

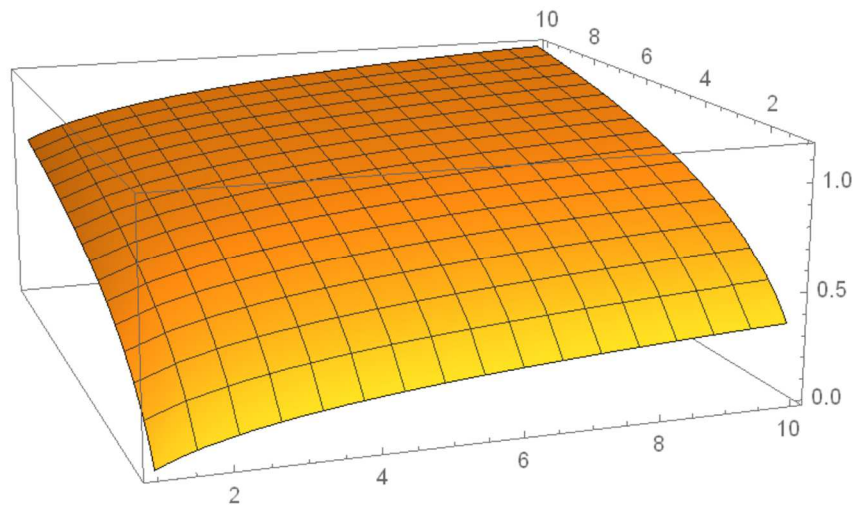
## Microeconomia Clamses Esercizio 12 – 10 – 2020

Esercizio riassuntivo dualità sfera del consumo

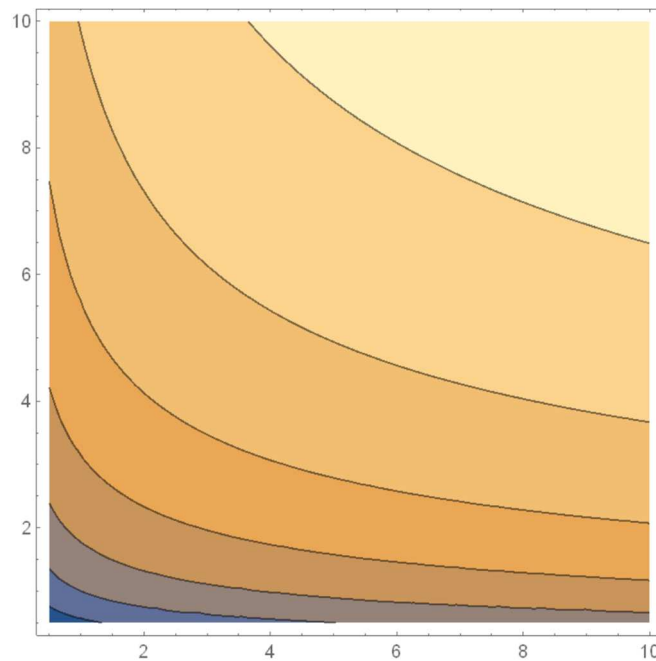
Sia la funzione di utilità

$$u = \log(U) = \frac{1}{2} \text{Log}[X^{0.3}Y^{0.7}]$$

Definita su  $D = \{0 < X < \infty \text{ \& } 0 < Y < \infty\}$ . Il suo grafico è



Con curve di livello di utilità (indifferenza) strettamente convesse



a) La funzione è concava. L'Hessiana è

$$H = \begin{bmatrix} -\frac{0.15}{X^2} & 0 \\ 0 & -\frac{0.35}{Y^2} \end{bmatrix}$$

Con determinanti dei minori di testa  $\det(H_1) < 0$  e  $\det(H_2) = \det(H) = \frac{0.0525}{X^2 Y^2} > 0$ . H è definita negativa.

b) Verificare che le domande Marshalliane sono

$$X = \frac{0.3R}{p_x}, Y = \frac{0.7R}{p_y}$$

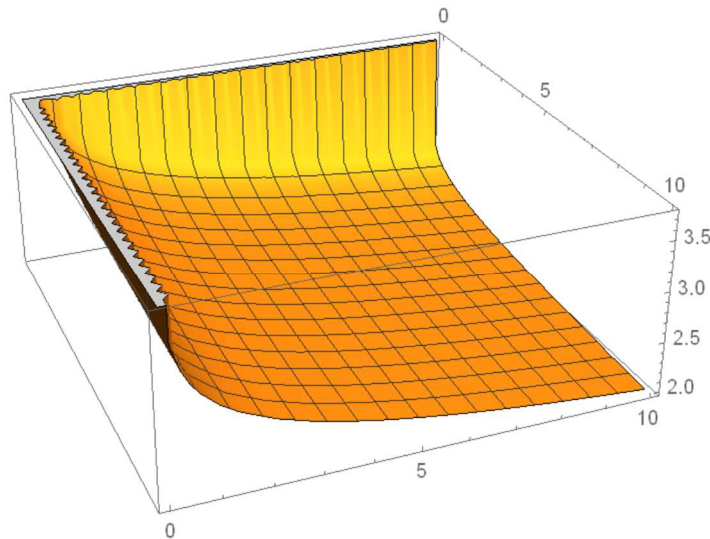
e che il valore del moltiplicatore è  $\lambda = \frac{0.5}{R}$ .

(Facoltativo) Utilizzando la dispensa sul Teorema dell'Inviluppo di cui alla dispensa dare un'interpretazione di lambda.

c) Verificare che la funzione di utilità indiretta è

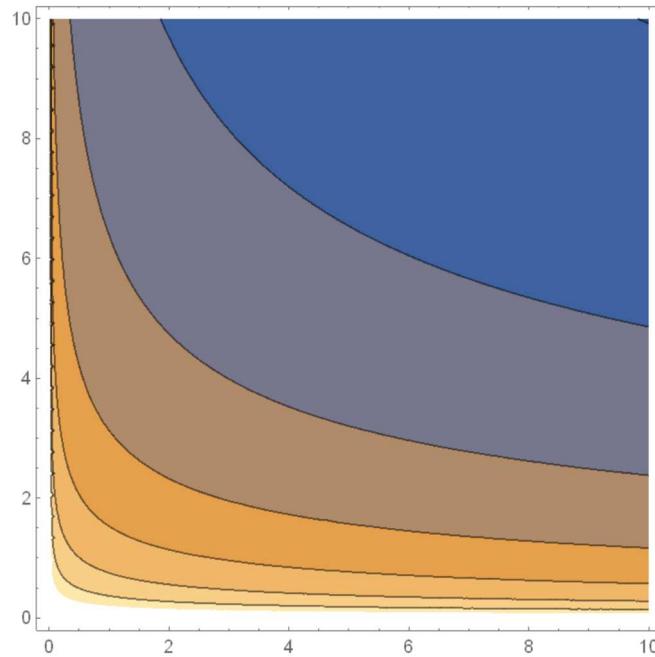
$$V(p_x, p_y, R) = \frac{1}{2} \text{Log} \left[ \left( \frac{0.3R}{p_x} \right)^{0.3} \left( \frac{0.7R}{p_y} \right)^{0.7} \right]$$

Il cui grafico nel piano dei prezzi è, dato un qualche valore di  $R > 0$ ,



Il grafico è coerente che l'aspettativa di funzione continuamente decrescente nei prezzi? Che grado di omogeneità ha nei prezzi e in R?

Le curve di livello nel piano dei prezzi (maggior utilità vicino all'origine) sono



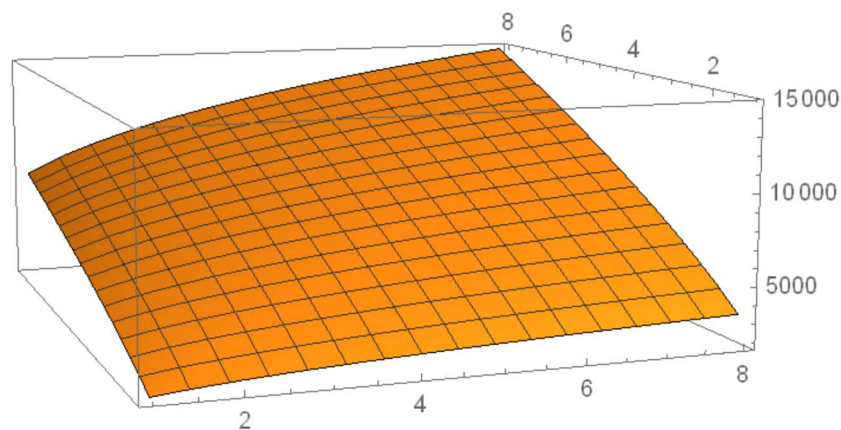
- d) Applicare l'identità di Roy e ricavare di nuovo le domande Marshalliane
- e) Minimizzando la spesa sotto un vincolo sull'utilità, ricavare che le domande compensate sono (attenzione: porre il vincolo nella forma  $\bar{u} = \log(\bar{U})$ )

$$X^H = \left(\frac{\bar{U}}{1.34}\right)^2 \left(\frac{p_y}{p_x}\right)^{0.7}, \quad Y^H = \left(\frac{\bar{U}}{0.88}\right)^2 \left(\frac{p_x}{p_y}\right)^{0.3}$$

- f) Che la funzione di spesa è (approx.)

$$e(p_x, p_y, \bar{U}) = 1.84\bar{U}^2 [p_x^{0.3} p_y^{0.7}]$$

Il cui grafico è, sul piano dei 2 prezzi, per un dato livello di utilità



- g) Mostrare che vale il c.d. Lemma di Shephard (derivata prima rispetto al prezzo = domanda compensata) e che la funzione è concava in ciascun prezzo (Derivata seconda).
- h) A cosa corrisponde quindi la derivata seconda della  $e(\cdot)$  rispetto al prezzo? Alla derivata prima della...