a_3 = 0.4; b_1 = b_2 = b_3 = 3$; 2. $A = 144$; 4. $M = 1650, a = 1$; 5. $c+ = 0.7$;

G9

1. $a_1 = 0.2; a_2 = 0.2; a_3 = 0.6; b_1 = b_2 = b_3 = 1$; 2. $A = 144$; 4. $M = 8100, a = 1$; 5. $c+ = 1$;

G10

1. $a_1 = 0.3; a_2 = 0.2; a_3 = 0.5; b_1 = b_2 = b_3 = 1$; 2. $A = 36$; 4. $M = 2500, a = 0$; 5. $c+ = 1$;

G12

1. $a_1 = 0.2; a_2 = 0.2; a_3 = 0.6; b_1 = b_2 = b_3 = 2$; 2. $A = 64$; 4. $M = 3800, a = 1$; 5. $c+ = 0.9$;

G13

1. $a_1 = 0.3; a_2 = 0.3; a_3 = 0.4; b_1 = b_2 = b_3 = 1$; 2. $A = 49$; 4. $M = 1500, a = 1$; 5. $c+ = 0.8$;

G14

1. $a_1 = 0.3; a_2 = 0.4; a_3 = 0.3; b_1 = b_2 = b_3 = 2$; 2. $A = 81$; 4. $M = 2560, a = 2$; 5. $c+ = 0.9$;

G15

1. $a_1 = 0.4; a_2 = 0.2; a_3 = 0.4; b_1 = b_2 = b_3 = 6$; 2. $A = 144$; 4. $M = 1600, a = 1$; 5. $c+ = 0.75$;

G16

2. $a_1 = 0.1; a_2 = 0.7; a_3 = 0.2; b_1 = b_2 = b_3 = 1$; 2. $A = 125$; 4. $M = 1360, a = 0$; 5. $c+ = 0.8$;

G17

1. $a_1 = 0.5; a_2 = 0.2; a_3 = 0.3; b_1 = b_2 = b_3 = 0$; 2. $A = 121$; 4. $M = 6900, a = 2$; 5. $c^+ = 0.65$;

G18

1. $a_1 = 0.4; a_2 = 0.2; a_3 = 0.4; b_1 = b_2 = b_3 = 1$; 2. $A = 144$; 4. $M = 1600, a = 1$; 5. $c^+ = 0.7$;

G19

1. $a_1 = 0.2; a_2 = 0.2; a_3 = 0.6; b_1 = b_2 = b_3 = 4$; 2. $A = 144$; 4. $M = 8100, a = 1$; 5. $c^+ = 1$;

G20

1. $a_1 = 0.6; a_2 = 0.2; a_3 = 0.2; b_1 = b_2 = b_3 = 2$; 2. $A = 64$; 4. $M = 3650, a = 1$; 5. $c^+ = 0.9$;