Domanda 1

$u = \text{Log}\left[\sqrt{X}\right] + \alpha * \text{Log}\left[\sqrt{Y}\right]$

$\text{Log}\left[\sqrt{X}\right] + \alpha\,\text{Log}\left[\sqrt{Y}\right]$

$U = \text{Exp}[u]$

$e^{\frac{1}{2}(\text{Log}[X]+\alpha\,\text{Log}[Y])}$

Simplify[U]

$\sqrt{X}\;Y^{\alpha/2}$

$\Lambda = p_1 * X + p_2 * Y - \lambda\left(\sqrt{X} * Y^{\alpha/2} - H\right)$

$-\left(-H + \sqrt{X}\;Y^{\alpha/2}\right)\lambda + X\,p_1 + Y\,p_2$

$$SMS = \frac{\partial_X U}{\partial_Y U}$$

$$\frac{e^{\frac{1}{2}(-\text{Log}[X]-\alpha\,\text{Log}[Y])+\frac{1}{2}(\text{Log}[X]+\alpha\,\text{Log}[Y])}\;Y}{X\,\alpha}$$

Simplify[SMS]

$$\frac{Y}{X\,\alpha}$$

Set :

$$\frac{Y}{X\,\alpha} = \frac{p_1}{p_2}$$

Substitute for Y frm foc in U = H :

$$\text{Solve}\left[X^{\frac{\alpha+1}{2}}\left(\frac{p_1}{p_2} * \alpha\right)^{\alpha/2} - H == 0,\; X\right]$$

$$\left\{\left\{X \to \left(H\left(\frac{\alpha\,p_1}{p_2}\right)^{-\alpha/2}\right)^{\frac{2}{1+\alpha}}\right\}\right\}$$

The above is the Compensated demand of X (usual properties see lecture Notes)

Substitute for X from foc in U = H :

$$\text{Solve}\left[\left(\frac{p_2}{\alpha * p_1}\right)^{\frac{1}{2}} * (Y)^{(\alpha+1)/2} - H == 0,\; Y\right]$$

$$\left\{\left\{Y \to \left(\frac{H}{\sqrt{\frac{p_2}{\alpha\,p_1}}}\right)^{\frac{2}{1+\alpha}}\right\}\right\}$$

The above is the Compensated demand of Y (usual properties see lecture Notes)

H = {{$\partial_{X,X}$u, $\partial_{X,Y}$u}, {$\partial_{Y,X}$u, $\partial_{Y,Y}$u}}

$$\left\{\left\{-\frac{1}{2X^2}, 0\right\}, \left\{0, -\frac{\alpha}{2Y^2}\right\}\right\}$$

MatrixForm[H]

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{2X^2} & 0 \\ 0 & -\frac{\alpha}{2Y^2} \end{pmatrix}$$

Det[H]

$$\frac{\alpha}{4X^2 Y^2}$$

Det di h1 < 0 e h2 > 0 per X,
Y strettamente positivi ma finiti.H è negatica definita -> u concava

Det di h1 = 0 e h2 = 0 per X, Y infiniti.H è negativa semi definita → u quasi concava. Infati

Z = {{0, 0}, {0, 0}}

{{0, 0}, {0, 0}}

MatrixForm[Z]

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

NegativeSemidefiniteMatrixQ[Z]

True

Problema in Versione S-G
La compensata della X è

$$X = \hat{x} + \left(H\left(\frac{\alpha p_1}{p_2}\right)^{-\alpha/2}\right)^{\frac{2}{1+\alpha}}$$

e lo stesso per Y. Era più semplice di quanto appariva e non era nenessario fare altri calcoli. Bastava dare un altro nome ai radicandi e poi ricambiare alla fine.

Domanda 2 (ho scritto V al posto di K per errore)

Q = A * ((V^γ) * (L^(1 - γ)))

$$A L^{1-\gamma} V^{\gamma}$$

T = {{$\partial_{L,L}$Q, $\partial_{L,V}$Q}, {$\partial_{V,L}$Q, $\partial_{V,V}$Q}}

$$\left\{\left\{-A L^{-1-\gamma} V^{\gamma} (1-\gamma)\gamma, A L^{-\gamma} V^{-1+\gamma} (1-\gamma)\gamma\right\}, \left\{A L^{-\gamma} V^{-1+\gamma} (1-\gamma)\gamma, A L^{1-\gamma} V^{-2+\gamma} (-1+\gamma)\gamma\right\}\right\}$$

MatrixForm[T]

$$\begin{pmatrix} -A L^{-1-\gamma} V^{\gamma} (1-\gamma)\gamma & A L^{-\gamma} V^{-1+\gamma} (1-\gamma)\gamma \\ A L^{-\gamma} V^{-1+\gamma} (1-\gamma)\gamma & A L^{1-\gamma} V^{-2+\gamma} (-1+\gamma)\gamma \end{pmatrix}$$

Det[T]

0

h1 < 0 e h2 = 0 per γ < 1; T è semidefinita negativa -> Q è quasi concava. →
Condizioni di stazion. necessarie e sufficienti per ottimo uso fattori e min costo.

Funzione di costo : b) see lecture notes; c) for the use of MC and AC to indetify IRS, DRS, CRS see lecture notes. Is MC > AC ?

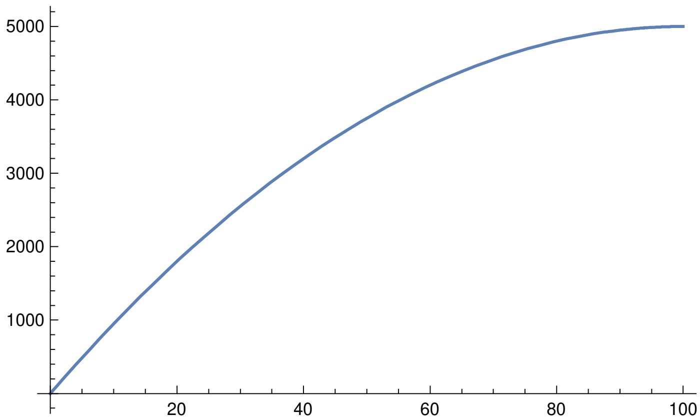
Domanda 3

$$U = 100\,W - \frac{W\text{^}2}{2}$$

$$100\,W - \frac{W^2}{2}$$

Plot[U, {W, 0, 100}]

$$100\,W - \frac{W^2}{2}$$



$\partial_{W,W}U$

-1

Il valore è negativo (avversione rischio)

$$A = \frac{-\partial_{W,W}U}{\partial_W U}$$

$$\frac{1}{100 - W}$$

$\partial_W A$

$$\frac{1}{(100 - W)^2} > 0 \text{ IARA}$$

$$\frac{1}{(100 - W)^2} > 0$$

$$R = \frac{W}{100 - W}$$

$$\frac{W}{100 - W}$$

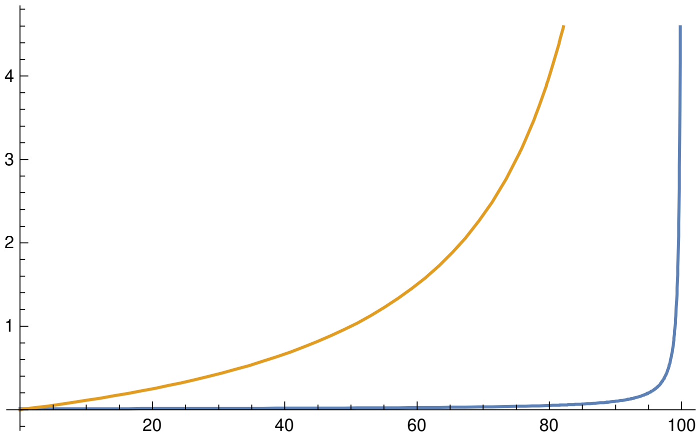
$$\partial_W R$$

$$\frac{1}{100 - W} + \frac{W}{(100 - W)^2}$$

$$\text{Simplify}\left[\frac{1}{100 - W} + \frac{W}{(100 - W)^2}\right] =$$

$$\frac{100}{(-100 + W)^2} > 0 \text{ IRRA}$$

Plot[{A, R}, {W, 0, 100}]



$$\mu_W = (.6)\ (10) + (.4)\ (80) =$$

38

$$U_\mu = 100\ (38) - \frac{(38)\,\hat{}\,2}{2}$$

3078

$$E_U = (.6)\left(100\ (10) - \frac{(10)\,\hat{}\,2}{2}\right) + (0.4)\left(100\ (80) - \frac{(80)\,\hat{}\,2}{2}\right)$$

2490

Quindi $U_\mu > E_U$. Concavità e quindi Jensen.

Equivalente certo

$$\text{Solve}\left[100\,W - \frac{W\,\hat{}\,2}{2} - 2490 == 0,\ W\right]$$

$$\left\{\left\{W \to 2\left(50 - \sqrt{1255}\right)\right\},\ \left\{W \to 2\left(50 + \sqrt{1255}\right)\right\}\right\}$$

$$N\left[\left\{\left\{W \to 2\left(50-\sqrt{1255}\right)\right\},\left\{W \to 2\left(50+\sqrt{1255}\right)\right\}\right\}\right]$$

$\{\{W \to 29.148\},\{W \to 170.852\}\}$

Scarto la radice W > 100 (fuori CE)
Equivante certo < valor medio di W (pari a 38) -> avversione rischio
Premio rischio = 38-29.148 > 0.

Media e Varianza. Espando intorno a media di W (38) sino al grado 3 (facendo finta di non sapere che derivata terza, ecc. = 0)

$$\text{Series}\left[100\,W-\frac{W\text{^}2}{2},\{W,38,3\}\right]$$

$$3078+62\,(W-38)-\frac{1}{2}(W-38)^2+O[W-38]^4$$

Non ci sono termini di terzo o quarto grado. Il valore atteso ci da

$$E\left(3078+62\,(W-38)-\frac{1}{2}(W-38)^2\right)=$$
$$3078+62*(E\,(W-38))-0.5\,\text{Var}\,(W)=$$
$$3078\ -0.5\,\text{VAR}\,(W)$$

dove 3078 = U (quando W = media)

Oppure usando direttamente l ' espressione della Var.

Domanda 6
La parte principale è che nell ' asta al secondo prezzo N non entra nella "formula" del bid ottimo. Perchè il bidder non definisce il bid ottimo risolvendo il trade - off tra surplus e prob di vittoria (che dipende da N). Unica strategia (debolmente) dominante è biddare il vero valore, indipendentemente dalla probabilità che esso sia il più alto Order Statistics.

TUTTO IL RESTO DEL COMPITO è STANDARD E BASTA RIGUARDARE LE LECTURE NOTES.

NELLA CORREZIONE TENGO CONTO

a) della lunghezza (se non avete applicato subito le scorciatoie per S-G)

b) che i calcoli non sono la cosa fondamentale.